

● 高等学校教学用书

数字图象处理

● [苏] 雅罗斯拉夫斯基 著

● 施有秋 袁 述 译 ● 羊国光 校

电子工业出版社

内 容 提 要

本书以简洁的形式、较严格的数学方法分析和讨论了数字图象处理的基本问题,包括以信号理论和信息论的观点论述用数字方法进行连续信号图象处理的基本原理,在成像系统中对信号失真的校正、图象对比度的增强以及图象细节的自动测量等方法。本书包含了数字滤波和变换方面的新成果和图象处理的新方法,并列举了在空间研究、遥感、医学诊断和无损检验方面的大量应用实例。

本书不仅可作为计算机和图象处理专业的高年级学生和研究生的教科书,而且可供有关科技人员参考。

数字图象处理

(苏)雅罗斯拉夫斯基 著

施有秋 袁 述 译

羊国光 校

责任编辑 吴金生

*

电子工业出版社出版(北京市万寿路)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 8.625 字数: 231 千字

1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷

印数: 1500 册 定价: 2.30 元

ISBN7-5053-0868-8/TN·309

译 者 的 话

K. S. Fu (傅京逊), T. S. Huang (黄熙涛) 和 M. R. Schroeder 编辑的“信息科学 Springer 丛书”是一套具有权威性的系列专著。其中第八卷——数字图象处理引论是由苏联信息传输学院的雅罗斯拉夫斯基 (L. P. Yaroslavsky) 用英文写作在联邦德国出版的。

本书以简洁的形式,用较严格的数学方法(如用泛函分析中的度量空间的概念)分析讨论了数字图象处理的基本问题,并介绍了数字滤波和变换方面的新方法。它反映了近年来数字图象处理领域取得的(包括苏联)的新成果。因此它是一本适于计算机和图象处理专业的高年级大学生和研究生,以及在这个领域工作的科技工作者参考的教科书。

本书由施有秋译第一章~第六章,袁述译第七章~第十章,羊国光和清华大学俞昌副教授校阅了全书。在翻译过程中,对原文中明显的错误大都作了改正。为了使中译本更易于阅读,对某些段落作了重新组织。由于水平所限,译文中不当之处,希读者批评指正。

前 言

本书是为从事图象处理的专业研究人员而写的。本书以信号理论和信息论的观点，论述了用数字方法进行连续信号图象处理的基本原理。并且还讨论了在成象系统中对信号失真的校正，图象对比度的增强以及图象细节的自动测量等方法。

本书包含了在数字滤波和变换方面的新结果以及图象处理的新方法。还通过大量的例子说明了主要在空间研究、遥感、医学诊断和无损检验等方面的应用。本书已广泛地用作为计算机科学与电气工程两个专业的高年级大学生与一年级研究生的教科书。

这个版本不是原俄文版的英译本，它的内容已大大扩展和更新了。

出版社的罗斯 (H. Lotsh) 博士建议写这本书，并提出了许多有益的意见。霍克斯 (P. Hawkes) 博士仔细地编辑了手稿。科勒利 (S. L. Gorelik)，黄煦涛 (T. S. Huang)，罗曼 (A. W. Lohmann) 和查特曼 (A. M. Trakhtman) 教授们曾提出许多批评意见。对此作者表示衷心的感谢。

雅罗斯拉夫斯基

1984年9月于莫斯科

目 录

| | |
|-------------------------|----|
| 第一章 引言 | 1 |
| 第二章 信号理论基础 | 6 |
| 2.1 表示为数学函数的信号 | 6 |
| 2.2 信号空间 | 8 |
| 2.3 最常用的基函数系 | 14 |
| 2.3.1 脉冲基函数 | 14 |
| 2.3.2 简谐函数 | 15 |
| 2.3.3 沃尔什 (Walsh) 函数 | 15 |
| 2.3.4 哈尔 (Haar) 函数 | 18 |
| 2.3.5 抽样函数 | 19 |
| 2.4 信号的连续表示 | 20 |
| 2.5 信号变换的描述 | 28 |
| 2.5.1 线性变换 | 28 |
| 2.5.2 非线性逐元变换 | 29 |
| 2.6 对于离散基的线性变换表示 | 29 |
| 2.6.1 用矢量响应的表示 | 29 |
| 2.6.2 矩阵表示 | 30 |
| 2.6.3 用其本征函数和本征值表示算子 | 31 |
| 2.7 对于连续基的算子表示 | 32 |
| 2.7.1 算子核 | 32 |
| 2.7.2 用脉冲响应的描述 | 32 |
| 2.7.3 用频率传递函数的描述 | 33 |
| 2.7.4 相对于不同基的输入和输出信号的表示 | 33 |
| 2.7.5 用本征函数的描述 | 34 |
| 2.8 线性算子举例 | 35 |
| 2.8.1 位移不变滤波器 | 35 |
| 2.8.2 恒等算子 | 36 |

| | | |
|------------|--------------------------------|-----------|
| 2.8.3 | 位移算子 | 36 |
| 2.8.4 | 抽样算子 | 37 |
| 2.8.5 | 门算子(乘法器) | 37 |
| 第三章 | 信号的离散化和量化 | 38 |
| 3.1 | 广义量化 | 38 |
| 3.2 | 离散化和逐象素量化的概念 | 40 |
| 3.2.1 | 离散化 | 40 |
| 3.2.2 | 逐象素量化 | 41 |
| 3.3 | 抽样定理 | 41 |
| 3.4 | 二维信号的抽样定理 | 43 |
| 3.5 | 在抽样定理中信号的离散化和恢复的误差 | 48 |
| 3.6 | 其他的离散化方法 | 52 |
| 3.7 | 最佳离散表示与信号的维数 | 54 |
| 3.8 | 逐象素量化 | 57 |
| 3.9 | 最佳量化的例子 | 62 |
| 3.9.1 | 例子: 门限度量 | 62 |
| 3.9.2 | 例子: 量化误差绝对值的幂准则 | 64 |
| 3.9.3 | 例子: 相对量化误差的幂准则 | 65 |
| 3.10 | 存在噪声时的量化以及在数字处理器中数的量化与表示 | 67 |
| 3.11 | 图象编码方法的评述 | 68 |
| 第四章 | 线性变换的离散表示 | 72 |
| 4.1 | 问题的表述和一般方法 | 72 |
| 4.2 | 带限信号的位移不变滤波器的离散表示 | 73 |
| 4.3 | 数字滤波器 | 76 |
| 4.4 | 数字滤波器的传递函数和脉冲响应 | 80 |
| 4.5 | 数字滤波器的边界效应 | 87 |
| 4.6 | 离散傅里叶变换 (DFT) | 90 |
| 4.7 | 位移的、偶与奇的离散傅里叶变换 | 97 |
| 4.8 | 离散傅里叶变换的应用 | 108 |
| 4.8.1 | 卷积的计算 | 108 |
| 4.8.2 | 信号的内插 | 111 |
| 4.9 | 沃尔什变换与相似变换 | 113 |
| 4.10 | 哈尔变换, 矩阵演算的补充原理 | 118 |

| | |
|---|-----|
| 4.11 其他正交变换,一般表示和应用的评述 | 121 |
| 第五章 线性变换算法 | 127 |
| 5.1 离散正交变换的快速算法 | 127 |
| 5.2 快速哈尔变换 (FHT) 算法 | 131 |
| 5.3 快速沃尔什变换 (FWT) 算法 | 134 |
| 5.4 快速离散傅里叶变换 (FFT) 算法 | 141 |
| 5.5 其他快速算法的综述和二维变换的特性 | 147 |
| 5.5.1 截断的 FFT 和 FWT 算法 | 148 |
| 5.5.2 各种变换间的转移矩阵 | 153 |
| 5.5.3 二维变换的计算 | 156 |
| 5.6 组合 DFT 算法 | 157 |
| 5.6.1 实序列的组合 DFT 算法 | 157 |
| 5.6.2 偶和实偶序列的组合 SDFT (1/2, 0) 算法 | 161 |
| 5.7 递归 DFT 算法 | 162 |
| 5.8 减少乘法次数的计算 DFT 和信号卷积的快速算法 | 165 |
| 第六章 数字统计方法 | 168 |
| 6.1 图象的统计描述原理 | 168 |
| 6.2 灰度分布的测量 | 169 |
| 6.2.1 阶梯平滑化 | 171 |
| 6.2.2 用滑动求和的平滑化 | 172 |
| 6.2.3 用正交变换的平滑化 | 172 |
| 6.3 相关函数和谱的估计 | 173 |
| 6.3.1 对局部谱取平均 | 175 |
| 6.3.2 用平滑函数的开窗处理 | 175 |
| 6.3.3 谱的直接平滑化 | 175 |
| 6.4 伪随机数的产生 | 176 |
| 6.5 图象噪声的测量 | 179 |
| 6.5.1 预测法 | 180 |
| 6.5.2 投票法 | 180 |
| 6.5.3 相加性宽带噪声的方差和自相关函数的测量 | 181 |
| 6.5.4 具有窄带谱的周期干扰和其他类型干扰的谐波分量的强度和频率的估计 | 182 |
| 6.5.5 脉冲状噪声,量化噪声和条状噪声的参量估计 | 184 |

| | |
|--------------------------------------|-----|
| 第七章 成象系统的校正 | 185 |
| 7.1 问题的引入 | 185 |
| 7.2 用线性滤波方法抑制相加性噪声 | 186 |
| 7.3 脉冲状干扰的滤波 | 195 |
| 7.4 线性失真的校正 | 198 |
| 7.5 幅度特性曲线的校正 | 205 |
| 第八章 图象增强和预处理 | 210 |
| 8.1 图象的预处理和视觉分析 | 210 |
| 8.1.1 特征处理 | 211 |
| 8.1.2 几何变换 | 212 |
| 8.2 自适应峰值量化 | 212 |
| 8.3 利用图象信号幅度的非线性变换的预处理 | 220 |
| 8.4 线性预处理方法 | 227 |
| 8.5 构成图形表示的方法: 计算机图形学 | 230 |
| 8.6 图象的几何变换 | 234 |
| 8.6.1 双线性插值法 | 236 |
| 8.6.2 利用 DFT 和 SDFT 的插值法 | 236 |
| 第九章 图象中目标坐标的测量 | 238 |
| 9.1 问题的表述 | 238 |
| 9.2 在空间均匀图象中一个准确已知目标的定位 | 242 |
| 9.3 目标中的不确定性, 图象的不均匀性和模糊图象中的定位 | 247 |
| 9.3.1 “费时的”估计器 | 248 |
| 9.3.2 平均目标查找估计器 | 248 |
| 9.3.3 逐块最佳滤波的可调估计器 | 250 |
| 9.3.4 不可调的估计器 | 250 |
| 9.3.5 模糊图象和噪声图象中的定位 | 251 |
| 9.4 最佳定位, 轮廓提取和参考目标的选择 | 252 |
| 9.5 航空和空间照片中基准标的自动检测和提取算法 | 256 |
| 第十章 结束语 | 259 |
| 参考文献 | 262 |

第一章 引言

数字图象处理首先把图象看作是二维信号。作为信息载体的信号其特性是由信息接收器与所传递信息的性质来决定的。在多种多样的二维信号中,视觉所感知的信号是独特的,也许是最难处理的。这种信号就是我们要研究的图象。

视觉是人类最重要的感知之一。人们通过它接收到有关外部世界的大部分信息。正是这个原因,图象在科学与技术以及日常生活中十分重要。

图象通过成象系统形成。成象系统的目的是使不能直接被视觉感知的信息成为可观察的。不管哪种类型的成象系统,例如利用光学、照相、电视、X射线等都由三种类型的装置组成:视频信号传感器,转换和传输视频信号的装置以及图象合成器(图 1.1)^①。

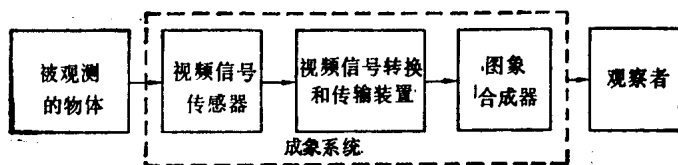


图 1.1 用成象系统对一个物体的观察

传感器直接与被观察的物体作用。图象合成器使信号形成能被视觉直接感知的图象。视频信号的转换和传输装置要与传感器和图象合成器相匹配与连接。

① 在电视技术中“视频信号”这个词指的是通过摄像管扫描而形成的电信号。并当该信号扫描显示屏时,随后产生电视图象。在雷达中此术语有时用来表示在雷达荧光屏上出现的信号。本书中它指携带视觉信息的任何物理形式的信号,因此具有更广的含义。

在这些装置中信号的转换是为了改变它的物理性质，例如将光信号转换为电信号，或将电信号用无线电天线转换为电磁辐射；或为了改变它们的结构，即改变其数学性质。这种划分在某种程度上是任意的，反而是方便的。因为它有可能用数学方法和用物理上的术语(如物质，能量，波长等)来描述不同转换方法间差别的存在。

我们将把图象处理理解为只是视频信号的数学处理。可把图象处理划分为以下几个范畴的任务：

- 1) 成象系统的校正
- 2) 图象预处理
- 3) 信息显示
- 4) 图象自动测量与图象理解
- 5) 图象编码
- 6) 成象系统的模拟

成象系统的校正是对一个实际图象发生器生成的视频信号进行处理，以期得到相应于理想图象发生器的图象。所谓理想情况指的是在该系统中观察者认为被观察的物体与图象之间无差异。也就是说，对观察者来说理想系统产生一个等价于实物的图象。在设计一个图象发生器时，往往利用一定的技术特性来表示对理想系统的要求，如分辨率，测光精确性，背景噪声水平等。那么，一个图象发生器的校正意味着调整系统的特性以满足指定的要求。例如提高离焦图象的锐度，消除模糊和抑制噪声。

理想图象发生器并不一定要产生一个最好地适应视觉分析和信息提取所规定要求的图象。这是由于为满足理想特性的要求，实际上必须在多种任务的要求之间作出某种折中。有时在某些问题中需要对信息进行附加的变换，以便于视觉分析。这包含突出图象的某些特征和细节，同时抑制其他部分；改变图象的空间关系；测量并使数字特征成象等。我们把作为视觉分析一种手段的这种转换称为图象增强和预处理。用于艺术和科学摄影的一些方法，如过度曝光，等密度线与等值线的绘制，伪彩色图象表示等就是例

子。

信息显示就是将信号转换为视觉可感知的图象。它是将一个数值作为另一个量的函数以绘图的形式表示出来，或在照片上以影象分布的形式由两个变量的函数来表示，或者在显示屏上以亮度分布的形式出现。

原则上任何信号都能用某种方式以图象的形式呈现在人们面前。然而对许多关于从信号中抽取信息的问题，能够而且必须用自动装置来解决。我们把这种以图象形式出现，并能用视觉进行分析的信号自动处理，称为图象的自动测量。例如物体的数目与空间位置的自动测量以及它们的检测和分类。

图象编码是为了将图象存入存贮器，或以数字形式通过信道传输所必需的对视频信号的变换。

最后，成象系统的模拟是关于图象处理中新型系统研究和发展的—类课题。

所有这些问题在它们的解决方法以及所采用的技术手段上是紧密相关的。

本书致力于讨论用数字计算技术，通用计算机与专用数字处理器的图象处理方法。数字技术的运用对于用光学，照相和电视等传统的图象处理模拟技术是一种替代。它在灵活性，可编程性，交互控制，处理中的可干预和结果的准确重现方面比模拟技术有很大的优越性。当前数字方法在可靠性和功能的一致性两方面，即在经济效益上优于模拟方法。

虽然用于传输图象的数字表示早在二十年代就提出了，但数字图象处理是在五十年代末、六十年代初才引入的，当时将通用数字计算机应用于模拟成象系统和图象编码方法（文献 1.1—1.5）。随着六十年代末计算机技术的发展，数字计算机也能用于解决图象处理的其他问题。这一点变得越来越清楚了，特别是对成象系统的校正，图象预处理以及在空间技术、物理学、医学诊断和工业无损检验中的图象分类等问题。用数字计算机技术的信息显示已成为计算机科学的一个分支，称为计算机图形学（文献 1.7—1.9）。

到七十年代中期,由于微电子学的发展,专用数字装置和图象处理系统开始利用微型计算机和微型处理器来研制。这些系统主要在地球资源的研究和医学上找到了实际应用。

现在数字图象处理已成为一个专业。本书试图汇集为掌握这个专业所必需的资料。因此,本书分为两部分:第一部分(第二至第六章)为理论基础。第二部分(第七至第九章)给出解决数字图象处理问题的一些具体例子。

第二章叙述以后章节中要用到的信号理论基础。第三至第五章是第一部分的核心,涉及图象的离散化和量化,信号变换的离散表示以及最节省计算机资源的数字变换算法。在这些章节中讨论了信号数字处理的中心问题,即如何构造信号的数字表示以及在数字处理中如何进行变换。

尽管这些问题十分重要,但它们的许多方面,特别是关于二维信号处理问题在文献中的讨论还不充分。由于这个原因,第三至第五章不仅给出了已有的结果,而且从方法论和实用性上提供了有用的新结果。它们包括图象采样的性能分析(3.4节);数字滤波器特性(4.4节);位移离散傅里叶变换(4.7节);用分层的克罗内克(Layered Kronecker)矩阵形式的正交变换表示,它能用矩阵代数对这些变换与相应的快速算法提供统一的处理办法(5.1—5.5节);偶序列的组合离散傅里叶变换的新算法(5.6节)以及计算局部离散傅里叶谱的二维递归算法(5.7节)。

由于本书对图象编码不进行详细的讨论,故在3.11节中根据第三章阐述的基本概念给出了当前运用的或正在研究的图象编码方法的简介。

第六章探讨测量图象的统计特性和随机变量的数字统计方法以及图象和伪随机序列的产生。在进行图象编码和校正成象系统时,通常需要有图象统计特性的知识。在模拟成象系统中也用到伪随机序列。

以上曾提到,本书第二部分叙述了图象处理的具体例子。第七章讨论校正成象系统的问题,它提供校正线性和非线性图象失

真以及消除干扰的方法。其中特别强调了校正算法综合的自适应方法。在这种算法中，根据失真的信号和观察的图象来调整算法中的参数，从而直接估计失真。此外还详细讨论了对实际图象已证明了它的有效性的一些处理方法。第七章给出了从“火星-4号”和“火星-5号”空间站得到的处理图象的主要结果。

第八章阐述图象预处理的一些方法，主要是自动参数调整的非线性和线性算法。还简要地讨论图象的几何变换以及从离散到连续的图象表示时与插值问题的关系。

第九章探讨图象测量问题，即决定特定物体的坐标。由于这个重要的实际问题在文献中还未进行过充分的讨论，故9.2—4节进行这方面的分析。计算机的模拟结果支持了所得到的结论。9.5节介绍这些结果的一些应用。除了第九章以外，第二部分比第一部分更具有描述性的特点。它可以独立于第一部分进行讨论，但第一部分的论述对处理方法提供了透彻的分析，更重要的是，它给出了用于各种问题的方法的一致性评价和方法选择的理由。因此，第一部分的阅读是必需的。

第二章 信号理论基础

本章介绍和说明信号理论的基本概念。在 2.1 节中把信号作为一个数学函数来处理。2.2 节介绍信号空间和相关的概念,包括信号的线性表示。2.3 节评述用于信号线性表示的最通用的基函数系。2.4 节讨论信号的积分表示,其中着重介绍傅里叶变换。2.5 节叙述信号变换的方法以及线性和非线性变换的概念。2.6 节讨论相对于一个离散基的信号线性表示所相应的线性变换离散表达式。2.7 节论述相应于信号积分表示的线性变换表示。最后 2.8 节评述常用的线性算子的例子。

2.1 表示为数学函数的信号

我们用数学模型解析地描述信号和它们的变换。首先把信号看作是一个定义在实际坐标系上的函数。在这个意义上,信号可分为一维(如时间函数),二维(如定义在平面上的一幅图象)或三维(如特征空间的物体)。通常描述信号的数学模型采用标量函数。但有时要运用较复杂的模型,如复函数或矢量函数,譬如用复函数来描写电磁场是十分方便的。为了表示彩色图象,可使用三个分量的矢量函数。可用三至六个分量的矢量来描述多光谱测量的数据。

信号的一个重要通性是信号本身和信号的自变量是一个取值的集合。如果在一个有限或无限的间隔内信号和它的自变量能取任意值,即可取一个无限值集,那么称该信号为连续或模拟信号(通常自然界物体的模拟表示是连续的)。自变量只能取有限值集的信号称为离散信号,而具有有限值集的信号称为量化信号。离散化和量化的信号称为数字化信号。

在离散信号中有一类是周期信号，可用周期函数描述。在一维情况下的定义是

$$a(t + kT) = a(t), \quad (2.1)$$

其中 k 为整数。

当讨论二维信号和多维信号时，把描述信号函数的自变量看作是在一给定坐标系上所定义的矢量。通常根据任务的性质和信号解析描述的简便性来选择坐标系。下面我们讨论二维周期信号的一个例子。

二维周期信号的周期是一个平面图形，不是一线段。如果一个二维信号在一平面上以矩形方式周期重复出现，则采用直角坐标系 (t_1, t_2) 是方便的。在该坐标系中信号可表示为

$$a(t_1, t_2) = a(t_1 + k_1 T_1, t_2 + k_2 T_2). \quad (2.2)$$

如果周期是一个平行四边形，那么可取斜坐标系。在斜坐标系中信号也可用 (2.2) 式表之。如用直角坐标表示该信号，则表示较为复杂：

$$a(t_1, t_2) = a(t_1 + k_1 T_{11} + k_2 T_{21}, t_2 + k_1 T_{12} + k_2 T_{22}), \quad (2.3)$$

其中 $T_{11}, T_{21}, T_{12}, T_{22}$ 是斜坐标轴上相应周期在直角坐标轴上的投影。

用数学方法描述信号时，要考虑到确定性描述和概率统计性描述两种情况。前者认为在每一点上的信号要单个地和相互独立地处理，每一点上的信号值是确定的。然而，经常不可能单独地处理实际物体，往往只在平均的意义上才能测量和计算表征物体的某些宏观参数。在这种情况下要使用概率统计的描述方法。也就是说，把信号看作是抽样函数或信号系综的体现，这时不是对单个信号而是对信号整体作数学描述。

本书是数字图象处理的专著。在图象处理中把图象看作是二维信号，故二维数字信号将是本书的主要研究对象。但数字信号是人为的产物，它是连续信号变换的结果。为了阐明数字信号与它所渊源的连续信号间的关系，我们将讨论连续信号。下面为了简化公式，不管是一维或二维情况都把信号看作是单变量函数，对二

维信号该变量可以看作作为矢量。

2.2 信号空间

用数学方法描述信号时，把信号看作是某函数空间中的点或矢量是方便的。可以认为，信号变换是在函数空间中的映射。在这个意义上，“空间”一词可较形象化地表述信号，并使信号具有几何意义。

最简单的方法是把信号看作是一个线性赋范度量空间的元素，这样做有明确的物理意义。当空间元素间的距离被确定时，则称此空间为度量空间。即按照相对应的一个非负实数 $d(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$ 来配置每对元素，如 \mathbf{a}_1 与 \mathbf{a}_2 。它们满足下列规则：

$$\begin{aligned} d(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) &= 0, \text{ 若 } \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2; \\ d(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) &= d(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1); \\ d(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_3) &\leq d(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) + d(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3), \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中实函数 $d(\cdot, \cdot)$ 称为度量或距离函数。

表 2.1 度量的例子 (其中 T 为变量 t 的区间; $\sup(x)$ 为 x 的上确界, 即 x_i 的最小上界值以及 \oplus 表示模二加法)

| | | |
|------|---------|---|
| 离散信号 | l_N | $d(a_1, a_2) = \sum_{n=0}^{N-1} a_{1n} - a_{2n} $ |
| | l_N^2 | $d(a_1, a_2) = \sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} a_{1n} - a_{2n} ^2}$ |
| | m_N | $d(a_1, a_2) = \max_n a_{1n} - a_{2n} $ |
| | h_n | $d(a_1, a_2) = \sum_{k=0}^{N-1} (a_{1k} \oplus a_{2k})$ |
| 连续信号 | L_T | $d(a_1, a_2) = \int_T a_1(t) - a_2(t) dt$ |
| | L_T^2 | $d(a_1, a_2) = \sqrt{\int_T a_1(t) - a_2(t) ^2 dt}$ |
| | M_T | $d(a_1, a_2) = \sup_T a_1(t) - a_2(t) $ |

前两个条件的要求是显而易见的。条件三称为“三角不等式”，它的意义是：如果两点接近第三点，则该两点一定相互靠近。表 2.1 给出了在泛函和信号分析中最常用的度量。

度量 l_N^2 和它的连续模拟度量 L_T^2 ，以及当 $N \rightarrow \infty$ 和 $T \rightarrow \infty$ 时度量的推广称为欧几里德度量，因为 l_N^2 相应于真实物理空间中的欧几里德度量。

在信号理论中，“距离”的概念是用来度量一个信号与另一个信号间的差别或者用另一个信号表示一个信号时所引起的误差。因此，为了表示信号空间的特征，必须这样选取度量，即用一个数——距离来最好地描述这种差别。

下面给出选取度量的两个例子。第一个例子是两个信号的差别是由相加性的非相关高斯噪声所引起的。为简单计，考虑两个不同的离散信号：

$$a_{2k} = a_{1k} + n_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.5)$$

其中 n_k 是独立随机数的抽样值，它具有正态概率密度函数

$$p(n) = (1/\sqrt{2\pi\sigma}) \exp(-n^2/2\sigma^2) \quad (2.6)$$

其中 σ^2 为方差。 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_2 间的全部差别包含在信号 $\mathbf{n} = \{n_k\}$ 中，它可用多维概率密度函数作完全统计描述

$$p(\mathbf{n}) = p(n_0)p(n_1)\cdots p(n_{N-1}) = (2\pi)^{-N/2}\sigma^{-N} \\ \times \exp\left[-\frac{1}{2}\sigma^2 \sum_{k=0}^{N-1} (a_{2k} - a_{1k})^2\right], \quad (2.7)$$

上式完全由下式的 \mathbf{a}_2 与 \mathbf{a}_1 间的欧几里德距离来定义

$$d(\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_1) = \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} (a_{2k} - a_{1k})^2}, \quad (2.8)$$

欧几里德度量就是用这种方法产生的。

由于两个原因使欧几里德度量广泛应用于信号理论。首先，它计算方便，并且有确定的物理意义（即度量正比于两个信号的能量之差）。其次，当由大量误差的组合效应产生信号间的差别时，欧几里德度量是足够精确的。

• • •