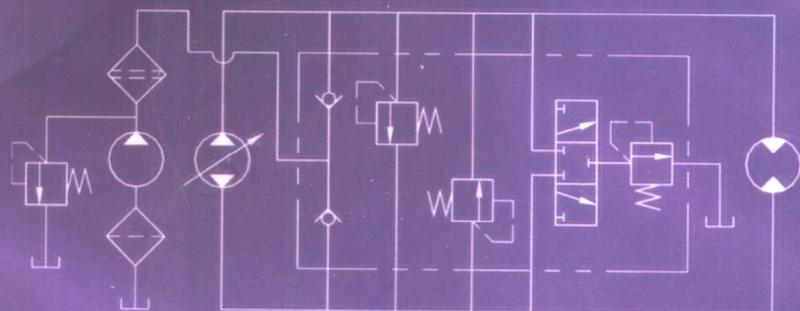
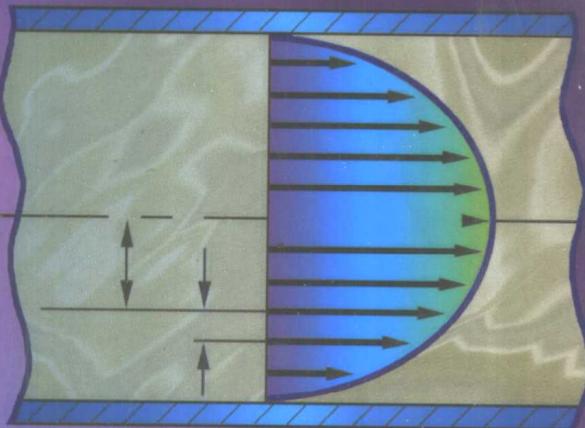




高等学校教材

# 液压与 气压传动

刘仕平 主编



黄河水利出版社

高等学校教材

# 液压与气压传动

刘仕平 主编

黄河水利出版社

## 内 容 提 要

液压传动与气压传动是一门现代工业技术,同时也是机械设备与计算机技术相结合的重要环节。随着科学技术的进步,液压与气动技术得到了飞速发展,广泛应用于各个领域。因此,液压与气动技术已经成为机械类专业最重要的技术基础课程之一。本书兼顾“机械设计制造及自动化”和“材料成型及自动化”两个专业的特点,综合作者多年教学实践经验,引用了机械行业多方面的实例(不仅有金属切削机床,还有土石方机械、起重运输机械),在理论阐述、元件分析、系统分析等众多方面都有较大的改进,同时还加入了新的技术成果(如计算机辅助设计)。可作为高等学校机械专业本科教材,也可以作为行业培训教材,还可以作为工程技术人员设计、维护参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

液压与气压传动 / 刘仕平主编. — 郑州: 黄河水利出版社, 2003. 2

高等学校教材

ISBN 7 - 80621 - 639 - 1

I . 液… II . 刘… III . ① 液压传动 - 高等学校 - 教材 ② 气压传动 - 高等学校 - 教材 IV . ① TH137  
② TH138

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 095937 号

---

出 版 社: 黄河水利出版社

地址: 河南省郑州市金水路 11 号 邮政编码: 450003

发 行 单 位: 黄河水利出版社

发 行 部 电 话 及 传 真: 0371 - 6022620

E-mail: yrep@public2.zj.ha.cn

承 印 单 位: 黄河水利委员会印刷厂

开 本: 787 毫米 × 1 092 毫米 1/16

印 张: 13.25

字 数: 305 千字 印 数: 1—2 100

版 次: 2003 年 2 月第 1 版 印 次: 2003 年 2 月第 1 次印刷

---

书 号: ISBN 7 - 80621 - 639 - 1 / TH · 13 定 价: 25.00 元

# 前　　言

本书为高等院校机械设计制造及自动化、材料成型及控制工程等机械类专业教材,由华北水利水电学院教材建设基金资助出版。全书共分十章,主要内容包括液压流体力学基础知识、液压元件的介绍,液压回路及典型液压系统的分析,液压系统设计及液压 CAD、气动元件、气动回路和气动系统。

在本书编写过程中,对传统的基础理论介绍时,力求严谨,贯彻少而精和理论联系实际的原则,引用了机械行业多方面的实例,不仅有金属切削机床,还有土方机械、石方机械、起重运输机械。在进行结构分析、系统分析时,尽量反映国内外最新成就和发展趋势,同时加入了新的技术成果,如计算机辅助设计等。

本书由华北水利水电学院刘仕平主编,第一、二、七、八章由刘仕平编写,第三、四、五、六章由姚林晓编写,第九、十章由王丽君编写。由刘仕平对全书进行统稿。马胜刚为本书主审,他对本书进行了细致、详尽的审阅,提出了许多宝贵意见。在此表示感谢!

本书不仅可以作为机械专业本科教材,也可以作为行业培训教材,还可以作为工程技术人员设计、维护参考用书。

由于时间仓促,加之编者水平有限,书中可能有缺点和错误,敬请广大读者批评指正。

编　　者

2002 年 10 月

# 目 录

## 前言

<b>第一章 绪论</b> .....	(1)
第一节 液压传动的基本原理.....	(1)
第二节 液压元件的职能符号和液压系统图.....	(3)
第三节 液压传动的特点及应用.....	(3)
<b>第二章 液压流体力学基础</b> .....	(5)
第一节 液体的主要物理性质.....	(5)
第二节 静止液体力学的基本规律.....	(8)
第三节 流动液体力学的基本规律 .....	(12)
第四节 液体在流动中的能量损失 .....	(20)
第五节 液体在小孔和缝隙中的流动 .....	(26)
第六节 液压卡紧问题 .....	(31)
第七节 液压冲击 .....	(32)
第八节 空穴与气蚀现象 .....	(35)
<b>第三章 液压泵和液压马达</b> .....	(36)
第一节 概述 .....	(36)
第二节 齿轮泵 .....	(40)
第三节 叶片泵 .....	(45)
第四节 轴向柱塞泵 .....	(48)
第五节 内曲线低速大扭矩马达 .....	(55)
<b>第四章 液压缸</b> .....	(58)
第一节 液压缸的分类和工作原理 .....	(58)
第二节 液压缸典型结构 .....	(62)
第三节 液压缸的设计和计算 .....	(66)
<b>第五章 液压控制阀</b> .....	(71)
第一节 概述 .....	(71)
第二节 压力控制阀 .....	(72)
第三节 流量控制阀 .....	(82)
第四节 方向控制阀 .....	(90)
第五节 工程机械常用液压阀 .....	(98)
第六节 新型液压阀介绍.....	(102)

<b>第六章 液压油和辅助装置</b>	(108)
第一节 液压油	(108)
第二节 蓄能器	(112)
第三节 滤油器	(115)
第四节 油箱和热交换器	(118)
第五节 密封件	(121)
第六节 管件	(124)
<b>第七章 液压基本回路</b>	(127)
第一节 压力控制回路	(127)
第二节 速度控制回路	(131)
第三节 方向控制回路	(139)
<b>第八章 液压系统分析</b>	(145)
第一节 液压系统的分类	(145)
第二节 组合机床动力滑台液压系统	(148)
第三节 液压压力机液压系统	(150)
第四节 汽车起重机液压系统	(154)
第五节 轮式装载机液压系统	(156)
第六节 YW-60 履带式挖掘机液压系统	(159)
<b>第九章 液压系统的设计与计算</b>	(164)
第一节 液压传动系统的设计计算内容	(164)
第二节 液压系统设计计算实例	(168)
第三节 液压系统 CAD 简介	(176)
<b>第十章 气压传动</b>	(180)
第一节 气压传动概述	(180)
第二节 气动元件	(181)
第三节 气动基本回路	(195)
第四节 气动系统实例	(200)
<b>参考文献</b>	(204)

# 第一章 絮 论

## 第一节 液压传动的基本原理

传动是指动力或能量从原动机到工作机构的传递,按照工作介质可以分为机械传动、电力传动、流体传动,其中流体传动又可以分为气体传动和液体传动。在液体传动中,按照工作原理的不同,又可以分为液力传动和液压传动。利用液体动能进行的传动叫做液力传动,利用液体压力能进行的传动叫做液压传动。

油压千斤顶是最简单的液压机械,其系统组成如图 1-1 所示。

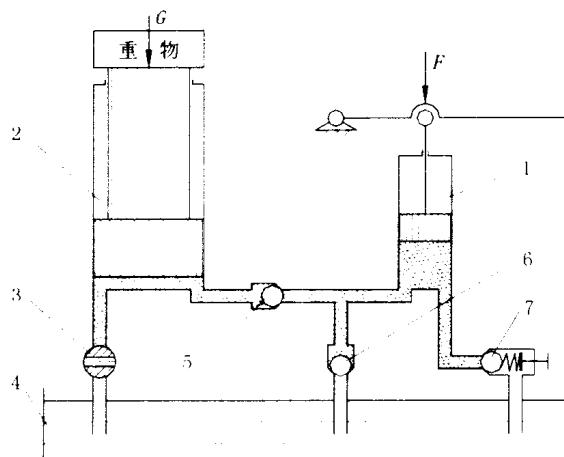


图 1-1 油压千斤顶工作原理图

1—小油缸;2—大油缸;3—截止阀;4—油箱;5、6—单向阀;7—安全阀

### 一、液压系统的组成

油压千斤顶的液压系统主要部件是一大一小油缸,两个油缸用管子连接起来,每个油缸活塞下面都有密封可变容积,密封可变容积内充满了不可压缩的液压油。

这里所说的密封是指液压油不能跑到密封可变容积之外,也就是说在进行原理分析时不计泄漏;这里所说的不可压缩是指油的压缩量可以忽略不计。

### 二、能量的转换与传递

当手柄压下时,小缸活塞下移一段距离  $x$ ,大缸活塞上移距离  $y$ 。设大油缸活塞上作用载荷为  $G$ ,手柄通过杠杆给小油缸施加的作用力为  $F$ ,则输入给系统的机械能等于小缸活塞做的功,即  $E_1 = F \cdot x$ 。

这个能量传递给液体并转换为液体的压力能,压力能又传递给大缸的活塞,克服外载荷对外做功,输出机械能,即  $E_2 = G \cdot y$ 。

这个过程表示为:机械能→液体的压力能→机械能。

可以看到:在液压传动中,能量的传动包括了能量形式的转换,在液压系统中存在两种换能元件。习惯上将机械能转换为压力能的元件称为动力元件,具体叫液压泵或油泵;将压力能转换为机械能的元件称为执行元件,具体叫液压缸、液压马达。在液压系统中除了动力元件和执行元件外,还有控制元件和辅件(油箱、滤油器等)。

### 三、压力的概念

单位面积上的力,工程上称为压力。量纲为帕斯卡(Pa)、千帕(kPa)和兆帕(MPa)。

1 帕斯卡=1 牛顿/米<sup>2</sup>,1MPa≈10 个标准大气压。

### 四、液压传动中的数量关系

#### (一)容积变化关系

设小油缸活塞的面积为  $A_1$ ,大油缸活塞的面积为  $A_2$ ,则动力元件和执行元件容积变化量分别为  $|\Delta V_1| = A_1 \cdot x$  和  $|\Delta V_2| = A_2 \cdot y$ ,考虑到液压油的不可压缩性,故有

$$|\Delta V_1| = |\Delta V_2| \quad (1-1)$$

因此,液压传动本质上是容积传动。

#### (二)压力计算

$$p = G/A_2 \quad (1-2)$$

可以看到:系统的工作压力与外荷载有关。

#### (三)执行元件的速度

$$v_2 = \frac{dy}{dt} = \frac{dV_2/dt}{A_2} = \frac{Q}{A_2} \quad (1-3)$$

式中  $Q$ ——流量(单位时间内供油的体积)。

这就是说,执行元件的速度取决于供油流量,改变流量可以实现执行元件的调速。

### 五、控制元件作用

当手柄压下时,小油缸 1 的活塞下移挤压其下腔的油液打开单向阀 5 进入大油缸 2,推动大油缸的活塞顶起重物。当松手时或提起手柄时,在重物的重力作用下,大油缸内的压力油力图倒流回小油缸,此时单向阀 5 自动关闭,使油液不能倒流,这就保证了重物不至于在重力作用下自动落下。

每一次手柄压下时,重物升高有限,为此设置单向阀 6 和油箱 4。这样,当压下手柄时,单向阀 6 关闭单向阀 5 打开,小油缸下腔的液压油进入大油缸 2;当提起手柄时,小油缸 1 下腔形成真空,单向阀 5 关闭单向阀 6 打开,油箱里的油液在大气压力的作用下进入小油缸 1 下腔,从而实现多次循环顶升。

油压千斤顶在顶升过程中截止阀 3 处于关闭状态,当需要放下重物,大油缸 2 的活塞

需要缩回,此时可以打开截止阀3,大油缸2下腔的油液流回油箱,大油缸2的活塞缩回,重物就可放下。截止阀3还可以控制液流的流量,从而控制重物下降的速度。

此外,液压系统的工作安全也是重要的一个方面,由于  $p = G/A_2$ ,当  $G \rightarrow \infty$  时,  $p \rightarrow \infty$ ,油缸耐压有限,超过耐压极限会发生爆炸,造成事故,所以必须限制系统的最高压力,为此设置了安全阀7。

从液压千斤顶的液压系统原理分析可知:液压系统在工作中,动力元件和执行元件都要形成密封可变容积,两个密封可变容积用管子连通,在本质上液压传动是容积传动,液压系统的实际工作压力取决于外荷载,最大压力取决于安全阀,执行元件的速度取决于供油流量。

## 第二节 液压元件的职能符号和液压系统图

液压系统是由许多元件构成的,为了分析方便,将各个元件用职能符号表示。我国已经制定了一种用图形符号来表示液压原理图中各元件和连接管路的国家标准。

职能符号只表示元件的职能和连通情况,不表示元件的结构和参数,也不表示元件在机器中的实际安装位置。元件内部的油液流动方向用箭头表示。

用各个元件的职能符号和表示管路的线条组成的反映元件之间连接关系和机器动作原理的图形,称为液压系统图。例如液压千斤顶的液压系统图如图 1-2 所示。

液压系统图一般按照机器静止位置来绘制。

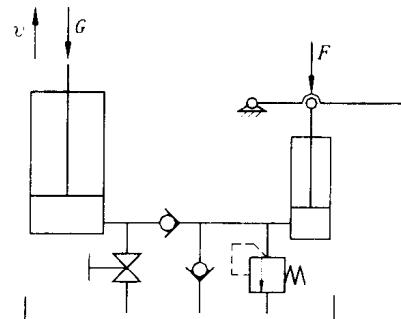


图 1-2 油压千斤顶液压系统图

## 第三节 液压传动的特点及应用

### 一、液压传动的特点

#### (一) 液压传动的优点

- (1) 易于大幅度减速,实现较大的力和力矩,且能实现较大范围的无级调速。
- (2) 易于实现往复直线运动,简化结构,便于布置。
- (3) 能容量大,体积小,重量轻,易于快速换向和变速。
- (4) 操作简单、省力,可以提高作业生产率,容易实现安全保护。
- (5) 自行润滑,简化保养。
- (6) 液压元件易于“三化”。
- (7) 与电配合可以实现自动化。

## (二) 液压传动的缺点

- (1) 同机械传动相比效率较低。
- (2) 漏油时浪费油液,污染环境。
- (3) 不适合在低温和高温条件下工作。
- (4) 不适合远距离传动。
- (5) 液压元件的制造精度高、造价高。
- (6) 出现故障时不易查找原因。

## 二、液压技术的应用

液压传动的应用遍布各个领域,从航天到航空,从军事到科技,从工业部门到民用领域,从简单的千斤顶,到复杂的机器人……在机械行业中各个应用实例见表 1-1 所示。

表 1-1 液压传动在各个机械行业中的应用

行业名称	应用的机械设备
金属切削机床	组合机床、铣床、磨床、刨床等
水利机械	油压启闭机、液压抓梁、水轮机控制操作等
工程机械	推土机、装载机、挖掘机、铲运机、压路机等
起重运输机械	汽车吊、港口龙门吊、叉车、装卸机械、皮带运输机等
矿山机械	凿岩机、开采机、破碎机、提升机、液压支架等
建筑机械	打桩机、液压千斤顶、平地机等
农业机械	拖拉机、联合收割机、农具悬挂系统等
冶金机械	电炉炉顶及电极升降机、轧钢机、压力机等
轻工机械	打包机、注塑机、校直机、橡胶硫化机、造纸机等
汽车工业	自卸车、平板车、高空作业车等
智能机械	模拟驾驶舱、机器人等

## 第二章 液压流体力学基础

流体力学(fluid mechanics)是研究流体平衡、流体运动规律及流体与固体间相互作用的一门科学。它有几个分支,如空气动力学、船舶流体力学、液压流体力学和水力学。

流体力学的内容包括流体静力学、流体运动学和流体动力学。

流体静力学 (fluid statics)研究(study)静止液体;

流体运动学 (fluid kinematics)研究(deal with)速度和流线;

流体动力学(hydrodynamics)研究(concerned with)速度、加速度和力之间的关系。

从流体力学的发展历史角度来看,又可以分为经典流体力学、试验流体力学和现代流体力学。

经典流体力学(classical hydrodynamics)研究理想液体(ideal fluid);

试验流体力学(hydraulics)对实际液体——水(water)进行试验,得出经验公式;

现代流体力学 (fluid mechanics)采用了经典流体力学理论并加上对实际液体的研究。

液压流体力学主要研究液体与液压元件(包括管道)之间相互作用规律及其在技术上的应用,是掌握和理解液压传动原理和液压元件结构及性能的理论基础。

### 第一节 液体的主要物理性质

#### 一、密度

密度就是单位体积的质量,即

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{kg/m}^3) \quad (2-1)$$

式中  $V$ ——液体的体积,  $\text{m}^3$ ;

$m$ ——液体的质量,  $\text{kg}$ 。

一般液压油  $\rho = 890 \sim 910 \text{ kg/m}^3$ 。

#### 二、压缩性和膨胀性

液体的压缩性和膨胀性是描述液体在受热和受压的情况下液体体积发生变化的性质。设液体的体积是温度和压力的函数,即  $V = f(t, p)$ ,且当温度  $t$  升高时,体积增加,温度下降时,体积减小;当压力增加时,体积减小,当压力减小时,体积增加。体积变化可以用微分来计算,具体如下:

$$\Delta V \approx dV = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial p} dp = \frac{\partial V}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial V}{\partial p} \Delta p$$

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \frac{\partial V}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial V}{\partial p} \Delta p = V_0 \left[ 1 + \frac{\partial V / \partial t}{V_0} \Delta t - \left( -\frac{\partial V / \partial p}{V_0} \right) \Delta p \right]$$

• 5 •

$$\text{令 } \alpha = \frac{\partial V / \partial t}{V_0}, \beta = -\frac{\partial V / \partial p}{V_0} \text{ 则有}$$

$$V = V_0(1 + \alpha \Delta t - \beta \Delta p) \quad (2-2)$$

式中  $\alpha$ ——热膨胀系数；

$\beta$ ——压缩性系数。

由试验可知： $\alpha = (8.5 \sim 9.0) \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$   $\beta = (5 \sim 7) \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

在液压传动中，工作压力一般在 32MPa 以下，由压力引起的体积变化量很小，取 32MPa 计算，体积相对变化量为

$$\Delta V / V_0 = \beta \Delta p = (5 \sim 7) \times 10^{-10} \times 32 \times 10^6 = 1.6\% \sim 2.24\%$$

所以说，在一般液压工程中，可以认为液体是不可压缩的，只有在分析动态过程和液压冲击时才考虑液压油的压缩性。

### 三、黏性

#### (一) 液体微观力学性质

液体分子之间有内聚力，液体分子和固体分子之间有吸附力，大多数液体的吸附力大于内聚力，只发现水银例外。

#### (二) 黏性

设液体在水平放置的等径圆管里流动，如图 2-1 所示。任意选取一断面，在某一瞬时，研究处于该断面上不同位置的质点运动情况。

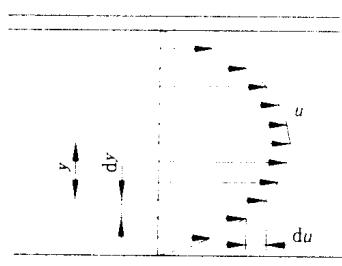


图 2-1 液体在管子里的流动

由于吸附力的作用，靠近管壁的质点流动速度为零；越靠近中心的液体质点受吸附力的影响越小，流动速度越大。位于管子中心的质点流动中速度最大。沿管子断面上速度分布规律呈中心对称状态，速度分布规律是半径  $y$  的函数，即  $u = f(y)$ 。

这样，液体在水平放置的等径圆管里流动是轴对称的，不同半径位置的质点速度不同，同一半径处质点的速度都相同，液体在管子里的流动可以看做无限多层无限薄的同心层在流动。

由于各层速度不同，就造成质点之间互相摩擦，层与层之间发生剪切。液体流动中在其内部产生摩擦力或剪应力的性质叫做黏性。黏性是流体的固有属性，只有在流动中才显示出来，其作用就是对流体的流动呈现阻碍作用。

#### (三) 黏度

黏度就是黏性的度量参数。黏度可分为绝对黏度和相对黏度，绝对黏度包括动力黏度和运动黏度。

##### 1. 动力黏度

取相邻两层液体进行研究，设两层液体之间的距离为  $dy$ ，速度差为  $du$ 。牛顿在试验中发现：相邻两层液体之间的摩擦力的大小和两层液体之间接触面积  $A$  成正比，和两层

液体之间速度差  $du$  成正比, 和两层液体之间的距离  $dy$  成反比, 用下式表示

$$F_f \propto A \frac{du}{dy}$$

取比例系数  $\mu$ , 则有

$$F_f = \mu A \frac{du}{dy} \quad (2-3)$$

两边除以面积并考虑坐标系有

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy} \quad (2-4)$$

式中  $du/dy$  表示相邻两层流体的速度差异程度, 称为速度梯度; 这里的系数  $\mu$  为衡量流体黏性的比例系数, 与流体的种类有关, 且由动力学方程推出, 称之为动力黏度( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ , 泊)。

由上式推出  $\mu = \tau / (du/dy)$ , 这样可得动力黏度的物理意义: 单位速度梯度的剪应力。

### 2. 运动黏度

在理论推导中经常碰到动力黏度和密度的比值, 具有运动学的量纲( $\text{m}^2/\text{s}$ , 斯), 称  $\nu (= \mu/\rho)$  为运动黏度。

机械油的编号就是按运动黏度编的。例如 30 号机械油的运动黏度是 30 厘斯(0.3 斯)。

### 3. 相对黏度

为了给黏度定量的认识, 将某种液体和人们熟悉的液体——水相比较, 从而提出相对黏度的概念。我国采用的相对黏度为恩氏黏度。

#### (1) 恩氏黏度定义

将 200ml 温度为  $T^\circ\text{C}$  的被测液体流经恩氏黏度计小孔(2.8mm)的时间  $t_1$  和 200ml 温度为  $20^\circ\text{C}$  水流经的时间  $t_2$  的比值, 称  ${}^\circ E = t_1/t_2$  为恩氏黏度。

#### (2) 恩氏黏度和运动黏度的换算关系为:

$$\nu_{50} = (7.31 {}^\circ E_{50} - \frac{6.31}{{}^\circ E_{50}}) \times 10^{-6} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (2-5)$$

式中  $\nu_{50}$  —— 某种液体  $50^\circ\text{C}$  运动黏度;

${}^\circ E_{50}$  —— 某种液体  $50^\circ\text{C}$  恩氏黏度。

### (四) 黏压特性和黏温特性

黏度随着压力的变化而变化的特性叫做黏压特性, 黏度随着温度的变化而变化的特性叫做黏温特性。

#### 1. 黏度和压力的关系

在一般情况下, 压力对黏度的影响比较小, 可以不考虑。当液体所受到的压力比较大时, 分子之间的距离缩小, 内聚力增大, 其黏度值也随之增大, 当压力不超过 50MPa 时, 黏度和压力的关系可用下式计算:

$$\nu_p = \nu_a (1 + 0.003p) \quad (2-6)$$

式中  $\nu_a$  —— 某种液体在标准大气压力下的运动黏度;

$\nu_p$ ——某种液体在  $p$  压力下的运动黏度；

$p$ ——液体的压力。

## 2. 黏度和温度的关系

液压油的黏度对温度变化比较敏感，当温度升高时，其分子之间的内聚力减小，黏度就随之降低。不同种类的液压油有不同的黏温特性，对于一般的液压油可用下面的近似公式计算：

$$\nu_t = \nu_{50} \left( \frac{50}{t} \right)^n \quad (2-7)$$

式中  $t$ ——液体的温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

$\nu_{50}$ ——某种液体在温度为  $50^{\circ}\text{C}$  的运动黏度， $\text{mm}^2/\text{s}$ ；

$\nu_t$ ——某种液体在温度为  $t^{\circ}\text{C}$  的运动黏度， $\text{mm}^2/\text{s}$ ；

$n$ ——指数，取值见表 2-1。

表 2-1 黏温特性计算指数

$\nu_{50}$	2.5	6.5	9.5	12	21	30	38	45	52	60
$n$	1.39	1.59	1.72	1.97	1.99	2.13	2.24	2.32	2.42	2.49

## 第二节 静止液体力学的基本规律

静止液体力学研究静止或相对静止液体的平衡规律以及这些规律的应用。所谓静止或相对静止，是指液体质点之间没有相对运动，也就是说没有流动。不流动的液体不呈现黏性。

### 一、液体所受的作用力

#### (一) 质量力和面积力

设有静止的圆柱形敞口容器盛有液体，分析该液体所受的作用力。

液体所受的重力等于液体的质量  $m$  乘以重力加速度  $g$ ，

即：

$$F_g = g \cdot m$$

液体顶面受大气的作用，作用力等于大气压力  $p_a$  乘以顶面的面积  $A$ ，即：

$$F_t = p_a \cdot A$$

容器底面给液体的作用力等于底面的压力  $p_b$  乘以底面积  $A$ ，即：

$$F_b = p_b \cdot A$$

图 2-2 液体所受的作用力

如果容器以等角速度绕竖直轴旋转，液体还会受到离心惯性力的作用，惯性力的大小和液体的质量有关。可以看到液体共受两种性质的力，一种和质量有关，称为质量力(也

叫做体积力),另一种和面积有关,称为面积力。

## (二) 单位面积力和单位质量力

面积力的计算公式为:

$$\text{面积力} = \text{单位面积力} \times \text{面积}$$

采用同样的方法,质量力的计算公式为:

$$\text{质量力} = \text{单位质量力} \times \text{质量}$$

则

$$\text{单位质量力} = \text{质量力} \div \text{质量}$$

例如:单位重力  $= mg/m = g$ , 直线运动的单位惯性力  $= (-Ma)/M = -a_0$

单位质量力在直角坐标系中的分量用  $X, Y, Z$  表示。

## 二、静止液体微分方程式的推导

设压力是空间位置的函数,即

$$p = f(x, y, z)$$

当坐标有增量时,压力增量为:

$$\Delta p \approx \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

在液体中取一六方单元体,边长分别为  $dx, dy, dz$ , 中心点  $A$  的压力为  $p$ , 单元体的单位质量力分量为  $X, Y, Z$ , 六个面上的压力可用微分表示,如图 2-3 所示。

根据静力学方程式  $\sum F_x = 0$  可得

$$\begin{aligned} X\rho dx dy dz &= (p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}) dy dz \\ &\quad + (p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}) dy dz = 0 \end{aligned}$$

整理得

$$X + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

采用相同的方法,可以得到另外两个偏微分方程,组合到一起具体如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} X + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ Y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ Z + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad (2-8)$$

该方程称为欧拉静力平衡方程。用  $dx, dy, dz$  分别乘以三个式子,然后相加整理可得

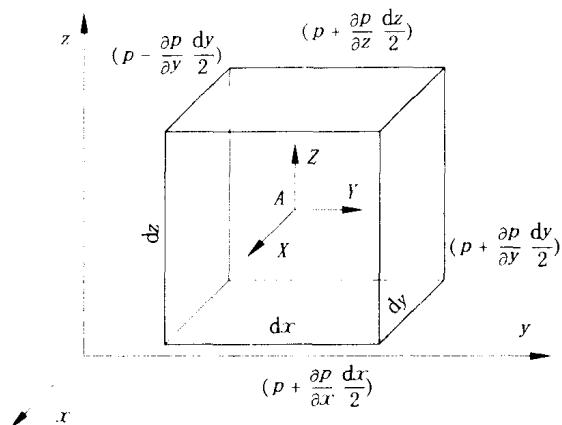


图 2-3 单元体受力分析

$$(Xdx + Ydy + Zdz) - \frac{1}{\rho}dp = 0 \quad (2-9)$$

### 三、静止液体微分方程式的应用

#### (一)重力液体

重力液体是指液体相对大地静止,所受的质量力只有重力,所选的坐标系为惯性坐标系,如图 2-1 所示。

##### 1. 压力分布

将  $X = Y = 0, Z = -g$  代入式(2-9)并整理可得

$$dp = -\rho g dz$$

积分可得

$$p = -\rho gz + C_1$$

或

$$\frac{p}{\rho g} + z = C \quad (2-10)$$

再利用边界条件(当  $z = 0$  时  $p = p_a$  可得  $C_1 = p_a$ )则有

$$p = -\rho gz + p_a \quad (2-11)$$

##### 2. 对式(2-11)的说明

(1)重力液体中的压力是由两项构成的,一项是由液体自重产生的压力,另一项是由外力产生的压力,任意一点的压力都等于液柱顶面的压力加上液体自重产生的压力。

(2)由液体自重产生的压力随着深度线性增加。

(3)由外力(大气压力、活塞等)产生的压力等值传递。

(4)  $\rho gz$  项给出了压力和液柱之间的换算方法。

(5)在液压传动中,液体自重产生的压力和大气压力比机械力产生的压力小得多,可以不计液体自重产生的压力和大气压力。

(6)处理气体时,由于气体的密度比较小,自重产生的压力非常小,一般不计气体自重产生的压力,认为盛有气体的容器内各处压力都相等。

##### 3. 等压面的概念

压力相等的点构成的曲面叫等压面。

令  $p = C$ , 则有  $z = (p_a - C_1)/(\rho g) = C_2$ , 故重力液体中等压面是水平面。

同理可知,自由液面是  $p = p_a$  的等压面。

#### (二)匀加速直线运动情况

由常识可知,小车加速时,液体向后跑,液面呈倾斜面(图 2-4),将坐标系建立在小车上,仍可用静力方程求解,但此时的坐标系为非惯性坐标系,液体所受的体积力除重力外还有惯性力。

##### 1. 压力分布

将  $X = -a, Y = 0, Z = -g$  代入式(2-9)得

$$-adx - gdz - \frac{1}{\rho}dp = 0$$

$$dp = -\rho a dx - \rho g dz$$

$$p = -\rho ax - \rho gz + C$$

再利用边界条件(当  $x=0, z=0$  时  $p=p_a$  可得  $C=p_a$ ), 则有

$$p = -\rho ax - \rho gz + p_a$$

## 2. 等压面

令  $p=C$ , 则有  $ax+gz=(p_a-C)/\rho=C_1$ , 由此可知等压面为倾斜面。同理可知, 自由液面是  $p=p_a$  的倾斜等压面。

### (三) 等角速度旋转容器

由常识可知, 容器等角速度旋转时, 液面呈稳定的曲面, 将坐标系建立在容器上(见图 2-5), 仍可用静力方程求解, 但此时的坐标系属于非惯性坐标系, 要引入惯性力, 这样液体所受的体积力(质量力)除重力外还有离心力。

## 1. 压力分布

将  $X=\omega^2 x$ ,  $Y=\omega^2 y$ ,  $Z=-g$  代入式(2-9)可得

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz - \frac{1}{\rho} dp = 0$$

$$dp = \rho \omega^2 x dx + \rho \omega^2 y dy - \rho g dz$$

$$p = \frac{1}{2} \rho (\omega^2 x^2 + \rho \omega^2 y^2) - \rho gz + C$$

再利用边界条件(当  $x=y=z=0$  时  $p=p_a$ , 可得  $C=p_a$ )则有

$$p = \frac{1}{2} (\rho \omega^2 x^2 + \rho \omega^2 y^2) - \rho gz + p_a$$

## 2. 等压面和自由液面

由方程可知, 等压面和自由液面是回转抛物面。

## 四、压力的表示

### (一) 大气压力、绝对压力、相对压力

地球周围大气产生的压力称为大气压力, 用  $p_a$  表示。

以绝对真空为零点计算的压力称为绝对压力, 用  $p_{abs}$  表示。以大气压力为零点计算的压力称为相对压力, 也叫表压力, 用  $p_g$  表示。这样相对压力就有正负之分, 负的相对压力表示绝对压力小于大气压力, 这个小于大气压力的数值习惯上称为真空度。大气压力、绝对压力、相对压力、真空度的关系见图 2-6。

### (二) 压力的单位

压力一般采用下面三种形式表示:

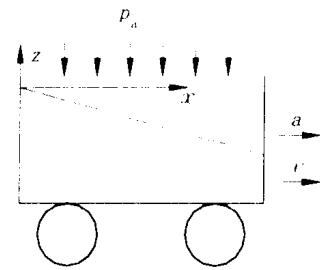


图 2-4 加速运动小车中的液体

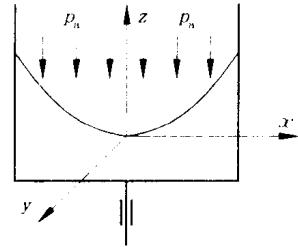


图 2-5 等角速度旋转容器

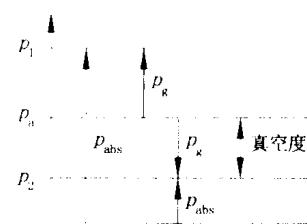


图 2-6 压力的表示