

全国建设职业教育系列教材

电气安装 基本计算

全国建设职业教育教材编委会

中国建筑工业出版社

全国建设职业教育系列教材

电气安装基本计算

全国建设职业教育教材编委会

邓立功 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

电气安装基本计算 / 全国建设职业教育教材编委会编 .

北京: 中国建筑工业出版社, 2000. 10

全国建设职业教育系列教材

ISBN 7-112-04191-0

I. 电 ... II. 电 ... III. 建筑-电气设备-设备安装-
计算-职业教育-教材 IV. TU758.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 42163 号

全国建设职业教育系列教材
电气安装基本计算
全国建设职业教育教材编委会
邓立功 主编

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店总店科技发行所发行
北京建筑工业出版社印刷

*

开本: 787 × 1092 毫米 1/16 印张: 14 3/4 字数: 357 千字

2000 年 10 月第一版 2000 年 10 月第一次印刷

印数: 1—2000 册 定价: 22.00 元

ISBN 7-112-04191-0
G·319(9672)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本书围绕电气安装施工的需要,在学习专业数学基础和物理计算知识的基础上,介绍了直流电路、电容器、电磁的基本知识以及单相交流电路、三相交流电路、电工常用仪表、整流电路、电机与供电等方面的计算知识。

本书在阐明基本理论的基础上,注意理论联系实际,列举了较多的例题,各章后面附有习题,帮助读者正确掌握和熟练运用电工计算的方法和公式,满足实际工作的需要。

本书是建筑类技工学校、职业高中等学校电气安装专业的教材,也可作为电气安装岗位培训教材,还可供一线施工技术和管理人员学习、参考。

“电气安装”专业教材(共四册)

总主编 沈 超

《电气安装基本计算》

主 编 邓立功

参 编 孙俊英 张文良 吴建宁

陈胜生 张凌辰

全国建设职业教育系列教材(电气安装和管道安装专业)

编审委员会名单

主任委员：荣大成

副主任委员：董安徽 沈元勤

委员：(按姓氏笔画为序)

邓立功 李 宣 李柏年 刘大宇

沈 超 金 亮 张江南 张建成

张金和 秦 飙 谢忠钧

顾问：德国汉斯·赛德尔基金会职业教育专家威茨勒(Wetzler), 法赛尔(Fasser)

序

随着我国国民经济持续、健康、快速的发展,建筑业在国民经济中的支柱产业地位日益突出,对建筑施工一线操作层实用人才的需求也日益增长。为了培养大量合格的人才,不断提高人才培养的质量和效益,改革和发展建筑业的职业教育,在借鉴德国“双元制”职业教育经验并取得显著成效的基础上,在赛德尔基金会德国专家的具体指导和帮助下,根据《中华人民共和国建设部技工教育专业目录(建筑安装类)》并参照国家有关的规范和标准,我们委托中国建设教育协会组织部分试点学校编写了建设类“建筑结构施工”、“建筑装饰”、“管道安装”和“电气安装”等专业的教学大纲和计划以及相应的系列教材。教材的内容,符合建设部 1996 年颁发的《建设行业职业技能标准》和《建设职业技能岗位鉴定规范》的要求,经审定,现印发供各学校试用。

这套专业教材,是建筑安装类技工学校和职业高中教学用书,同时适用于相应岗位的技能培训,也可供有关施工管理和技术人员参考。

各地在使用本教材的过程中,应贯彻国家对中等职业教育的改革要求,结合本地区的实际,不断探索和实践,并对教材提出修改意见,以便进一步完善。

建设部人事教育司

2000 年 6 月 27 日

前 言

“电气安装”专业教材是根据《建设系统技工学校建安类专业目录》和二元制教学试点“电气安装”专业教学大纲编写而成。该套教材突破传统教材按学科体系设置课程,以及各门课程自成系统的编排方式,依据建设部《建设行业职业技能标准》对培养中级技术工人的要求,遵循教育规律,按专业理论、专业计算、专业制图和专业实践四大部分分别形成《电气安装基本理论知识》、《电气安装基本计算》、《电气安装识图与放样》和《电气安装实际操作》四门课程。

本套教材教学内容具有实用性和针对性,与传统教材相比,教材编排新颖,便于教学。通过学习和实际操作训练,学生毕业后能达到上岗操作的要求。

《电气安装基本计算》一书主要围绕电气安装施工的需要,在学习专业数学基础和物理计算知识的基础上,介绍了直流电路、电容器、电磁基本知识以及单相交流电路、三相交流电路、电工常用仪表、整流电路、电机与供电等方面的计算知识。本书在阐明基本理论的基础上,注意理论联系实际,列举了较多的例题,帮助读者正确掌握和熟练运用电工计算的方法和公式,满足电工计算工作的需要。各章后面附有习题供学生课堂练习及课外作业选用。

《电气安装基本计算》一书由邓立功、孙俊英、陈胜生、张凌辰、吴建宁、张文良编写,邓立功主编;中国建筑第八工程局安装公司教授级高级工程师杨纯才主审。

本套教材在编写中,建设部人事教育劳动司有关领导给予了积极有力的支持,并做了大量组织协调工作。德国赛德尔基金会及其派出的教育专家威茨勒(Wetzler)先生在多方面给予了大力的支持和指导。南京市建筑职业技术教育中心作为学习“二元制”最早的单位,提供了许多有益的经验 and 有价值的资料。各参编学校领导对教材的编写给予了极大的关注和支持。在此,一并表示衷心的感谢。

由于二元制的试点工作尚在逐步推广过程中,本套教材又是一次全新的尝试,加之编者水平有限,编写时间仓促,书中定有不少缺点和错误,恳切希望读者给予批评指正。

目 录

第1章 数学基础.....	1	4.4 电容器的额定电压.....	91
1.1 数的运算	1	4.5 RC电路充放电时间	92
1.2 式的恒等变形	3	第5章 电磁基本知识与计算	95
1.3 方程.....	10	5.1 磁场对通电导线的作用力.....	95
1.4 函数与函数图像.....	14	5.2 磁场对通电平面线圈的作用 力矩.....	95
1.5 三角函数及其应用.....	17	5.3 法拉第电磁感应定律的有关 计算.....	96
第2章 物理计算知识	29	第6章 单相交流电路的计算	99
2.1 国际单位制(SI).....	29	6.1 正弦交流电的基本概念.....	99
2.2 量度和量度单位.....	30	6.2 交流电的表示法	102
2.3 直线运动.....	35	6.3 纯电阻电路	106
2.4 力的合成与分解.....	42	6.4 纯电感电路	107
2.5 运动和力.....	44	6.5 纯电容电路	109
2.6 曲线运动.....	46	6.6 电阻和电感的串联电路	111
2.7 物体的平衡.....	48	6.7 电阻和电容的串联电路	115
2.8 功和能.....	51	6.8 电阻、电感和电容的串联电路	117
2.9 振动和波.....	57	6.9 提高功率因数的计算	120
2.10 热和功 能量守恒定律	60	第7章 三相交流电路的计算.....	123
2.11 静电场	61	7.1 三相负载的星形连接	123
第3章 直流电路的计算	65	7.2 三相负载的三角形连接	126
3.1 电流强度及电压的有关计算.....	65	7.3 三相电路的功率计算	128
3.2 电阻的计算.....	67	第8章 电工常用仪表中的有关计算	132
3.3 欧姆定律.....	70	8.1 误差计算	132
3.4 电功及电功率的计算.....	72	8.2 准确度、灵敏度的计算.....	134
3.5 串联电路的计算.....	76	8.3 电工仪表的标志	136
3.6 并联电路的计算.....	79	8.4 电表的倍率	139
3.7 混联电路的计算.....	81	第9章 整流电路的计算.....	146
3.8 仪表量程的计算.....	85	9.1 单相整流电路的计算	146
3.9 电路中各点电位的计算.....	87	9.2 三相整流电路的计算	153
第4章 电容器的有关计算	89	第10章 机电设备与供电简明应用	
4.1 电容器的电容量.....	89		
4.2 平行板电容器的容量计算.....	89		
4.3 电容器的串联、并联及混联的 计算.....	90		

计算	157	10.5 低压保护电器的选择计算.....	178
10.1 交、直流电动机的计算	157	10.6 导线、电缆截面的选择	188
10.2 变压器的计算.....	160	10.7 接地和防雷有关计算.....	215
10.3 需要系数法确定计算负荷.....	165	参考文献	227
10.4 用电设备尖峰电流的计算.....	177		

第1章 数 学 基 础

电工技术上的许多问题,要通过计算来解决,这就要用到初等数学的许多知识。本章内容有数的运算、式的恒等变形、方程、函数、三角函数、正弦函数的图像和性质等方面的应用计算知识。所学内容大体上反映了电工专业课对初等数学的基本要求,每部分都配有一定数量的例题和习题,以基本练习为主,力求巩固所学的基础知识并在实际计算中学会应用。

学习专业计算的基本知识,要正确理解并能熟练运用。

1.1 数的运算

本节用代数的方法,概括出数学运算的一般规律及各种运算之间互相转化的规律,为今后的学习做一些必要的准备。

1.1.1 基本运算定律

(1) 交换律 $a + b = b + a$

$$ab = ba$$

(2) 结合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$(ab)c = a(bc)$$

(3) 分配律 $(a + b)c = ac + bc$

1.1.2 关于运算的相互转化

(1) 加与减的相互转化

加上一个数等于减去这个数的相反数:

$$a + b = a - (-b)$$

减去一个数等于加上这个数的相反数:

$$a - b = a + (-b)$$

(2) 乘与除的相互转化

除以一个不为零的数等于乘上这个数的倒数:

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

乘上一个不为零的数等于除以这个数的倒数:

$$ab = a \div \frac{1}{b}$$

掌握各种运算之间互相转化的规律,是

1.1.3 实数的运算规则(见表 1-1)

实数的运算规则

表 1-1

运算	同 号		异 号	
	绝对值	符 号	绝对值	符 号
加	相加	不变	大减小	取绝对值大的
乘	相 乘	为 正	相 乘	为 负

【例 1-1】 如果规定向东移动为正,用实数加法计算物体两次移动的结果。

(1) 物体先向西移动 2m,再向西移动 3m;

(2) 物体先向东移动 2m,再向西移动 1m;

(3) 物体先向西移动 8m,再向东移动 8m。

【解】 向东为正,向西就为负,所以:

(1) $(-2) + (-3) = -(2+3) = -5$;

(2) $(+2) + (-1) = +(2-1) = +1$;

(3) $(-8) + (+8) = 0$ 。

答: (1) 向西移动了 5m;

(2) 向东移动了 1m;

(3) 仍在原处。

【例 1-2】 如果把流入节点的电流定为正值,流出节点的电流定为负值(见图 1-1)。求四个电流之和。

【解】 流入 a 点的电流取正值:

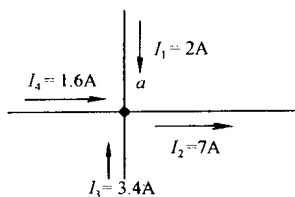


图 1-1 节点电流

$$I_1 = 2\text{A}, I_3 = 3.4\text{A}, I_4 = 1.6\text{A};$$

流出 a 点的电流取负值:

$$I_2 = -7\text{A}$$

所以电流的代数和:

$$\begin{aligned} & I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \\ &= (+2) + (-7) + (+3.4) + (+1.6) \\ &= +(2-7+3.4+1.6) \\ &= +(2-7+5) \\ &= 0 \end{aligned}$$

【例 1-3】 计算温差: $t = a - b$ 。

当 $a = 16^\circ\text{C}$, $b = 20^\circ\text{C}$ 时

$$t = 16 - 20 = 16 + (-20) = -4^\circ\text{C};$$

当 $a = 16^\circ\text{C}$, $b = -20^\circ\text{C}$ 时

$$t = 16 - (-20) = 16 + 20 = 36^\circ\text{C}。$$

【例 1-4】 计算:

$$(1) (-25) \times 73 \times (-4);$$

$$(2) \left[\left(-\frac{5}{6} \right) + \frac{2}{3} \right] \div \left(-\frac{7}{12} \right) + (-7) \div 1\frac{3}{4}$$

【解】 (1) 应用交换律和结合律

$$\begin{aligned} & (-25) \times 73 \times (-4) \\ &= 73 \times (-25) \times (-4) \\ &= 73 \times 100 = 7300 \end{aligned}$$

(2) 这是一道有理数四则混合运算题, 运算顺序是:

先乘、除, 后加、减; 先括号内, 后括号外; 先小括号, 再中括号, 后大括号。

$$\begin{aligned} & \left[\left(-\frac{5}{6} \right) + \frac{2}{3} \right] \div \left(-\frac{7}{12} \right) + (-7) \div 1\frac{3}{4} \\ &= \left(-\frac{1}{6} \right) \div \left(-\frac{7}{12} \right) + (-7) \div \frac{7}{4} \\ &= \left(-\frac{1}{6} \right) \times \left(-\frac{12}{7} \right) + (-7) \times \frac{4}{7} \\ &= \frac{2}{7} - 4 = -3\frac{5}{7} \end{aligned}$$

小 结

1. 关于数的基本运算定律、运算规则及运算顺序, 今后学习时经常要用到, 要正确理解并能熟练运用。

2. 减法是加法的逆运算, 除法是乘法的逆运算。掌握各种运算之间互相转化的规律, 是学习专业计算的基础, 要求正确理解并学会运用。

习 题

1. 用简便方法计算:

$$(1) \left(-\frac{5}{9} \right) (701) \left(-1\frac{4}{5} \right);$$

$$(2) \left(\frac{1}{15} + \frac{7}{10} \right) \times 30;$$

$$(3) (-2.66) + 3.75 + (-4.34) + 3.25$$

2. 计算 $a + b + c$ 的值:

$$(1) a = -5.6, b = 9.9, c = -0.8;$$

$$(2) a = 6.7\text{V}, b = -4.2\text{V}, c = 1.9\text{V};$$

$$(3) a = 30\text{mA}, b = 25\text{mA}, c = -16\text{mA};$$

$$(4) a = -\frac{1}{3}\text{kW}, b = 0\text{kW}, c = 2\text{kW}$$

3. 把下列减法化为加法, 并算出结果:

$$(1) -9\text{V} - 2\text{V}; \quad (2) -9\text{V} - (-2\text{V});$$

$$(3) 0 - \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}$$

4. 把下列加法化为减法,并算出结果:

$$(1) 100\text{W} + (-5\text{W}); \quad (2) -16\text{A} + 72\text{A};$$

$$(3) 15\text{V} + 0\text{V} + (-4.5\text{V})$$

5. 把下列各式写成代数和的形式:

$$(1) (-9\text{V}) - (-1.5\text{V}) - (+3\text{V}) - (0.6\text{V});$$

$$(2) \left(-\frac{1}{5}\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right)$$

6. 计算:

$$(1) (-32) \div 2 \frac{1}{4} \times \frac{4}{9};$$

$$(2) (-8.5) - [(-6.2) + 6.5 - (-7.2)]$$

7. 已知 $U=4$, $V=36$, $W=-20$, 计算:

$$(1) U(V+W); \quad (2) U(V-W)$$

8. 已知 $a=7.5$, $b=23.1$, 计算:

$$(1) 27a - 5b + 73a - 15b; \quad (2) 6a + 2b - 2(a-b)$$

1.2 式的恒等变形

1.2.1 比和比例

比和比例是专业课程中的一个重要课题。在电工计算中,常常要用到比和比例来描述物理概念和定律在量方面的关系。

(1) 基本性质

$a:b=c:d$ 可写成 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 称为比例式,简称为比例。其基本变形为:内项积等于外项积,即

$$ad = bc$$

(2) 更比公式

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

(3) 合比公式

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

(4) 分比公式

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

(5) 百分比

用来表示一个数 a 是另一个数 b 的百分之几的比。用 $\frac{a}{b} \times 100\%$ 来表示。

百分比常用来表示相关量之间的关系,如机械效率、变压器效率、电机的效率的计算。

(6) 正比与反比

1) 成正比的两个量 a 与 b , 它们的比值是一个不等于零的常量 k , 满足关系

$$\frac{b}{a} = k \quad \text{或} \quad b = ka$$

2) 成反比的两个量 a 与 b , 它们的乘积是一个不等于零的常量 k , 满足关系

$$ab = k \quad \text{或} \quad b = \frac{k}{a}$$

【例 1-5】 有一台电动机, 它的铭牌上标出的输出功率是 7kW , 效率是 86% , 问电动机内部的损失功率是多少?

【解】 电动机的效率等于电动机的输出功率与电动机的输入功率的百分比。

$$\text{即 效率 } \eta = \frac{P_{\text{出}}}{P_{\text{入}}}$$

$$\text{所以 } P_{\text{入}} = \frac{P_{\text{出}}}{\eta} = \frac{7}{0.86} = 8.14\text{kW}$$

$$\text{损失功率 } \Delta P = P_{\text{入}} - P_{\text{出}}$$

$$= 8.14 - 7 = 1.14\text{kW}$$

【例 1-6】 有三个电阻器串联后接在 $U=220\text{V}$ 的电源上, 如果加在各电阻器上的

电压按

$U_1:U_2:U_3=1:2:19$ 的比例分配,计算每个电阻上的电压各是多少?

【解】 这种形式的比称为连比。设总份数是

$$n=1+2+19=22$$

$$\text{则每一份电压 } U_0 = \frac{U}{n} = \frac{220}{22} = 10\text{V}$$

$$\text{所以 } U_1 = 1 \times U_0 = 10\text{V}$$

$$U_2 = 2U_0 = 2 \times 10 = 20\text{V}$$

$$U_3 = 19U_0 = 19 \times 10 = 190\text{V}$$

1.2.2 常用乘法公式

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(4) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

【例 1-7】 用乘法公式计算 103×97

【解】 因为 $103=100+3$, $97=100-3$, 利用平方差公式有:

$$\begin{aligned} 103 \times 97 &= (100+3)(100-3) \\ &= 100^2 - 3^2 = 9991 \end{aligned}$$

【例 1-8】 用乘法公式计算 $(-a-2b)^2$

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (-a-2b)^2 &= [- (a+2b)]^2 = (a+2b)^2 = a^2 \\ &+ 4ab + 4b^2 \end{aligned}$$

以上乘法公式要记熟,以便灵活应用。

1.2.3 分式

在电工计算中常遇到除式中含有变数字母的有理式,如 $\frac{Q}{t}$ 、 $\frac{E}{R+r}$ 等,都称为分式。

有些数量关系虽然是用整式表示的,但在解题过程中也常需要通过公式变形用分式进行运算。例如,当我们知道 $Q = I^2 R t$,若

已知 Q 、 I 、 R ,欲求 t 时,就有 $t = \frac{Q}{I^2 R}$ 。

(1) 分式的基本性质

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$$

m 是不等于零的代数式。分式的基本性质是分式恒等变形的的基础。

【例 1-9】 不改变分式的值,把分子和分母的系数都化为整数:

$$\begin{aligned} 1) \frac{0.25x+0.5y}{2x-0.75y} &= \frac{x+2y}{8x-3y} \\ 2) \frac{\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b}{\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b} &= \frac{\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right) \times 6}{\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right) \times 6} \\ &= \frac{2a-3b}{2a+3b} \end{aligned}$$

(2) 分式的运算法则

$$\begin{aligned} \text{加减法 } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} &= \frac{a \pm c}{b} \\ \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} &= \frac{ad \pm cb}{bd} \end{aligned}$$

$$\text{乘法 } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\text{除法 } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\text{乘方 } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

(3) 繁分式的化简

运用分式的除法或分式的基本性质,把分子、分母化为整式。

【例 1-10】 当两个电阻并联时(图1-2),总电阻 R 与分电阻 R_1 、 R_2 之间有关系 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$,试求总电阻 R ,并计算当 $R_1=40\Omega$, $R_2=60\Omega$ 时, R 的值。

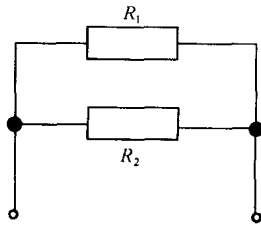


图 1-2 电阻并联

$$\text{【解】 } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$= \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

$$\text{所以 } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{当 } R_1 = 40\Omega, R_2 = 60\Omega \text{ 时}$$

$$R = \frac{40 \times 60}{40 + 60} = 24\Omega$$

1.2.4 根式

包含开方运算的代数式叫根式,在电工计算中也经常会遇到这种运算。

(1) 根式基本性质(a, b 为正数):

$$1) \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

$$2) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b};$$

$$3) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

(2) 根式的运算和化简

根式的运算和化简时,常用到:根式基本性质;合并同类项;化去分母中的根号。

【例 1-11】把根号内的因式移到根号外,使被开方数的每一个因式的指数都小于根指数。

$$(1) \sqrt{4a^3b}; \quad (2) \sqrt{18}.$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (1) \sqrt{4a^3b} &= \sqrt{4a^2 \cdot ab} \\ &= \sqrt{4a^2} \cdot \sqrt{ab} \\ &= 2a \sqrt{ab}; \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{【例 1-12】化简: (1) } \sqrt{\frac{1}{3}}; (2) \frac{5}{\sqrt{20}};$$

$$(3) \sqrt[3]{a^2b^2}$$

$$\text{【解】 } (1) \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1 \times 3}{3 \times 3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3};$$

$$(2) \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{5}{\sqrt{4 \times 5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$(3) \sqrt[3]{a^2b^2} = \sqrt[3]{ab}$$

注意:能约简的约简,有因式可以提到根号外的全提出,根号内有分母的全化去。

$$\text{【例 1-13】已知 } \sqrt{2} = 1.414, \sqrt{3} =$$

1.732, 计算

$$(1) \sqrt{27}; (2) \sqrt{6}; (3) \sqrt{200}; (4) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (1) \sqrt{27} &= \sqrt{3 \times 9} = \sqrt{3} \times \sqrt{9} \\ &= 3\sqrt{3} = 5.196; \end{aligned}$$

$$(2) \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2.449;$$

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{200} &= \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{2} = 14.14; \end{aligned}$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.414}{2} = 0.707$$

注意:使分母有理化,然后再计算才方便。

1.2.5 指数及其运算

1.2.5.1 指数概念

A. 正整数指数幂

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}} \quad (n \text{ 是正整数})$$

B. 零指数幂

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

C. 负整数指数幂

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \text{ 是正整数})$$

$$\text{【例 1-14】计算: (1) } (1999)^0; (2) \left(-\frac{2}{7}\right)^0; (3) 2^{-1}; (4) a^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{【解】 } (1) (999)^0 &= 1; \quad (2) \left(-\frac{2}{7}\right)^0 = 1; \\ (3) 2^{-1} &= \frac{1}{2}; \quad (4) a^{-2} = \frac{1}{a^2} \end{aligned}$$

D. 分数指数幂

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}, n > 1)$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}, n > 1)。$$

$$\text{【例 1-15】计算: (1) } 100^{\frac{1}{2}}; (2) 27^{\frac{2}{3}}; (3) 4^{\frac{1}{2}}; (4) 100^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{【解】 } (1) 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10;$$

$$(2) 27^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^2} = 9;$$

$$(3) 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2;$$

$$(4) 100^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

1.2.5.2 指数的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

(a, b 为正数, m, n 为实数)

【例 1-16】 计算下列各式:

$$(1) \left(\frac{1}{R}\right)^{-n}; (2) \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$$

【解】 (1) $\left(\frac{1}{R}\right)^{-n}$
 $= (R^{-1})^{-n} = R^{(-1) \times (-n)}$
 $= R^n;$

$$(2) \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{-\frac{3}{4}} = \frac{2^{-3}}{3^{-3}} = \frac{27}{8}$$

$$= 3 \frac{3}{8}$$

1.2.5.3 关于科学记数法

在工程计算和科学技术中,常常把一个很大或很微小的数写成 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n 是整数)的形式,叫做科学记数法。

例如,无线电波的传播速度约为每秒钟 30 万 km,可写成 $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。

氢核的半径是 $\underbrace{0.00 \cdots 027 \text{ cm}}_{13 \text{ 个 } 0} = 2.7 \times$

10^{-13} cm 。

【例 1-17】 用科学记数法表示下列各数:

$$(1) 1 \text{ pF} = 0.000 \ 000 \ 000 \ 001 \text{ F}$$

$$(2) \text{地球的质量 } M \text{ 约为 } \underbrace{600 \cdots 0 \text{ kg}}_{24 \text{ 个 } 0}$$

【解】 (1) $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$

$$(2) \text{地球的质量 } M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$$

1.2.6 对数及其运算

(1) 对数的有关概念

1) 对数:如果 $a^b = N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$, $N > 0$), 则 b 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $\log_a N = b$ 。

2) 常用对数:以 10 为底的对数叫做常用对数, 用 $\log_{10} N$ 表示。简写成 $\lg N$ 。

3) 自然对数:以无理数 e 为底的对数叫做自然对数, 记作 $\ln N$ 。

(2) 对数的性质

1) 1 的对数为零, 即 $\log_a 1 = 0$

2) 底的对数为 1, 即 $\log_a a = 1$

(3) 对数的运算法则

积、商、幂、方根的对数运算:

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

(以上各式中, $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$)

利用上述法则, 可把乘、除运算简化为加、减运算, 把乘方、开方的运算简化为乘除运算。

(4) 自然对数与常用对数的关系

$$\ln N = \frac{\lg N}{\lg e} = 2.303 \lg N$$

【例 1-18】 把指数式写成对数式:

$$(1) 3^3 = 27; (2) 10^4 = 10000;$$

$$(3) 2^0 = 1$$

【解】 (1) $\log_3 27 = 3;$

$$(2) \lg 10000 = 4;$$

$$(3) \log_2 1 = 0$$

【例 1-19】 把对数式写成指数式:

$$(1) \lg 100 = 2; (2) \log_e 1 = 0.$$

【解】 (1) $10^2 = 100;$

$$(2) C^0 = 1$$

【例 1-20】 已知 $\lg 2 = 0.3010$, $\lg 3 = 0.4771$ 。计算:

$$(1) \lg 6; (2) \lg 5; (3) \lg 12;$$

$$(4) \lg \sqrt{6}$$

【解】 (1) $\lg 6 = \lg(2 \times 3) = \lg 2 + \lg 3$
 $= 0.3010 + 0.4771$
 $= 0.7781;$

$$(2) \lg 5 = \lg\left(\frac{10}{2}\right) = \lg 10 - \lg 2 \\ = 1 - 0.3010 = 0.6990;$$

$$(3) \lg 12 = \lg(3 \times 2^2) = \lg 3 + 2\lg 2 \\ = 0.4771 + 2 \times 0.3010 \\ = 1.0791;$$

$$(4) \lg \sqrt{6} = \frac{1}{2} \lg 6 = \frac{1}{2} \lg(3 \times 2) \\ = \frac{1}{2} (\lg 3 + \lg 2)$$

$$= \frac{1}{2} (0.4771 + 0.3010) \\ = 0.3891$$

【例 1-21】 已知 $\lg 3 = 0.4771$, 求满足 $e^t = 30$ 的 t 值。

$$\begin{aligned} \text{【解】 } t &= \ln 30 = 2.303 \lg 30 \\ &= 2.303 \lg(3 \times 10) \\ &= 2.303(0.4771 + 1) \\ &= 3.402 \end{aligned}$$

小 结

本节基本内容:

1. 比和比例

$$(1) a:b=c:d \text{ 可写成 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

其基本变形为: $ad = bc$

(2) 成正比的两个量满足关系

$$\frac{b}{a} = k \quad (k \text{ 为常量、且不等于零})$$

(3) 成反比的两个量满足关系

$$ab = k \quad (k \text{ 为常量、且不等于零})$$

2. 乘法公式:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

3. 分式

(1) 分式是分数的推广,它与分数具有同样的基本性质,遵守同样的运算规律。

(2) 在进行加减运算时,对于异分母的分式先通分,再加减。在进行乘除运算时,应约分成最简分式。

4. 根式基本性质(a, b 为正数)

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b};$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

5. 指数的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

(a, b 为正数, m, n 为实数)

6. 对数的运算法则

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N;$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N;$$

$$\log_a M^n = n \log_a M;$$

$$\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

习 题

1. 化简:

- (1) $0.23:0.69$; (2) $\frac{4}{5}:\frac{1}{4}$; (3) $36V:220V$;
(4) $484k\Omega:60.5k\Omega$; (5) $30mA:12mA$; (6) $0.48\mu F:20\mu F$

2. 求下列比式中的 x :

- (1) $7.5:3 = x:9$; (2) $x:8\Omega = 7:5$; (3) $220V:x = 1:1000$;
(4) $I_1:I_2 = x:R_1$; (5) $R_0:l_1 = x:l_2$; (6) $P_1:x = U_1^2:U_2^2$

3. 确定相关量之间的比例关系及成立条件:

- (1) 公式 $I = \frac{U}{R}$ 中的 I 和 U ; (2) 公式 $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ 中的 R 和 S ;
(3) 公式 $Q = I^2 R t$ 中的 Q 和 I^2 ; (4) 公式 $X_C = \frac{1}{\omega C}$ 中的 X_C 和 C

4. 将下面的比化为百分比:

- (1) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{2.5}$; (2) $Q_1:Q_2 = 7:22$;
(3) $46mA:1000mA$; (4) $20kVA:10^3kVA$

5. 已知 $R_1:R_2=0.25, R_2:R_3=1.6$ 。求:

- (1) $R_1:R_2:R_3$ 是多少?
(2) 若 $R_1=20\Omega, R_2$ 和 R_3 应是多少?

6. 已知 $U_1+U_2+U_3=225V, U_1:U_2=0.25, U_2:U_3=1.6$ 。求 U_1, U_2, U_3 各是多少?

7. 用乘法公式计算:

- (1) 222×218 ; (2) 7.2×6.8 ;
(3) $(a+b-c)^2$; (4) $(a-b-c)^2$

8. 先化简分式,再求它们的值:

- (1) $\frac{x^2-1}{(x+1)^2} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x-1}$, 其中 $x=\sqrt{2}$;
(2) $\frac{x^2+2x-63}{x^2-4x-21}$, 其中 $x=107$

9. 下列分式在什么条件下,没有意义?

- (1) $\frac{1}{p+q}$; (2) $\frac{3}{x-2}$; (3) $\frac{a^2}{a^2-16}$; (4) $\frac{5x}{2x-3}$

10. 计算: