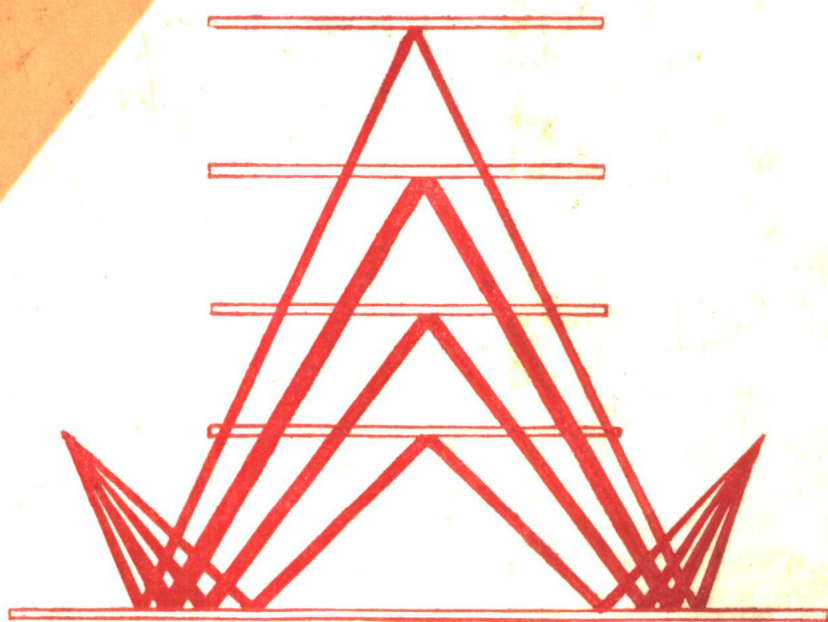


全波震相分析

赵鸿儒 孙进忠 唐文榜 彭一民 著



地震出版社

地震科学联合基金资助

全波震相分析

赵鸿儒 孙进忠 唐文榜 彭一民 著

地震出版社

1991

全貌面相分析

赵鸿儒 孙洪忠 唐文榜 彭一民 著

责任编辑 李 玲

责任校对 耿 艳

世界出版社 出版

北京民族学院南路9号

北京朝阳展望印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

787×1092 1/16 14.75 印张 374 千字

1991年4月第一版 1991年4月第一次印刷

印数 0001—1000

ISBN 7-5028-0424-2/P·271

(812)定价: 25.00元



全波震相分析

作 者 的 话

在对天然地震和人工地震波场的观测中，人们越来越认识到充分利用全弹性波场所蕴含的信息，解决生产、科研所面临的重大课题的必要性，全波震相分析应运而生。从1983年开始，作者以超声地震模型试验为基础，着手对全波震相分析的各种方法进行探索，到1987年底基本完成了这项工作。其间，在1986—1987年，曾得到国家地震局地震科学基金会的资助，为这项工作的顺利完成起到了促进作用，作者由衷地向地震科学基金委员会表示感谢。

本书曾是作者为北京大学、云南大学和中国科技大学地球物理专业讲授模型震相分析课时的主要内容之一，是以北京大学超声地震模型实验室为基地近十年来开展震相识别工作的小结，它包括北京大学、中国地质大学、中国科学院地球物理所，以及其它有关单位的一些研究生、大学生和有关工作人员辛勤工作的成果。

全书共分十一章，其中第十章“全波震相分析与地震勘探”主要介绍国内外多波地震勘探的发展概况；第十一章主要介绍全波震相分析的一些应用成果。其余各章均属全波震相分析的基本内容。书中力求运用数学、物理学、地球物理学、地质学等学科的基本知识，深入浅出地对全波震相分析理论和方法进行系统的论述，每章都附有丰富而翔实的实验成果图示。本书可作为地球物理专业课的参考教材，也可作为地球物理专业及有关专业教师、研究生、大学生及地震模型试验、地震、声波测井、地震勘探、工程地震工作者参考。

本书在写作过程中，得到了张宽一、里宏亮、姚秀云、周大为、曹其平、于淑筠、万志清、陈根藩等同志的大力帮助，在此表示感谢。

由于作者的理论水平和实际工作能力有限，书中错误在所难免，衷心希望读者批评指正。

1988年8月于北京

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 全波震相分析的提出.....	(1)
第二节 弹性波传播的一些问题.....	(4)
1. 弹性波的激发.....	(4)
2. 弹性波的传播.....	(5)
第二章 震源	(18)
第一节 胀缩源.....	(18)
第二节 集中力源.....	(19)
第三节 力偶源.....	(23)
第四节 非无限介质或各向异性介质中激发的地震波.....	(25)
1. 自由表面附近的中心对称压力所激发的波.....	(25)
2. 各向异性介质中激发的地震波.....	(26)
第三章 射线分析	(28)
第一节 射线分析的基本理论.....	(28)
1. 射线是具有实际物理意义的载能束.....	(28)
2. 波前方程和波射线.....	(29)
第二节 均匀介质中的波射线.....	(30)
1. 均匀介质中射线分析的基本原理.....	(30)
2. 空气介质中波射线的实验研究.....	(31)
3. 用作图法进行射线分析.....	(31)
4. 解析法进行射线分析.....	(33)
5. 首波的射线分析.....	(34)
第三节 非均匀介质中的波射线.....	(37)
1. 非均匀各向异性介质中的射线理论.....	(37)
2. 横向均匀各向同性介质中的射线分析.....	(39)
3. 非均匀介质中射线分析的近似方法.....	(43)
第四节 射线分析应注意的问题.....	(45)
第四章 走时分析	(47)
第一节 分层均匀介质模型中波的走时.....	(47)
1. 双层均质模型中的震相走时.....	(47)
2. 多层均质水平界面模型中的震相走时.....	(48)
3. 倾斜界面模型中的震相走时.....	(50)
4. 弯曲界面模型中的震相走时.....	(51)

5. 其他类型的震相走时	(54)
6. 测井模型中的震相走时	(58)
第二节 非均匀介质模型中波的走时简介	(60)
1. 连续介质中波的走时	(60)
2. 梯度层介质中波的走时	(60)
3. 迴折波走时	(61)
4. 横向不均匀介质中的震波走时近似值	(63)
第三节 τ - p 域内各种波的运动学特征	(64)
第五章 体波震相初动方向分析	(66)
第一节 波前位移方向	(66)
第二节 界面上波前位移方向分析	(66)
1. 解析法	(67)
2. 矢量法	(70)
第三节 发射主矢	(71)
第四节 接收换能器与波形初动方向	(73)
第五节 分析实例	(74)
第六章 波形分析	(77)
第一节 波形与观测仪器	(77)
第二节 波形与震源	(78)
1. 爆炸波和机械振动波	(78)
2. 天然地震波的波形特征	(85)
3. 超声模型试验的震源与波形	(91)
第三节 波形与介质	(95)
1. 模型介质的性质与波形	(95)
2. 模型结构与波形	(98)
3. 尺度效应与环境效应	(102)
第七章 振幅分析	(111)
第一节 影响震波振幅变化的因素	(111)
1. 震源与振幅	(111)
2. 介质与振幅	(111)
3. 模型结构与振幅	(113)
4. 波的叠加与振幅	(116)
5. 其他因素	(116)
第二节 非均匀介质及粘弹性介质中波的衰减	(116)
1. 非均匀介质对震波振幅的影响的一些实验结果	(116)
2. 粘弹性介质中波的衰减理论	(119)
第三节 振幅分析的方法	(122)
1. 振幅的观测	(122)

2. 振幅分析的内容和方法	(125)
第四节 振幅分析的应用实例——介质 Q 值的测定	(131)
1. Q 值的定义	(131)
2. Q 值的测定方法	(132)
3. 一些材料 Q 值的试验结果	(138)
第八章 波谱分析	(140)
第一节 关于富里叶谱	(140)
1. 时窗长度与震相	(140)
2. 功率谱和震相	(142)
3. 回波分析	(144)
4. 相位谱的应用	(145)
第二节 最大熵谱分析方法的原理及应用	(149)
1. 熵和谱熵	(150)
2. 最大熵准则谱估计的基本原理	(151)
3. 最大熵谱在模型震相分析中的应用	(154)
第三节 模拟地震反应谱	(157)
1. 地震反应谱和比反应谱	(157)
2. 模拟地震反应谱分析实例	(159)
第四节 与空间和时间相联系的震波瞬态谱	(161)
1. 与空间域相联系的震波瞬态谱	(161)
2. 与时间域相联系的震波瞬态谱	(163)
3. 关于空间-时间域震波瞬态谱的表示	(167)
第九章 质点振动分析	(170)
第一节 震相的质点振动方式	(170)
第二节 质点振动的研究方法	(172)
1. 对接收换能器的要求和标定	(172)
2. 质点振动方式分析的方法	(173)
第三节 质点振动和地震力作用方式	(184)
第四节 质点振动和介质性质	(185)
第十章 全波震相分析与地震勘探	(192)
第一节 多波(全波)勘探的基本问题	(192)
第二节 多波(全波)地震勘探的应用	(194)
1. 横波观测技术	(194)
2. V_s 和 V_p 比值的确定	(195)
3. PP波和SS波运动学解释精度比较	(196)
4. 多波地震勘探用于研究地层、地层尖灭、断层和礁块	(197)
第三节 全弹性波场的正演和偏移	(200)
1. 实际介质中的弹性波场	(200)

2. 超声地震模型试验中的弹性波场.....	(202)
3. 弹性波场的数学模拟.....	(203)
第四节 横波分裂现象的观测.....	(207)
第十一章 全波震相分析应用前景举例.....	(211)
第一节 薄层的研究.....	(211)
第二节 广义多波勘探.....	(215)
第三节 机器自动识别震相.....	(220)
1. 正问题——数学模型校验法.....	(221)
2. 反问题——全波震相分析法.....	(221)
3. 研究现状.....	(224)
参考文献.....	(225)
结束语.....	(228)

第一章 绪 论

全波震相分析是研究地震波场规律的一种理论和方法。

借助于天然或人工震源发射的弹性波，在地面观测波场特征及其变化，以研究地壳结构构造、探测油气、煤和其他矿产赋存情况，开展地震预测、震害研究，水文地质和工程地质调查以及核爆破的监测等，是现今地球物理学中广为应用的方法，它涉及到地震学、勘探地震学、工程地震学等分支学科。它之所以得到广泛应用，首先是社会经济发展的需要。而这些学科本身在理论、方法技术上的日臻完善和发展，则是重要的内在原因。

譬如，世界范围内对石油的需求，促使地震勘探在不长的时期内完成了数字革命，因而在油气勘查中得到广泛应用。近年来，在油气地震勘探中，又进一步提出了从单一的构造探测向岩性探测发展，要求能直接预测油气，这一目标若能实现，将使地震勘探的理论和方法向前推进一大步。

天然地震的观测与地震预测有直接联系，社会经济的发展对预测地震和震害提出了更高的要求，因此需要更详细地研究地震波场的分布及其在地面的特征。研究天然地震还可进一步了解地壳结构构造、地热赋存情况等，从而扩大了其应用领域。

总之，社会经济发展的需要，对地震学的各个应用领域提出了更高的要求，因而将促使其理论和方法技术的发展。

第一节 全波震相分析的提出

地震波场观测之初，人们首先注意的是那些易于识别的震相，随着研究的深入，人们才开始对多个震相加以识别和应用。

如地震观测中，开始利用的震相为直达纵波 $\bar{P}$ 、纵首波 P_n 、反射波 P_{11} 、直达横波 $\bar{S}$ 和面波 R 等，近年来，才对转换波的识别和应用开始了研究。

又如地震勘探中，人们一向习惯于使用比较单一类型的波探测地下构造，并试图探测岩性。观测反射纵波时，将一次反射纵波视为有效波，而将折射波、面波、各种转换波、多次反射波视为干扰波；观测横波时，则希望只观测到反射横波，将纵波视为干扰波。除专门观测转换波的方法之外，尽量不观测转换波。随着勘探中遇到的问题的难度增大，如岩性探测和油气预测的提出，人们开始对波场的复杂性予以注意并开始研究。

声波测井技术发展较快，由原来的利用沿井壁的滑行波测定纵波速度，发展为全波列测井，成功地提取出纵、横波速度，而勿须采用技术复杂的三分量观测。

总之，为了更仔细地研究波场特征，要求充分利用地下介质中传播的各种类型的波所带来的信息，加以综合研究，以更深刻地揭示地下介质的特征。因此，分析、识别完全弹性波的震相，了解弹性波场的特征，用以解决地质地球物理问题，已经提到地震学、勘探地震学、工程地震学等学科的面前。

宏观上,人们把地球视为一弹性体,除水圈和大气圈之外,在其中传播的波有体波(如纵波、横波、转换波等)和面波(如瑞利波、勒夫波等)。在一定条件下,波的传播可用弹性波波动方程来近似。但在一些场合,又将弹性波波动方程简化为声波波动方程。比如,在地震勘探中,常用流体中的声波波动方程来讨论波传播问题。

人们逐渐认识到,单用纵波很难担负起详细探测岩性和结构构造的重任,需要利用横波,甚至是多波和全波。因此,如何充分利用全弹性波场所携带的地下信息,成为地球物理学家的一个重要课题。全波震相分析的提出,为全弹性波场用于解决实际问题架起了桥梁。

全波震相分析是以弹性波传播的理论为基础,对地震波传播特征进行研究的理论和方法。全波震相分析是根据震波的运动学和动力学特征,识别、确认、分析一定持续时间内的震波记录中所含的全部或感兴趣的震相。充分提取震波中所蕴含的信息,是全波震相分析的基本思想。全波震相分析的主要内容包括震源分析、射线路径分析、初动分析、走时分析、振幅和周期分析、波形分析、波谱分析、质点振动分析等。

全波震相分析的建立是以超声地震模型试验事实为基础。因此,初期曾称为全波模型震相分析。

超声地震模型试验,是地震学、勘探地震学和工程地震学研究的有力手段之一,是实验地震学的一个分支。它是以无量纲波动方程的不变性为基础,依据几何尺度和物理参数的相似性为准则的一种实验研究方法。由于超声波自身固有的特性,在实验室中可以建造相当于地质体 10^{-2} — 10^{-7} 倍的模型进行模拟,研究超声波在模型中传播的运动学、动力学特征,进而推断地震波在地质体中的传播特征。

通常,我们称在模型中传播的超声波为震波,在模型上观测所获得的超声波记录图简称为震波记录图,称一个完整波列的记录图为全波(模型)记录图。具有不同振动性质(如纵波和横波)和不同传播路径(如直达波、反射波)的震波在记录图上特定的形态标志称为(模型)震相。震相的时距特征称为运动学特征,而振幅、相位、频率、波谱等特征称为动力学特征。各类震相的特征不仅与模型的结构、传播介质以及震源机制有关,而且还受接收仪器特性的影响。所以在分析模型震相时,不仅要熟悉自己的模型结构,而且还要了解仪器的性能,这样才能较好地识别和确认震相。

在超声地震模型试验中,由于接收仪器特性已知,震源辐射的子波可以预先测定,模型介质的物性参数及模型结构已知,更由于模型介质接近于实际介质且是实际地质模型理想化的结果,因此,能够反映弹性波在实际介质中传播的特征,而且能反映实际介质的主要特征。这样,掌握了超声地震模型中的弹性波场特征,就能理解和掌握实际介质中的弹性波场特征。

不难理解,震相识别和确认,是地震工作者非常重要的基本功,也是掌握弹性波在实际介质中传播特征的重要途径。只有较好识别和确认震相,才能正确理解弹性波传播的全过程,认识弹性波场的复杂特征,并从震波记录中提取所需的震相,进而才能进行后续的一系列研究工作。

在地震模型实验中,遇到的震相远远超过目前地震学、勘探地震学、工程地震学中所用到的那些震相。这些新的震相需要我们去识别、确认,开发它们解决实际问题的功能。许多疑难问题的解决最终可能归结为对当前尚未认识的震相的分析和判别。

实践证明,必须尽可能利用震波记录中所蕴含的全部信息,才能较好地解决科研中的问题,为解决生产中的难题提出新的方法。本书中图7-3-3所示的震波记录照片是1983年研究低速夹层中波场分布时所得的结果之一。在这样的震波模型记录上,人们最感兴趣的问题之一是,每道记录中振幅最大的震相属性是什么?它们是否为同一震相?从那时起,开始有意识地探索全波模型震相分析方法。现在这项研究工作基本完成,已经在地震模型试验中取得了良好的应用效果。

全波模型震相分析不仅为地震模型试验中认识和判别震相提供了可靠的方法,而且还在波谱分析中提出了时间域和空间域瞬态谱的概念,使得波谱分析结果的物理意义更为明确。质点振动分析的引入,为震波动力学特征用于解决地质地球物理问题提供了一条新的途径。

全波震相分析的理论和方法,为地震学、勘探地震学、工程地震学中应用新震相解决新的高难度地质问题奠定了理论基础,提供了新的方法手段,特别是岩性探测中,对于岩石物性及其各向异性的研究具有独特的价值。

近年来,国外竞相研究多波地震勘探和全波地震勘探,大体上有以下几种:

其一,利用的主要震相为直达纵波、直达横波、一次反射纵波、一次反射横波、转换波。比如,分别记录反射纵波、反射横波、转换波记录,互相对比,对介质的结构、性质细致地进行研究。苏联等国家的许多学者作了这方面的试验研究工作,取得了较好的结果。其二,是通过三分量观测,利用横波分裂现象确定岩石各向异性,确定岩石中定向分布的裂隙的方位,从而提高油田产量布置最佳井位。第三种思路,是对全弹性波场同时进行偏移,将弹性波场的各个分量中的各个震相同时偏移到它们的空间位置上去。尽管这一方法还处于理论研究阶段,目前计算机的功能还只能满足二维偏移,但已经预示着地震勘探发展阶段将出现一个飞跃——由利用单波震相向利用多波和全波震相的飞跃。全波震相分析的提出和应用,无疑将促进这一飞跃的实现。

在天然地震中,一直采用多波来研究地球或地质构造问题,并已取得了一定经验。目前,一些学者正在致力于实现震相的机器自动识别,但由于难度较大,至今未见成果发表。在全波模型震相分析研究过程中,也注意了这一问题,采取的路线是,由超声地震模型实验记录分析取得经验后,再从声波全波列测井记录的震相自动提取入手(目前已取得初步成功),进而对地震勘探的记录进行分析(目前正在进行之中),最后应用到天然地震记录分析中去,可望最终实现震相的机器自动识别。

需要指出,全波震相分析是一种实用性很强的理论和方法,是弹性理论在震波记录的分析中的实践,即在弹性波传播理论指导下,认识震波记录的各种震相。但是如何利用这些震相来解决实际问题,在不同应用领域中使用哪些震相,采用何种方法进行分析,则应视情况而定。需要强调指出的是,波传播过程中,质点是在三维空间内振动的。因此,单一分量的震波记录反映介质中弹性波传播的某一侧面,不应将它理解为单一波型的记录(如垂直分量即为纵波记录),而应看到它是由不同类型波的各种震相组成;三分量或多分量震波记录,则从不同的侧面反映了波在实际介质中传播的情况,才可能完整地反映波在介质中传播的真实情况。因此全波震相分析既重视对单分量震波记录中的各种震相的识别和分析,更重视三分量或多分量震波记录的合成和分析。这样,可以大大提高全波震相分析解决地质地球物理问题的能力。

第二节 弹性波传播的一些问题

全波震相分析是以弹性波传播的理论为基础的,因此,必须从弹性波理论出发,认识波的辐射、传播问题。下面将简要介绍有关这方面的问题,但不准备在数学上作详细推导。

1. 弹性波的激发

在地质学、勘探地震学、工程地震学等应用领域中,震源大致有以下三类:力偶源、集中力(或单力)源和点源。

地层错断、大滑坡等可视为力偶源;冲击式机械振动、落重、超声地震模型试验中的集中力状发射换能器等属集中力源;地下核爆炸、井中爆炸、气枪、电火花等可视为点源。

通常,力偶源、集中力源(或称单力源),它们既产生纵波,又产生横波。点源,特别是陆上地震勘探常用的浅井中的爆炸震源,激发的波是比较复杂的,需要加以说明。

人们在讨论爆炸型点源时,常假设在介质中有一空心球,在爆炸瞬时,压力均匀地作用在空心球的内壁上,空心球外介质在此压力作用后,产生弹性振动,从而在介质中形成向周围辐射的球面纵波。

事实上,在这样讨论问题时,有两个假设条件:震源所在的介质必须是均匀完全各向同性的,并能保证压力是完全球对称的。但是,在陆上地震勘探的井中爆炸震源,常常不能满足这些假设条件。震源所在的介质有可能不是均匀完全各向同性的,而且,由于潜水面、自由表面的影响,使应力完全球对称的条件也不能满足。这样,

产生的波一般不会只有纵波,而且还会有横波(通常还有面波)。换句话说,任何不是球面对称的震源,任何近地表或在地面上的震源,或任何在很不均匀介质中的震源,除了产生纵波外,还必然产生横波。

即使介质均匀各向同性,且压力为完全球对称的震源,但是当它位于地表下面的浅处时,依然会产生横波。曾有人用数学模拟方法研究了这种震源的波场。

令震源位于地面以下,其埋深为 $h = (0.125 - 1.0)\lambda_p$,式中, λ_p 为纵波波长。在地面以下深度为 $H = 3\lambda_p$ 的水平剖面上,除了观测到由震源出发的直达纵波和地面反射的纵波形成的复合波之外,还有地面的转换反射波PS,瑞利波,以及一种称为S*波的横波(图1-2-1)。超声地震模型试验也观测到了这些波。

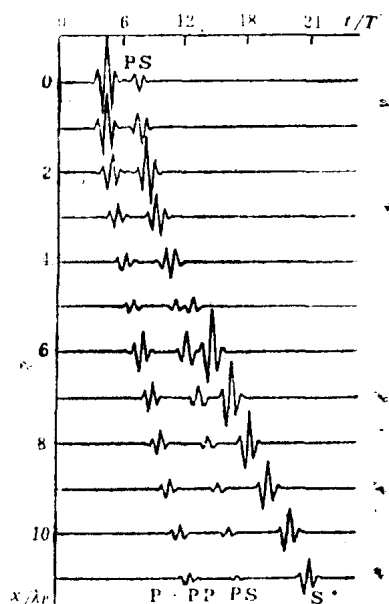


图1-2-1 球形中心压力激发的理论地震波形图(z分量)

震源位于自由表面之下,埋深为 $h = 1/8\lambda_p$,在深度 $H = 3\lambda_p$ 的剖面上观测,第6道与第5道之间,振幅放大5倍,时间值按周期归一同时产生纵波。

在陆上地震勘探中,除了井中、坑中、地面的爆炸震源以外,还有冲击式的机械震源,如可控震源。看来,陆上地震勘探的主要震源,都既能产生纵波,也能产生横波。

在陆上地震勘探中,为了观测到强的横波,还发展了一些专门的横波震源,如图1-2-2所示。事实上,这些震源还会

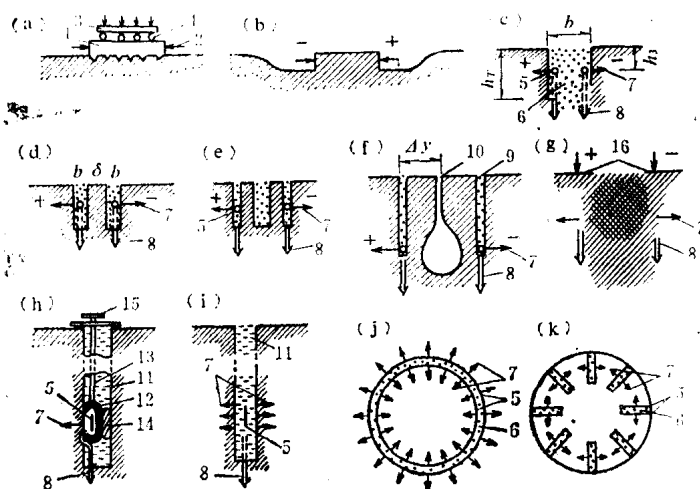


图1-2-2 不同形式的横波震源示意图

(a)通过平板的切向作用力;(b)土壤台阶侧壁上的敲击力;(c)单个壕堑震源;(d)隔墙壕堑震源(δ ——屏障宽度, b ——壕堑宽度);(e)双隔墙壕堑震源;(f)钻井地下爆炸震源;(g)靠近非均匀介质的轴对称作用力;(h)钻井中射孔弹激发;(i)钻井中柱心压力;(j)环状震源(平面图);(k)旋转震源(平面图)1.钉子孔在土中的平板;2.脉冲或连续振动力的方向;3.垂向加重物;4.隔开加重物和平板的装置;5.延时炸药;6.疏松充填物;7,8.激作用力的主要和次要分量;9.充填正式激发炸药的钻孔;10.预先爆炸的钻孔;11.充水钻孔;12.射孔弹(穿甲弹)外壳;13.连接杆;14.推靠装置;15.转动装置

总之,在实际固体介质中的真实震源,很少有纯纵波或纯横波震源,多数震源能同时产生纵波和横波。

2. 弹性波的传播

震源辐射的波在地球内传播,其传播特征受介质特征的制约。

地球介质是很复杂的,但是,当研究地震波在地球介质中的传播特征时,常常根据实际问题所涉及的介质范围和种类,以及对问题研究的程度,而将介质作不同的简化:或将介质视为完全各向同性的弹性体,或视为横向各向同性的分层介质和垂向不均匀介质,或视为各向异性介质,以及双相介质等。

在早期的地震波传播的研究中,常将介质视为均匀各向同性的弹性体。如工程地震学中,曾将地震波对地面的影响,只看成是弹性体的振动,忽视了地下介质结构构造变化对波传播的影响。近年来,随着研究的深入,发现地表覆盖层以下的基岩面起伏对地震波传播产生影响,从而导致地面上不同点在同一地震动的作用下,振动强度和振动方式有较大差异,造成局部地段发生较严重的震害。于是,近来在工程地震学中转而将地下介质当作分层均匀介质,研究其中波场传播特征。

在地震勘探中,前期以构造探测为主,因此将介质视为分层均匀介质。近来,随着岩性探测的发展,对介质的不均匀性给予了特别注意,发现了与油气藏分布有关的岩石不均匀性现象。如,油层中定向分布的裂隙使地层出现各向异性;含有流体的孔隙岩石所形成的“双相介质”与不含流体的“干”岩石存在物性差异。岩石的这些特性会引起地震波传播特征发生一些细微变化。观测并研究波传播特征的这些变化,确定岩石的这些不均匀性,进而细致地研究油气的分布,成为地震勘探最新研究课题之一。

由于对介质性质所作的假设不同,在用数学方法讨论波传播问题时,会出现不同的形式。

波传播的数学描述的不同形式的出现,表明人们对波传播特征的认识不断深化,解决地质地球物理问题的能力和水平不断提高。

以下将简单地列举波传播的数学描述的几种形式。

(1) 均匀各向同性介质中传播的波

当介质是均匀各向同性的,并且模量 λ 和 μ 以及密度 ρ 为常量,这时可用以下的向量方程式来描述波的传播

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{U}(M) - \mu \nabla^2 \vec{U}(M) + \rho \vec{F}(M) = \rho \frac{\partial^2 \vec{U}(M)}{\partial t^2} \quad (1.2.1)$$

式中, $\vec{U}(M)$ ——空间一点 M 的位移向量, $\vec{F}(M)$ ——空间一点 M 的体力。

将 $\vec{U}$ 用标量位 φ 和向量位 ψ 表示,将 $\vec{F}$ 用标量位 Φ 和向量位 Ψ 表示,(1.2.1)式可改写为

$$V_p^2 \nabla^2 \varphi + \Phi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1.2.2)$$

$$V_s^2 \nabla^2 \psi + \Psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

式中, $V_p^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$, $V_s^2 = \mu/\rho$, V_p ——纵波速度, V_s ——横波速度。

如果研究在体力停止作用以后波的传播情况,即 $\vec{F} = 0$, (1.2.2)式可写为

$$V_p^2 \nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1.2.3)$$

$$V_s^2 \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

为了便于计算,通常将(1.2.2)和(1.2.3)的第二个方程中的向量位 ψ 和 Ψ 用它们在三个坐标轴上的投影来代替,如 ψ 的投影为 ψ_x 、 ψ_y 、 ψ_z 和 Ψ 的投影为 Ψ_x 、 Ψ_y 、 Ψ_z 。由此,得到笛卡儿坐标系中的四个标量方程。

由上述讨论可见,如果在均匀无限弹性固体中有一平面波沿着位移向量 $\vec{U}(u, v, w)$ 的 u 分量的方向传播,这时将有 u 方向的纵向运动分量 u 和垂直于 u 方向的横向运动分量 $\sqrt{v^2 + w^2}$ 。前者即为纵波P,后者为横波S,它们分别以速度 V_p 和 V_s 传播,由于 $V_p > V_s$,经过某一时间,在大距离上首先出现的是纵波,随后才是横波。此时,纵波和横波分离开来。

(2) 在分层均匀介质中传播的波

在分层均匀介质中主要是在界面上波会发生反射、透射,还会发生波型的转换。

在讨论此问题时,通常是在二维条件下进行的。将波的传播方向 L 在水平面上的投影作为 x 轴, z 轴铅垂向下,于是 y 方向便确定了。这样,在 xoz 平面内传播的波遇到水平界面时只会产生反射P波、SV波和透射P波和SV波。而SH波入射时,只产生反射SH波和透射SH波,不会发生波型转换。

上述讨论成立的条件必须是介质为完全柱对称的。换句话说, xoz 平面上一个点意味着是沿 y 轴无限延伸的直线; xoz 平面的水平线,代表沿 y 轴无限延伸的水平平面; xoz 面上一个圆,则是沿 y 轴无限延伸的圆柱面。

然而,当观测坐标系统确定以后,波射线在三维空间内取向,或者地下界面与 y 轴有夹角时,情况会变得复杂起来。

在三维空间,平面纵波波前可表示为

$$t - \frac{x\cos(Lx) + y\cos(Ly) + z\cos(Lz)}{V_p} = \text{const}$$

而在上面所定义的柱对称三维空间内, 平面纵波波前则可表示为

$$t - \frac{x\cos(Lx) + z\cos(Lz)}{V_p} = \text{const}$$

或

$$t - \frac{x\cos e - z\sin e}{V_p} = \text{const}$$

式中, e 为 L 与 x 轴的夹角。

在三维空间中, 位移向量 $\vec{U}$ 的三个分量 u 、 v 、 w 都与 φ 和 ψ 有关:

$$\begin{aligned} u &= u_p + u_s = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ v &= v_p + v_s = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial z} \\ w &= w_p + w_s = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \psi_z}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

而在坐标系改变以后的二维问题条件下, $\vec{U}$ 的三个分量中, u 、 w 与 φ 和 ψ 有关, 而 v 仅与 ψ 有关:

$$\begin{aligned} u &= u_p + u_s = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \\ v &= v_p + v_s = 0 + \frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \\ w &= w_p + w_s = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

此时的 v 分量就是人们所说的 SH 波。

(3) 二维垂向不均匀介质中的波传播

所谓垂向不均匀介质是指横向各向同性, 而在垂向上物性变化的介质。这种假设可以用来模拟地球深处的岩石, 长期处于上覆重量作用下被压实而引起垂直方向和水平方向弹性性质差异, 而且在垂直方向上, 由于深度不同, 承压情况有变化, 岩石性质有变化, 而形成在垂直方向上的力学性质的变化。

在二维假设条件下, 令 (1.2.5) 式中的 $\psi_y = -\psi$, 可得到:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ w &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned}$$

令

$$\theta = \nabla^2 \varphi, \quad \xi = \nabla^2 \psi$$

在波速随深度变化的条件下

$$V_p = V_p(z), \quad V_s = V_s(z)$$

可以得到如下形式的波动方程

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= (V_p(z))^2 \nabla^2 \theta + 4V_p(z) \frac{\partial V_p(z)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial x} \\
&\quad + 2 \left\{ \left(\frac{\partial V_p(z)}{\partial z} \right)^2 + V_p(z) \frac{\partial^2 V_p(z)}{\partial z^2} \right\} \theta - 4 \left\{ \left(\frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + V_s(z) \frac{\partial^2 V_s(z)}{\partial z^2} \right\} \frac{\partial u}{\partial x} \\
\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= (V_s(z))^2 \nabla^2 \xi + 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z} - 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 \left\{ \left(\frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + V_s(z) \frac{\partial^2 V_s(z)}{\partial z^2} \right\} \xi - 4 \left\{ \left(\frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \right)^2 + V_s(z) \frac{\partial^2 V_s(z)}{\partial z^2} \right\} \frac{\partial v}{\partial x}
\end{aligned} \quad (1.2.6)$$

由(1.2.6)式可看出, P波和SV波在传播过程中是以相当复杂的形式相互耦合在一起的。

当介质的垂向速度梯度不大时, 可略去(1.2.6)式中速度的二阶导数及速度导数的二次项, 得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= (V_p(z))^2 \nabla^2 \theta + 4V_p(z) \frac{\partial V_p(z)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} + 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial x} \\
\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= (V_s(z))^2 \nabla^2 \xi + 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z} - 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial x}
\end{aligned} \quad (1.2.7)$$

当波的传播方向近于垂直时, (1.2.7)式中可略去 θ 和 ξ 对 x 的偏导数, 得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= (V_p(z))^2 \nabla^2 \theta + 4V_p(z) \frac{\partial V_p(z)}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial z} \\
\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= (V_s(z))^2 \nabla^2 \xi + 4V_s(z) \frac{\partial V_s(z)}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z}
\end{aligned} \quad (1.2.8)$$

这表明, 在二维假设条件下, 在波近于垂直入射时, 纵波和横波的传播是解耦的。

(4) 三维横向各向同性介质中的波传播

横向各向同性介质, 即上面所述的垂向不均匀介质, 有的文献称为准各向异性介质, 其应力和应变的关系是由5个弹性模量确定的:

$$\begin{cases}
\tau_{xx} = (A - 2N)\gamma_{xx} + A\gamma_{yy} + F\gamma_{zz}, \tau_{xy} = N\gamma_{xy} \\
\tau_{yy} = (A - 2N)\gamma_{yy} + A\gamma_{xx} + F\gamma_{zz}, \tau_{yz} = L\gamma_{yz} \\
\tau_{zz} = F\gamma_{zz} + F\gamma_{xx} + C\gamma_{yy}, \tau_{xz} = L\gamma_{xz}
\end{cases} \quad (1.2.9)$$

式中, A 、 N 、 F 、 L 、 C 分别为横向各向同性介质的弹性参数。

前面讨论垂向不均匀介质时, 是用速度的垂向变化 $V_p = V_p(z)$, $V_s = V_s(z)$ 来描述介质的不均匀性。在横向各向同性情况下, 弹性关于垂直轴对称, 即在 zox 和 zoy 平面内弹性波性质相同。此时, $L = \mu_1$ 是垂直平面内的剪切模量, 而 $N = \mu$ 是水平面 xoy 面内的剪切模量。对于地球, 水平面内的模量一般比垂直面内的模量稍大。

由应力-应变关系式和运动方程, 可以得到三维横向各向同性介质中关于位移向量 $\vec{U}$ 的三个分量 u 、 v 、 w 的波动方程:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + N \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + L \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (A-N) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (F+L) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= A \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + N \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + L \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (A-N) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (F+L) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (F+L) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (F+L) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} + L \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + L \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + C \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} - l_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} - l_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \Lambda}{\partial x} \\ w &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + l_0 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.11)$$

式中, φ 、 ψ 、 Λ 为势位函数。将(1.2.11)式代入(1.2.10)式, 得到势位函数的波动方程

$$\begin{aligned} & A \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + L \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial z^2} + A \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y^2} + (F+L) \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y \partial z^2} - \rho \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial t^2} - l_0 \left[A \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^3 \partial y} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{\partial^4 \psi}{\partial x \partial y^2 \partial z} \right) + L \frac{\partial^4 \psi}{\partial x \partial z^3} - (F+L) \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y \partial z} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^3 + \partial z} \right) - \rho \frac{\partial^4 \psi}{\partial x \partial z \partial t^2} \right] \\ & \quad + N \left(\frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial y^3} \right) + L \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x \partial z^2} - \rho \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial y \partial t^2} = 0 \\ & (A-N) \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} + A \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} + (F+2L) \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y \partial z^2} - \rho \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y \partial t^2} - l_0 \left[(A+F+L-N) \right. \\ & \quad \left. \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y \partial z} + (A+F+L) \frac{\partial^4 \psi}{\partial y \partial z^3} - \rho \frac{\partial^4 \psi}{\partial x \partial z \partial t^2} \right] + (A-2N) \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x^2 \partial y} - N \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x^3} \\ & \quad - A \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x \partial z^2} + \rho \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x \partial t^2} = 0 \\ & (F+L) \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^2 \partial z} \right) + L \left(\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial z} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right) + C \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z^3} - \rho \frac{\partial^3 \varphi}{\partial z \partial t^2} - l_0 \left[(F \right. \\ & \quad \left. + L) \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y \partial z} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} \right) + L \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} - \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^3 \partial z} \right) + C \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial z^2} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} \right) - \rho \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial t^2} - (F+L) \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x \partial y \partial z} + F \frac{\partial^3 \Lambda}{\partial x \partial y^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

由(1.2.12)式可见, 无论是 φ , ψ , 还是 Λ 均不能满足波动方程, φ , ψ , Λ 只有在一定形式的耦合下才可以满足波动方程。换句话说, 在三维横向各向同性介质中P波、SV波、SH波是同时并存、不可分离的。在传播过程中遇界面时, 这三种波还会发生互相转换。

(5) 各向异性介质中的波传播

上面仅就较简单的一种非均匀介质的波传播问题进行了讨论。在这种较简单的情况下,