数学卷

主编\梁宗巨

# 自然科学发展大事记

总主编 卢嘉锡

A YEARBOOK OF NATURAL SCIENCE DEVELOPMENT

# 自然科学发展大事记

A YEARBOOK
OF
NATURAL
SCIENCE
DEVELOPMENT

数学卷

主编　梁宗巨

辽宁教育出版社·　1994　·沈阳

辽新登字6号

**图书在版编目（CIP）数据**

自然科学发展大事记：数学卷/梁宗巨主编．-沈阳：辽宁教育出版社，1994．4

（自然科学发展大事记 卢嘉锡等主编）

ISBN 7-5382-2348-7

Ⅰ．自…

Ⅱ．梁…

Ⅲ．①自然科学史-数学-世界②数学-自然科学史-世界

Ⅳ．N091 01

自然科学发展大事记

数 学 卷

梁宗巨 主编

辽宁教育出版社出版　辽宁省新华书店发行

（沈阳市北一马路108号）　沈阳新华印刷厂印刷

字数：320,000　开本：787×1092 1/16　印张：10　插页：4

印数：1-3,300

1994年4月第1版　1994年4月第1次印刷

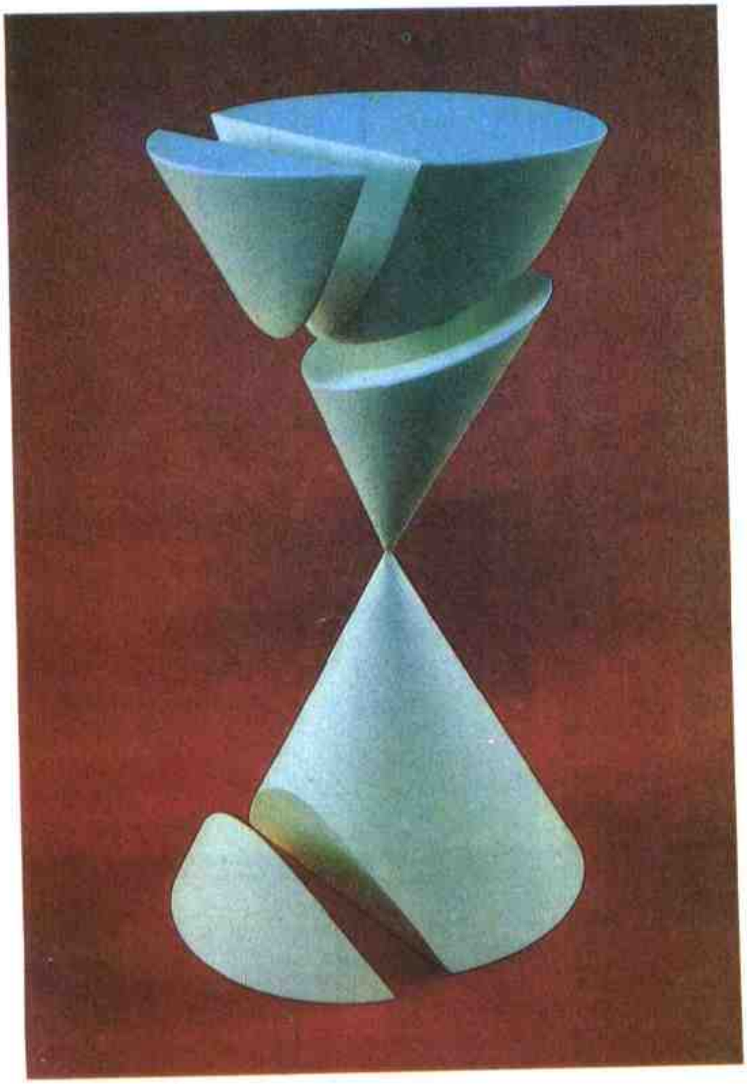
责任编辑：俞晓群　王越男　版式设计：韩 梅

谭 坚

美术编辑：宋丹心　责任校对：马 慧

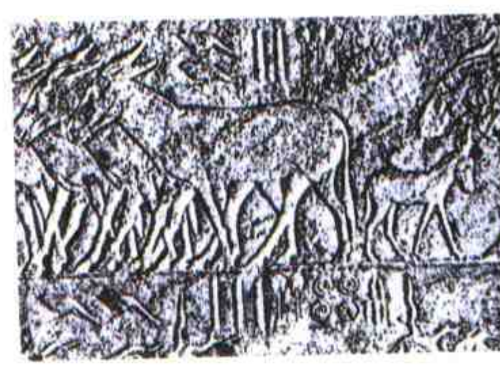
ISBN 7-5382-2348-7/N·2

定价：15.50元



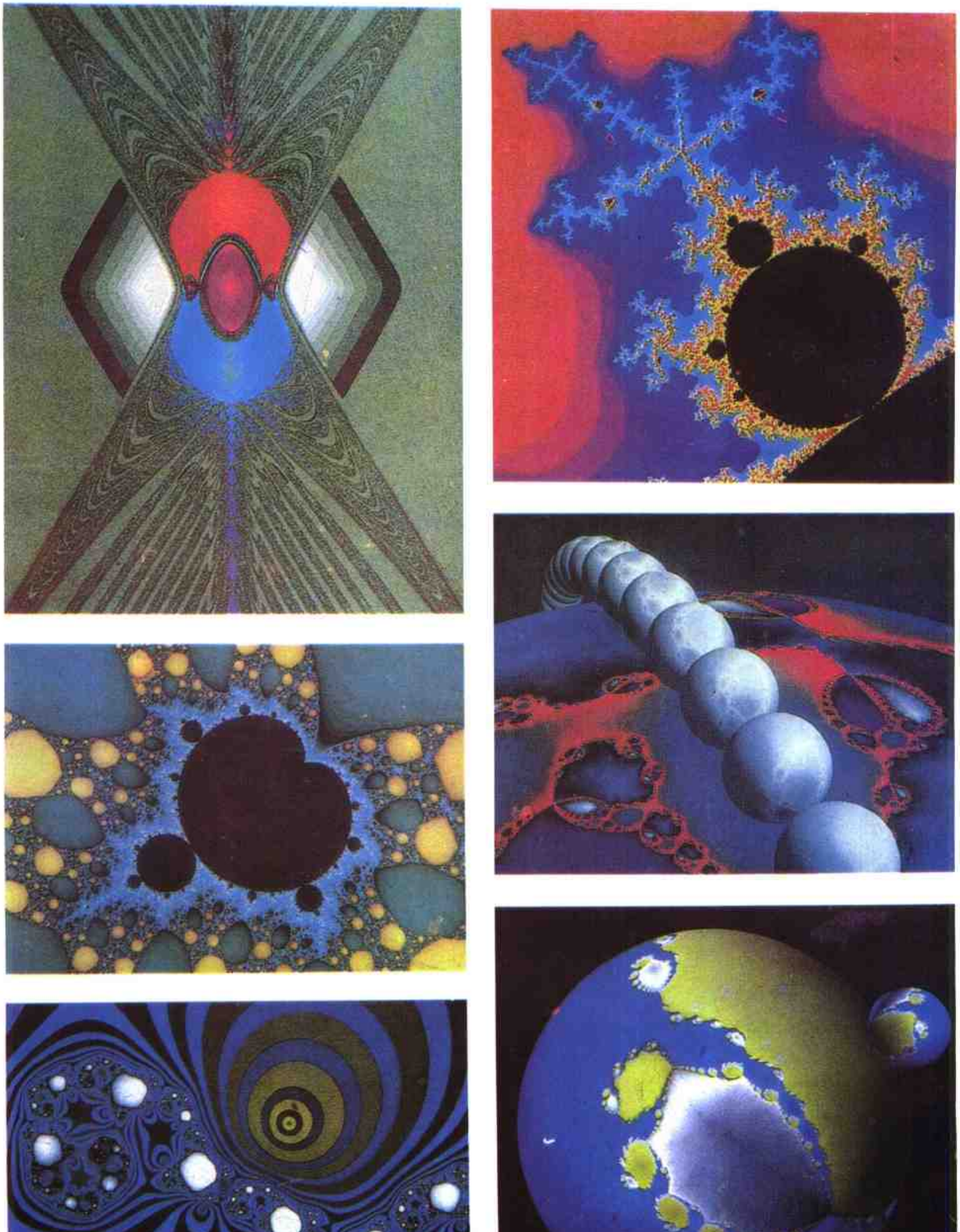
用平面截圆锥面，交线是圆锥曲线。

绘于埃及古墓中的拉绳者（测量人员）图（约公元前1415年）。



从埃及古墓挖出来的石刻（公元前2500），上有象形文字的数字。

西安半坡村出土的陶器残片，小孔的个数按自然数顺序排列（6、7千年前）。



电子计算机绘制的有关解析函数迭代所形成的图形。(采自《中国大百科全书·数学》)

赖因德

纸草书（公元前1700），现藏英国不列颠博物馆。

《几何原本》希腊文手抄本（888年）的一页。

罗塞塔石（1799年在尼罗河口发现）是解读埃及象形文字的线索，现存不列颠博物馆。

九章算經卷第四

魏　劉徽　注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉敕注釋

少廣 以御積冪方圓

少廣 臣淳風等謹按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣

術曰置全步及分母子以最下分母徧乘

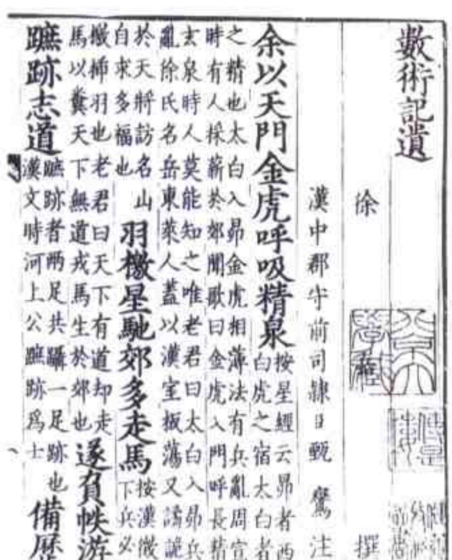
諸分子及全步 臣淳風等謹按以分母乘全者通其分也以母乘子者齊其子也

各以其母除其子置之於左命通

刘　徽注《九章算术》(宋刻本)　上海图书馆藏

用阿拉伯数字（13世纪）
写成的幻方铁板（1957西安出土）

《隋书·律历志》关于祖冲之圆周率的记载



數術記遺

徐　撰

漢中郡守前司隸臣甄鸞注

余以天門金虎呼吸精泉 按星經云昴者西方白虎之宿太白者金之精也太白入昴金虎相薄法有兵亂周宣王時有人採薪於郊聞歌曰金虎入門呼長精吸玄泉時人莫能知之唯老君曰太白入昴兵其亂徐氏名岳東萊人蓋以漢室版蕩又諸讖見於天府訪名山自求多福也 羽檄星馳郊多走馬 按漢徵天下兵必露檄插羽也老君曰天下有道却走馬以糞天下無道戎馬生於郊也 遂負帙游山 臙跡志道 臙跡者兩足共躡一足跡也漢文時河上公臙跡爲士 備歷丘

《数术记遗》首页

# 《自然科学发展大事记》

## 学 术 委 员 会

**总　主　编**：卢嘉锡
**数学卷主编**：梁宗巨
**物理卷主编**：谢邦同
**化学卷主编**：廖正衡
**天文卷主编**：陈美东
**地学卷主编**：孙关龙
**生物卷主编**：汪子春
**农学卷主编**：闵宗殿
**医学卷主编**：傅　芳

## 编 辑 委 员 会

**主　编**：俞晓群
**副主编**：王越男　马　芳
**编　委**：宋镇铃　李春林　梁刚建　谭　坚

## 数学卷编写人员

**主　编**：梁宗巨
**合　编**：李文林　袁向东　孙宏安　王青建

**本卷责任编辑**：俞晓群　王越男　谭　坚
**美 术 编 辑**：宋丹心
**版 式 设 计**：韩　梅
**责 任 校 对**：马　慧

# 《自然科学发展大事记》

# 总主编序

卢嘉锡

科学是促进技术进步和社会经济发展的强大动力，科学史是人类文明史的重要组成部分。为满足科学史工作者和更广泛读者了解自然科学发展史的需要及推动科学史研究工作，我们邀请到科学史界多位专家学者共同编撰了这部比较完整的《自然科学发展大事记》。

《大事记》是一部简明扼要和检索方便的大型科学史工具书。全书按数学、物理学、化学、天文学、地学、生物学、农学和医学等8个基础学科分为8卷，史事收录的时间范围是从上古到20世纪60年代。这部《大事记》，对于在各个领域中曾对中外科学发展产生重要影响的科学事件，诸如科学发现、发明、思想、概念、定理、定律、理论、学说、学科和论著等重大事件，包括正面和反面事件，依照出现的时间顺序，尽可能地做了客观、全面、真实和准确的记述，力求再现科学知识积累随时间而流动的自然面貌，以便为科学史研究提供一个有力的和可靠的史实基础。这也是科学史研究领域的一项重要的基本建设。

《大事记》并非是一份单纯的科学发现史实的清单，而是类似于一部从注释性史实记录提高到解释性和论述性史实分析的编年体科学史。具体说来，这里记述的每个科学事件，一般都包括它发生的时间、地点、人物、背景、过程和意义等，大体相当于英语中五个wh词(when、where、who、why和how)所需回答的基本内容，用以显示这一事件的全貌。这是它不同于一般"大事记"的主要特点，也是全书作者努力实现的目标。

当前科学史研究的一个重要方向，是从叙述性和解释性史学向规律性史学的发展，以着力探索历史演化的普遍规律和发展模式。例如，西方学者已陆续提出了许多不同的科学发展模式，如传统的归纳主义的累进模式、波普尔的证伪模式、库恩的范式更替模式、拉卡托斯的科学研究纲领模式和劳丹的科学进步模式等。这些模式丰富了科学史、科学学和科学哲学的内容。但可惜的是它们都还同科学发展的客观实际存在着相当距离，以致争论不休，莫衷一是。究其原因，从根本上说还是缺乏全面的充分的事实基础。它们往往只是依靠了少数具有"典型性"的科学史事例，而缺乏对科学发展全面史实的研究，甚至有的还不顾科学史的史实而迎合哲学上的需要。因而更偏离了科学发展的实际。而要改变这种状况，选择或提炼出正确的科学发展模型，只有对科学史实进行系统和全面的研究才可能实现。《自然科

学发展大事记》实际上也适应了这方面的迫切需要。

总之,《大事记》展示了几千年自然科学发展的生动过程,我们可以在此基础上深入研究科学发展的特点及其规律性,包括导致科学发现的科学思想、科学方法,以及哲学观点、心理状态、管理手段和社会环境等诸多因素相互作用的规律,并且从中总结科学发展史上成功的经验和失败的教训,以便成可为法,败可为戒,起到借鉴历史,温故知新的作用。这有助于以更深邃的思想,开阔的视野和远大的历史见识,进一步发挥科学创造力,清醒地、自觉地、主动地和有效地认识、把握和推进当代科学的发展。同时,《大事记》记录了自然科学领域的学习与创新、继承与突破,从而不断推陈出新的历史进程。人们可以从中感受自然科学发展的生机与活力,领悟历代杰出科学家们共有的责任感和使命感,进而受到可贵的奉献精神、奋斗精神和创造精神的鼓舞,受到科学精神的熏陶和启迪。这将对我国当前的精神文明建设起到良好的作用。

我国是一个历史悠久和文化发达的文明古国。我们的先人曾经创造出光辉灿烂的科技文明,推动了人类社会的进步。虽然近三百年来我国的科学技术落后了,但经过几代科学家坚韧不拔的努力,我国的科学事业正在逐步改变落后面貌,走上了生机勃勃、兴旺发达的道路。我相信,在未来的"世界科学史记"里,受到酣墨重彩、大书特书的将会有更多的中国科学家的伟大贡献。

《自然科学发展大事记》是在辽宁教育出版社李宝义、俞晓群、王越男、马芳和谭坚等同志的倡议和支持下编撰成书的。辽宁师范大学廖正衡教授和本书各卷主编,中国科学技术史学会,中国科学院和高等院校的专家学者,以及学术界和出版界的许多同志,为全书编撰任务的完成和书稿的顺利出版做了大量的工作。值此《自然科学发展大事记》即将问世之际,谨此向这些为本书编著出版付出辛勤劳动的同志们表示衷心的感谢。

《大事记》所涉及的内容是十分广泛的,我们因识见所囿和水平所限,舛错疏漏之处在所难免,恳切希望读者批评指正。

**1993年4月初**

**于北京中国科学院**

# 凡　例

1、本大事记共分8卷（数、理、化、天、地、生、医、农），本书是数学卷，收入从远古到本世纪60年代末数学发展的重大事件。

2、同一年若有数件大事，大体上按时间先后或重大程度依次排列。

3、释文内容力求包括时间、地点、人物、背景、过程和意义等方面，对人物的生平也略作描述。

4、中国当代数学家的成就较难掌握，本书仅列入中国科学院学部委员在60年代以前的成果。

5、外国人物一律将姓氏译成中文，后附生卒年及原名，或通行的拉丁字母或俄文字母对音。

6、主要的论著均注原文，生僻地名酌情附原文。

7、书末附中文、西文两种索引。

# 目　　录

## 公元前 6500 年

**"伊尚戈骨"(Ishango bone)形成** 这是在非洲中部乌干达和扎伊尔交界处的伊尚戈渔村出土的一块骨头，现藏在比利时布鲁塞尔自然博物馆。骨头的一端镶嵌着一小块石英，骨头上刻着三排纹线，其中一排纹线数是 11，13，17，19；另一排是 11，21，19，9；还有一排是 3，6，4，8，10，5，5，7。前两排线数之和都是 60，可能与"月"有关。人们认为这是人类刻痕记数的遗物，说明那时，人们就已有了数的观念了。

## 公元前 3000 年

**古埃及形成象形数字，采用的是十进而非位值制的记数法，每进一位要换一个特殊的符号** 这种记数法对后世产生较大的影响，古希腊的字母记数法和至今尚有时使用的罗马数字记数法都是十进非位值制的。古埃及在尼罗河下游，每年夏季洪水泛滥，淹没谷地，洪水退后，留下肥沃的淤泥，有利于农业生产。但由于洪水的冲刷淹没，时时存在测量土地面积的问题，正是在测量土地的活动中产生了几何学，后来传入希腊，得到了全面的发展，成为现代数学的源泉之一。古埃及的法老(国王)多为自己建造金字塔作为坟墓，其中最大的一个高 146.5 米，基底正方形每边长 233 米，底边正方形，四边所对方向都很精确，表明埃及人已有相当程度的几何学知识。

## 公元前 2400 年

**美索不达米亚(Mesopotamia，中东的底格里斯和幼发拉底两河流域地区)数学形成** 苏美尔人(Sumerian)创造了楔形文字，其中包括数字，它们是刻在泥板上的，泥板流传至今。早期的泥板中就有了数字，其特点是 10 进和 60 进制的混合物。60 以下是用 10 进简单累数制，60 以上则用 60 进位值制记数法。这种记数法对后世有很大的影响：我们现在使用的时间、角度计量仍采用 60 进位值制，这是由美索不达米亚古代数字传下来的。不过早期泥板数字中没有零号，所以位值制不够完善。

## 公元前 1850 年

**埃及"纸草书"写成** 现存纸草书主要有两本，一本是赖因德(Rhind)纸草书，现藏伦敦博物馆，一本是莫斯科纸草书，现藏莫斯科博物馆。前者相传是埃及僧人阿梅斯(Ahmes，约公元前 1700 年)编纂的，书中记载了千余年来(可追溯到大金字塔时代)的一些数学问题，书名为《阐明对象中一切黑暗的、秘密的事物的指南》，全书分三章，一是算术，二是几何，三是杂题。共有 85 个问题及解答。问题多有实际背景，算术主要是加法，乘法是加法的重复。能解些一元一次方程的问题，有等差等比数列的知识。占重要地位的是分数算法，把所有分数化成单分数(分子是 1 的分数)，为什么要这样做?现在还不知道。给出了圆面积的近似求法。莫斯科纸草书写作年代较早(公元前 1850 年)，有 25 个问题，最著名的是求四棱台的体积，推测他们也许知道了求这一体积的计算方法。由纸草书可见古埃及人积累了相当多的数学知识，但未上升为系统的理论。

## 公元前 1700 年

**巴比伦(Babylon)人发展了苏美尔人的数学** 巴比伦人能够求解某些二次方程，已知勾股定理并给出多组勾股数，有人认为他们已掌握了勾股数的一般产生方法。他们甚至用某种数表开创了求解三次方程的先河。巴比伦人的几何属于实用性质，多用代数方法求解。他们已掌握了若干简单的平面图形(如矩形、直角三角形、梯形等)的面积和立体图形(如平行六面体、柱体等)的体积的求法。他们有三角形相似及对应边成比例的知识，取圆周率为 3。他们用$\frac{17}{12}$表示$\sqrt{2}$，$\frac{17}{24}$表示$\frac{1}{\sqrt{2}}$，这是相当杰出的成就，还采用了平方根近似公式$\sqrt{a^2+b} \doteq a+\frac{b}{2a}$。但其数学并没有构成体系。

## 公元前 1400 年

**中国商代甲骨文中有了相当完善的十进位值制记数法，这是世界上最早的十进位值制记数法** 这种记数法中，没有形成零的概念和零号，但由于引入了几个表示数位的特殊的数字如十、百、千、万等，能确切地表示出任何自然数，因而也是相当成功的十进位值制记数法，历代稍有变革，但其基本框架则一直延用至今。甲骨文中已发现的最大的数是 3 万。

## 公元前 1100 年

**中国西周商高(公元前 1100 年左右)已知勾股定理的一个特例：直角边长为 3 和 4、斜边长为 5 个单位的直角三角形** 这也是中国人所知道的第一组勾股数(3，4，5)。商高还了解并应用了一些最基本的勾股

测量、计算的方法，如“平矩以正绳、偃矩以望高、复矩以测深、卧矩以知远、环矩以为圆、合矩以为方”。矩，为一直角三角形的测量工具，相当于现代木工常用的直角曲尺。

## 公元前8世纪

**中国西周完善了著名的“六艺”教育的思想和制度** “六艺”指礼、乐、射、御、书、数，是西周教育的主要内容，它们可看作六大学科，亦可视为六大知识门类。其中“数”指“数术”，包括当时的数学、天文学（历算为其重要组成部分）等知识。《礼记·内则》说：“六年教之数与方名……九年教之数日。十年……学书计。”“数日”为“记日法”包括天文、历法，特别是历数方面的知识。“书计”即能写会算，包括十进位值制记数法、筹算的基本方法。《周礼·地官·保氏》指出“六艺”之数为九数，东汉郑玄注为“方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要”。可见《九章算术》的某些内容的起源可追溯到西周的“数”。“六艺”的“艺”，指的是技艺，六艺教育思想在中国古代影响深远。把数学作为技艺来传授和学习的目的当然在于应用，这就产生了中国数学的实用性特点。数学在社会中也确实有用，例如，当时已十分重视、并视为与王权有关的天文历法离不开数学，周朝已设立专门的职官来掌管，后世也从未间断过；还设立了管理国家财政的官员“司会”，掌管军需计算的职官“法算”等，它们都要数学知识。而因为数学有用，所以也越来越受到统治者的重视，数学教育代有加强，促进了数学的发展。《九章算术》的成书，与西周开始的“六艺”教育不是没有关系的。

## 公元前7世纪

**中国陈子给出普遍形式的勾股定理** 据《周髀算经》载：陈子测日高，指出“若求邪至日，以日下为勾，日高为股，勾、股各自乘，并而开方除之，得邪至日”，“勾股各自乘，并而开方除之”是我国古代数学中对普遍形式的勾股定理的表述。陈子在计算中灵活地应用了勾股定理，如求出$\sqrt{238000^2-206000^2}\doteq 119197$，可见他确实掌握了勾股定理。陈子的一个与此相关的更重要的数学成就是测日法——用勾股定理测太阳高度的方法。这一方法是按“地是平的”来构思的，因而误差太大，但其利用相似原理、勾股定理进行测量的基本思路和计算都是正确的。尤其可贵的是陈子用一种巧妙的方法解决了远隔千里的两个测量基点的“同时性”问题。由于没有时钟，他利用了大天然钟：太阳，在两点以夏至日直立的标杆影子最短时的影长为计算量，这就等于在这两点取到了夏至日正午的同一时刻的影长。这是一个创举。

## 公元前600年

**古希腊泰勒斯开始了数学命题的证明** 开创了重抽象、重理论的古希腊数学。泰勒斯（Thales of Miletus，约公元前625～公元前547），古希腊哲学家、自然科学家，生于小亚细亚的米利都，早年曾经商、旅游巴比伦、埃及等地，接受了当地由古代流传下来的科学知识。他创立了伊奥尼亚哲学学派。他认为：数学（几何学）得出的结果应加以演绎证明；应先建立一般原理和原则，然后用它们来解决具体问题。他证明了一些简单的数学命题，如：圆被任一直径平分；等腰三角形底角相等等。他没有拒斥数学的应用：预测过日蚀，测量过金字塔的高。泰勒斯是有可靠历史记载的第一位希腊数学家。

## 公元前540年

**古希腊毕达哥拉斯学派提出“万物皆数”的观点，“他们认为，‘数’乃万物之源，”“数的要素即万物的要素”，用数来解释一切** 毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前580～公元前500），古希腊哲学家、数学家、天文学家，生于萨摩斯（今希腊东部小岛），早年曾旅游埃及、巴比伦等地。毕达哥拉斯学派是一个政治、宗教、数学合一的秘密团体，在毕达哥拉斯去世后还活动了200年之久。这个学派的数学成就以发现并在世界上最早证明毕达哥拉斯（勾股）定理为最著名，由这个定理直接导出了不可通约的量的存在，引发了第一次数学“危机”。这一点，可以说是毕达哥拉斯学派的最重要的数学贡献。他们还发现了五种正多面体，定义了完全数、亲和数并举出例子；给出了勾股数的一个一般公式：$(2n+1)^2+(2n^2+2n)^2=(2n^2+2n+1)^2$。对音乐理论亦有贡献，在天文学上，首创地圆说。

## 公元前500年

**印度宗教的梵文经典《测绳的法规》(Sulbasūtras）给出了勾股定理和一些勾股数** 《测绳的法规》，由于编者不同，有多种版本，成书年代亦各有异，估计最早的是公元前500年。各种《测绳的法规》中大约出现20个以有理数为边的直角三角形。化简后，得到方程$x^2+y^2=z^2$的5组原始解：(3，4，

5)，(5，12，13)，(7，24，25)，(8，15，17)，(12，35，37)。还给出单位正方形对角线之长为 $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\cdot4}-\frac{1}{3\cdot4\cdot34}$，相当于 1.41421568，是 $\sqrt{2}$ 的相当精确的近似值，还有圆周率的近似值 $4\left(1-\frac{1}{8}+\frac{1}{8\cdot29}-\frac{1}{8\cdot29\cdot6}+\frac{1}{8\cdot29\cdot6\cdot8}\right)^2=18(3-2\sqrt{2})$，近似于 3.087。但后来的印度数学著作中却一直没有出现这些成果，它们似乎没有得到继承。

## 公元前 5 世纪

**中国墨子著《墨子》** 墨子（约公元前 475 年～公元前 395 年），名翟，战国时鲁国人，《墨子》一书是他及其后学的著作，其中《墨经》部分包含了某些数学思想。主要有：形式逻辑的若干规则和一些数学概念的“定义”。前者如同一律思想、矛盾律思想和排中律思想。可以说正是在这些逻辑规则的基础上，《墨经》对一些数学概念给出了比较明确的定义，例如：点（“端，体之无序而最前者也”，“端是无同也”），平行（“平，同高也”），直线（“直，参也”），相等（“同，长以正相尽也”），圆（“圜，一中同长也”），正方形（“方，柱隅四讙也”），体积（“厚，有所大也”）等等。但墨家在秦汉以后衰微，这些定义在中国古代数学里没有采用。

**中国普遍使用算筹。中国古代数学的独特的筹算制度开始形成——它是形成中国古代数学体系的重要因素之一** 算筹是中国古人发明的一种计算工具，亦称为筹、策、筹策或算子等，一般是一些具有同样长度、粗细的小棒，竹制或木制，也有骨质、玉质、铁质甚至象牙质的，在我国许多地方均有实物出土。算筹在中国起源甚古，人们认为，公元前 5 世纪是算筹开始普遍使用的一个下限。《汉书·律历志》载：“其算法用竹，径一分，长六寸，二百七十一枚而成六觚，为一握。”可见西汉算筹长为 13 厘米，直径 0.23 厘米为圆柱型，与出土实物相符，隋代算筹小型化，采用三棱柱形和四棱柱形两种，其周长约 0.59 厘米，长约 8.85 厘米。中国古代数学中用算筹来记数、列式并用来进行多种数学计算。用算筹记数的规则，最早载于《孙子算经》，算筹摆法，有纵式和横式两种，在记数时，个位用纵式，十位用横式；百位用纵式，千位用横式，如此纵横相间，就不会错位，空位时空一格表示之。采用的是典型的十进位值制记数法。利用算筹不仅能进行数（整数和分数）的四则及开方运算，还能利用算筹的布列（筹式）来表示许多复杂的内容，如不同位置表示不同的未知数，未知数的不同的次数，并能为一些独特的问题设计专门的筹式。如约分法、双设法、一次同余式组解法等。中国古代数学中几乎未采用任何数学符号，依赖筹式解决了要用许多符号才能解决的问题。算筹的广泛采用，使中国古代数学产生了算法化的特点（当然后者也影响到前者，它们互相促进）：中国古代数学的主要内容就是算法，问题是为引入算法或作为应用算法的实例而采用的；中国古代数学的发展体现为算法的建立和改进。这一特点使中国古代数学在实际应用方面、在相当时期内站在世界前列。不足之处是影响了数学的抽象化和理论化。

## 公元前 465 年

**古希腊伊诺皮迪斯提出几何作图的尺规限制（即几何作图只能用圆规（有任意开度）和直尺（无刻度，任意长）两种工具），此举对古希腊数学产生重大影响**

伊诺皮迪斯（Oenopedes of Chios，约公元前 465），数学家、天文学家，生于希俄斯岛，曾旅游埃及，学到古代科学知识，在雅典从事过研究活动，可能属于毕达哥拉斯学派。他解决了这样两个几何学问题：由给定直线外一点求作该直线的垂线；求作一角等于已知角（这两个问题后来收入《几何原本》第 1 卷中作为第 12 和第 23 命题）。古希腊人为什么提出尺规作图的限制呢？一般认为，有以下诸原因：希腊数学的基本精神是从极少数基本规定（定义、公理、公设）出发，推导出尽可能多的命题来，对于作图工具，相应地也要限制到最少的程度；受柏拉图哲学的影响，他强调数学的思维训练作用而忽视其实用价值，作为思维训练来说，像体育训练一样，要有工具的限制；毕达哥拉斯学派的影响，他们认为圆是最完美的图形，圆和直线是几何学最基本的对象，有了它们，应得出一切几何内容。尺规作图的规定对古希腊数学影响极大，可以说尺规作图问题的探索在相当大的程度上促进了数学的逻辑化和理论化。

## 公元前 460 年

**古希腊智人学派提出几何作图的三大问题：化圆为方，即求作一个正方形，使其面积等于一个已知圆；三等分任意角；倍立方，即求作一立方体，使其体积等于一个已知立方体的二倍** 智人学派（Sophist school）是公元前 5 世纪产生于雅典的一个学派，其成员多以教授文法、逻辑、数学、天文、修辞、雄辩术等

为业。安蒂丰、安纳萨戈拉斯（Anaxagoras，约公元前500～约公元前428），希波克拉底（Hippocrates of Chios，公元前5世纪下半叶），希皮亚斯（Hippias of Elis，公元前400）等都是其代表人物，他们尽心尽力地研究了三大问题，但未获成果。三大作图问题之所以困难，是因为必须按尺规作图的要求作出。正由于其困难，引起了人们长久的研究热情，在数学史上，恐怕没有任何一个问题使得那么多的数学家用了那么多的时间去研究，许多人尽毕生之力研究三大问题，西方语言中为此产生了专有的词汇：化圆为方研究者，三等分角研究者。虽然在古代，这些研究始终未获成功，但却开辟了许多新领域，如圆锥曲线、割圆曲线及三、四次代数曲线等，并取得一批数学成果。三大问题的研究对希腊数学的逻辑化、公理化亦起了巨大的推动作用。实际上，它们是人们最先遇到的“不可能性问题”，这一不可能性在19世纪才得到证明。

## 公元前450年

**古希腊芝诺提出著名的“芝诺悖论”，其中4个最重要**　(1) 二分说：一物从甲地到乙地，永远不能到达，因为想从甲到乙，首先要通过道路的一半，但要通过这一半，必须先通过一半的一半，这样分下去，永无止境。结论是此物的运动被道路的无限分割阻碍着，根本不能前进一步。(2) 阿基琉斯（Achilles，善跑英雄）追龟说：阿基琉斯追乌龟，永远追不上。因为当他追到乌龟的出发点时，龟已向前爬行了一段。他追完这一段，乌龟又向前爬了一小段。这样重复下去，乌龟总超前一小段，因此阿基琉斯永远追不上。(3) 飞箭不动说：飞箭在每一瞬间总停留在一个确定的位置上，因此它是不动的。(4) 运动场问题：时间和它的一半相等。芝诺（Zeno of Elea，约公元前490～公元前430），希腊哲学家，生于埃利亚，埃利亚学派的代表人物。他提出的悖论，就运动和静止、有限和无限、间断和连续等深层次的逻辑、哲学问题提出疑难，给学术界以极大的震动，对这些问题的探讨直接促进了希腊数学的抽象化和公理化，并对西方哲学产生了深远的影响。

## 公元前430年

**古希腊安蒂丰提出“穷竭法”，后来成为希腊数学中的重要方法**　安蒂丰（Antiphon，公元前480?～公元前411?），希腊数学家、宇宙学家，曾在雅典从事学术活动，是智人学派的代表人物之一。他是在研究“化圆为方”问题时，求圆面积采用了穷竭法。希腊人后来发展并完善了的穷竭法实际上是一种不涉及无穷分割的方法。其作法是：为证明一个几何量（图形的面积、体积）$S$ 等于一个给定的量 $C$，利用图形的几何性质，以分割法构造出两个序列 $\{L_n\}$ 和 $\{U_n\}$ 使得对于所有的 $n$ 都有 $L_n<S<U_n$，且 $L_n<C<U_n$，然后证明，对任给的 $\varepsilon>0$，对足够大的 $n$，都有 $U_n-L_n<\varepsilon$；或证明，当给定 $\alpha>1$ 时，对足够大的 $n$，有 $\frac{U_n}{L_n}<\alpha$。无论哪种情况，最后都用双归谬法证明 $S=C$。这一方法，后来成为希腊数学的典型证明方法。阿基米德后来用力学方法给出 $C$ 的求法。在这二者基础上近代发展出不可分量方法，是后来积分法的直接前驱工作。

## 公元前410年

**古希腊德谟克利特提出原子论学说，他把原子论思想用于数学，认为线、面、体等都分别由有限多个“原子”组成，因此，计算立体的体积就是把构成该立体的有限多个“原子”的体积加起来**　按这一思路，他第一个得出锥体体积公式：圆锥或棱锥的体积为等底等高的圆柱或棱柱体积的三分之一。但他未能证明，后来由欧多克索斯证明。他把圆锥看作是一系列不可再分的薄片组成，并讨论了这些薄片中相邻两片相等和不等的情况。这种原子论观点是后来阿基米德的力学方法，近代的不可分量方法的先驱。德谟克利特（Democritus，约公元前460～公元前370），希腊哲学家、数学家，生于色雷斯的阿夫季拉，是原子论学派的创始人之一，他的“原子”是不可再分的、由无空隙的坚固的物质组成的实体，原子有大小及形状的不同，但没有质的区别。原子论对后世哲学及科学影响甚大，却没有一部完整的著作流传下来。

## 公元前5世纪末

**古希腊希波克拉底进行几何学研究**　他的主要成果为：指出并证明了倍立方问题可归结为求线段 a 与 2a 之间的两个比例中项的长，这两个长度虽然仍无法用尺规作图，但对比例论起到一些推动作用；在研究化圆为方问题时，得出了求月牙形面积的方法；研究了逻辑推理的方法，最早提出应按证明的要求来安排数学理论体系中定理的顺序，对公理法的建立有重要意义；他是最先把间接证法引入到数学中的人之一。希波克拉底（Hippocrates of Chios，公元前5世纪下半叶），数学家、天文学家，生于希俄斯，早年经过商，后在雅典从事几何学研究。

## 公元前 380 年

**古希腊柏拉图在雅典创办“学园”(Academia)，促进了数学教育的发展** 柏拉图(Plato，公元前 427～公元前 347)，著名哲学家，生于雅典，曾就学于苏格拉底(Socrates)，并游学各地，与毕达哥拉斯学派学者有所交往。他是古希腊哲学的集大成者，其数学观对西方世界影响极大，至今数学中的柏拉图主义者仍不乏其人。他的基本观点是：数学概念是客观存在的，因而数学具有必然的真理性，数学中的创新是发现而非发明。他还认为世界是按数学设计的，因而只有通过数学才能真正掌握世界，受到数学训练的心灵才有可能认识永恒的“理念世界”，所以对人必须进行数学教育，而学习数学、研究数学主要应凭理性的推求而不必去考虑物质世界的情况。他给数学以极高的地位，认为只有深入研究过几何学的哲学家才有能力领导国家。传说他的学园的门前写着：“不懂几何学者禁入”，他是尺规作图的思想源泉之一。柏拉图的主要数学成就是提出分析的证明方法，并将其提炼成普遍适用的合乎理性的形式——其实就是把数学奠基于逻辑的基础之上，他对逻辑方法作了改进，提出必然要有不证明的公理，并引入了若干个公理，并给出数学中的一些定义，引入了术语“分析”和“综合”，并系统阐述了归纳法和反证法；推动了立体几何学的发展。古希腊的许多著名学者，如亚里斯多德、门奈赫莫斯、欧几里得等或为柏拉图学派成员，或与该学派有密切的关系。

## 公元前 370 年

**古希腊欧多克索斯创立比例论，突破了毕达哥拉斯学派的比例论只适用于可通约量的限制，其后欧几里得的名著《几何原本》第 5 卷“比例论”大部分采自欧多克索斯的工作** 欧多克索斯(Eudoxus，约公元前 400～公元前 347)，古希腊数学家、天文学家，在地理、医学、法律等方面亦有贡献，生于尼多斯(今土耳其西南角)，曾师事柏拉图，并曾旅游埃及和小亚细亚等地。他的最重要的数学工作，就是比例论。他利用公理法建立起比例论。现今数学中极重要的“连续公理”之一“阿基米德公理”(对任意二正数 $a$、$b$，必存在自然数 $n$，使得 $na>b$)，就源于欧多克索斯的工作。他还证明了这样一个命题：取去一量之半，再取去所余之半，这样继续下去，可使所余的量小于另一任给的正量。这是近代极限论的前驱。他还证明了德谟克利特提出的命题：锥体体积是等底等高的柱体体积的 $\frac{1}{3}$。他的著述很多，但都没有流传到现在。

## 公元前 350 年

**古希腊门奈赫莫斯最先研究了圆锥曲线** 门奈赫莫斯(Menaechmus，公元前 4 世纪中叶)，希腊数学家，其著作失传，生平不详。据记载，曾在雅典、亚历山大等地活动，当过数学教师。他是欧多克索斯的学生，是柏拉图学派的重要成员之一。他的主要数学成果是：在研究倍立方问题时导出相当于现在 $x^2=ay$，$y^2=2ax$，$xy=2a^2$ 等类型的方程，他探讨了它们的解法；在用平面与圆锥母线垂直相截时发现了圆锥曲线，并发现，当圆锥顶角是直角时，所得截线为抛物线，顶角为锐角时截出椭圆，顶角为钝角时截出双曲线的一支，他还提出双曲线渐近线的概念。对这些曲线作了系统研究，形成为最早的圆锥曲线理论。此外，门奈赫莫斯对数的换算和几何图形的化简也进行过探讨，它们为欧几里得的《几何原本》提供了原始素材。

## 公元前 340 年

**古希腊亚里士多德奠定了数学的逻辑基础** 亚里士多德(Aristotle，公元前 384～公元前 322)，希腊著名科学家、哲学家、思想家，生于斯塔基尔(Stagira)，公元前 367 年入雅典的柏拉图学园学习，成为柏拉图的学生。公元前 343 年受马其顿王之请，出任王子之师，公元前 335 年回到雅典，创办吕克昂(Lyceum)学园，从事教学和研究工作。他是历史上最有影响的思想家之一，他博学多才，在许多科学领域中都有所成就，著述极多，一些留传至今的著作，如《形而上学》(Metaphysica)、《物理学》(Physica)、《范畴论》(Categoriae)、《政治学》(Politica)等都被看作是世界性的经典名著。亚里士多德奠定数学的逻辑基础的工作主要有两个方面：一是开创逻辑学，为数学提供逻辑前提，例如他提出的逻辑学的二值原理，至今仍是数学证明的最基本的逻辑要求之一；他提出的定义、推理、证明的原则现在也大多仍有效力。一是，他的形式逻辑体系是人类历史上建构的第一个公理体系，为数学公理法提供了依据和范例，而数学公理法的形成对数学的理论化、系统化有极其重要的意义。亚里士多德十分重视数学，他的数学观对后世亦有重要的影响，他认为，数是实在的物的性质，开启了西方唯名论数学观的先河。他也研究过数学，给出一些严谨简明的数学定