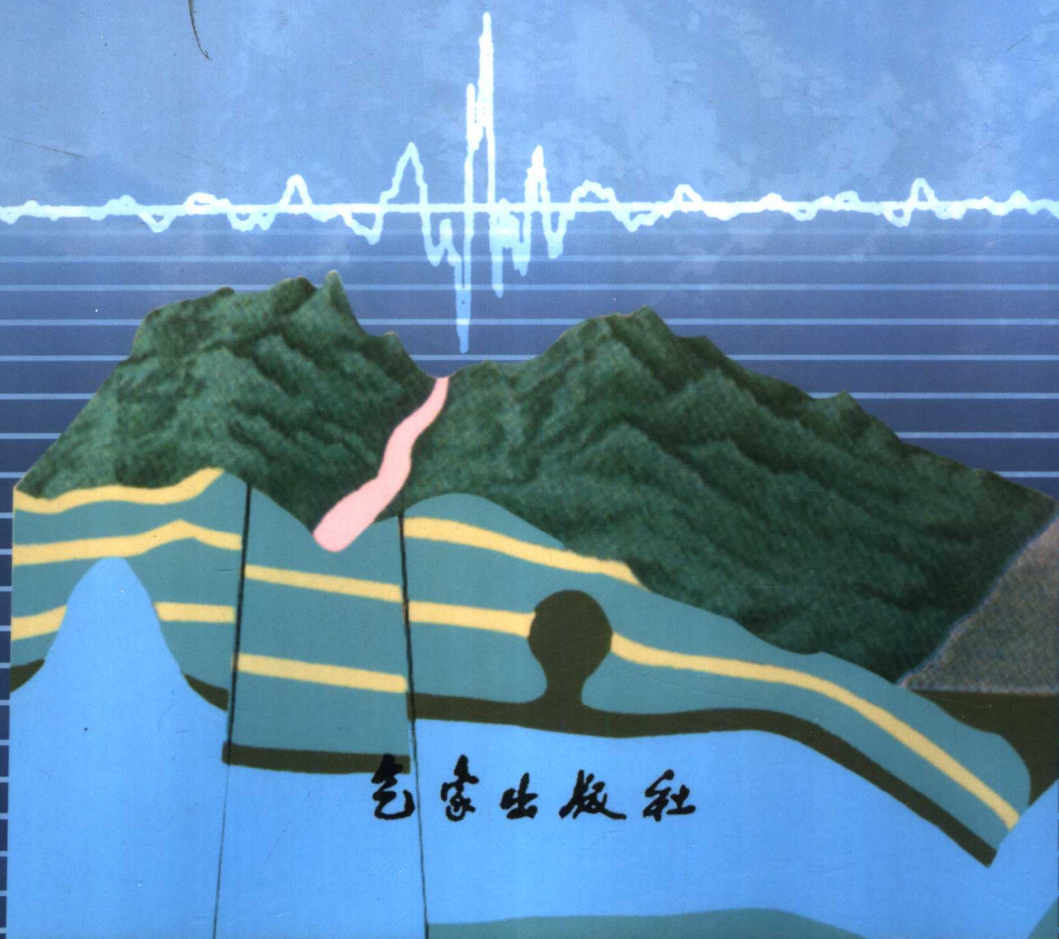


DIXUE JIAN MO

地学建模

林振山 袁林旺 吴得安 编著



气象出版社

国家“211”工程重大项目“不同时空尺度环境演变和生态建设”与江苏省“333工程”联合资助

地 学 建 模

林振山 袁林旺 吴得安 编著



气象出版社

内 容 简 介

本书介绍了地学诸学科(地理学、地质学、大气科学、环境科学等)在实际研究中常用的稳定性基本理论、人(虫)口-资源-环境动力模型、时间序列建模、地学规划、决策与优化模式、地学现象的空间统计分析与建模,以及统计-动力建模,同时还介绍了这些理论和模式在地学研究中的应用实例。本书内容全面,论述透彻,方法严谨。在内容的叙述上力求做到深入浅出,易于读者掌握和应用。

本书适合地学类各学科、各专业的本科学生。也可作为地学类各学科的研究生和教师科研参考书和工具书。

图书在版编目(CIP)数据

地学建模/林振山,袁林旺,吴得安编著. —北京:气象出版社,2003. 7
ISBN 7-5029-3588-6

I. 地... II. ①林…②袁…③吴… III. 地球科学—系统建模 IV. P

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 047194 号

Dixue Jianmo

地学建模

林振山 袁林旺 吴得安 编著

责任编辑:陶国庆 终 审:周诗健

封面设计:李忠信 责任技编:王丽梅 责任校对:王丽梅

出版发行:气象出版社

出版社地址:北京市海淀区中关村南大街 46 号

出版社电话:68407112

出版社网址: <http://cmp.cma.gov.cn/>

电子邮箱: qxcbs@263.net

邮政编码: 100081

传真号码: 62176428

印 刷: 北京昌平环球印刷厂
开 本: 787mm×960mm 1/16
印 张: 15
字 数: 302 千字
定 价: 23.00 元

版 次: 2003 年 7 月第 1 版
印 次: 2003 年 7 月第 1 次印刷
印 数: 0001~4000

版权所有 侵权必究

序

近几十年来,随着科学技术的进步,特别是电子计算机的诞生和不断完善,数学的应用已不再局限于物理、天文学等传统领域,地球科学、生态科学、环境科学,信息科学甚至哲学、医学、经济学等一些非理工科学科和一些交叉学科都提出了大量有待进行定量分析和定量预测的实际研究课题。要解决这些实际问题,十分关键而又十分困难的一步就是要建立恰当的数学模型。

1974年世界气象组织(WMO)和国际科学联盟理事会(ICSU)在瑞典联合召开了国际讨论会,明确提出了气候系统由是水圈、大气圈、冰雪圈、岩石圈、生物圈之间相互作用构成的一个非常复杂的整体,并由此延伸了地球系统的科学概念,明确了地球科学是以水圈、大气圈、冰雪圈、岩石圈、生物圈之间相互作用以及有关的物理过程、化学过程和生物过程为研究对象。从而开始了全球多学科合作的共同研究。地学研究的主要对象是人类赖以生存、生活和影响所及的地球系统。很显然,地学的发展是要受到数学、物理学发展水平的制约和推动,在数学和非线性科学取得重大发展的背景下,我们应该也有必要将数学、非线性科学、和地理科学结合起来,从而开辟地学的新领域。

有关数学建模的书已出版了不少。但在实际教学中,我们发现现有的有关数学建模的教材不是数学太难就是有关地学的应用太少了,而且内容也过于陈旧。为了加强地学研究的手段,从表现研究拓宽到数理分析,并适应当前地学研究的机理化和模式化,我们在南京师范大学地理科学学院开设了地学建模,并编写了讲义。在两年的教学中,该讲义不仅受到地理科学学院师生的欢迎,还受到地学其它学科的有关师生的欢迎。考虑到地学不同学科之间的通融性,我们在原有讲义的基础上补充了一些非地理学科的应用例子,并将书名定为地学建模。

该书有两个特点:一是充分考虑到地学类学生的数学基础;二是讲究实用性。其中有一些内容是作者近年来的研究成果,做到融教、学、研、用为一体。编写此书的目的是希望提高来自环境科学、生态资源科学和地学的广大本科生和研究生的数理演绎和量化研究的能力。

本书共七章,其中第一、第二和第五章由林振山编写,第三和第四章由袁林旺编写,第六、第七章由吴得安编写。全书由林振山修改定稿。管卫华、齐相贞、刘会玉、谢正磊等研究生参加了校稿工作。

由于编作者水平所限,难免有许多谬误与不当之处,敬请读者不吝赐教,不胜感激。有必要指出,本书是教材而不是学术专著,本书涉及到的许多建模方法和理论,均为前(他)人的成熟方法和理论,故未在参考文献里一一列出,望有关的作者见谅。

在本书的撰写过程中,得到了刘泽纯先生、沙润教授以及南京师范大学教务处有关领导的大力支持。谨此,作者向他们表示衷心的感谢。

本书是南京师范大学重点规划教材,由国家“211”工程重大项目“不同时空尺度环境演变和生态建设”、江苏省“333 工程”和南京师范大学联合资助出版。特此说明。

林振山

2003 年 4 月于契阔斋

目 录

序

第一章 地学建模的基本理论	(1)
§ 1.1 地学建模的分类和特点	(1)
1.1.1 地学建模的分类	(1)
1.1.2 地学建模的一般步骤	(3)
1.1.3 模型特点	(4)
1.1.4 地学建模过程的特点	(5)
§ 1.2 模式误差与混沌	(6)
1.2.1 1978 年前的数学体系	(6)
1.2.2 混沌	(7)
§ 1.3 动力模式与统计模式的适用范围	(7)
1.3.1 非混沌可预报动力系统	(7)
1.3.2 混沌动力系统	(8)
1.3.3 试验检验	(8)
§ 1.4 线性系统与非线性系统	(13)
1.4.1 概述	(13)
1.4.2 线性和非线性的数学描述	(14)
1.4.3 线性系统和非线性系统的特点	(15)
§ 1.5 相空间和定态	(16)
1.5.1 相空间和相平面	(16)
1.5.2 定态	(17)
§ 1.6 定态的稳定性分析及其分类	(18)
1.6.1 线性扰动方程	(18)
1.6.2 平衡态(系统)的稳定性	(23)
1.6.3 奇点(平衡态)的分类	(25)
1.6.4 举例	(27)
参考文献	(32)

第二章 人(虫)口-资源-环境动力模型	(33)
§ 2.1 地学建模的动力学机制分析	(33)
2.1.1 $f = 0$	(33)
2.1.2 $F = 0$	(35)
2.1.3 耦合系统	(35)
2.1.4 举例	(35)
§ 2.2 非线性气候模式	(37)
2.2.1 假设地球长波辐射遵守线性定律	(37)
2.2.2 假设行星反照率与地球表面温度呈线性关系	(38)
2.2.3 假设行星反照率与地球表面温度呈非线性关系	(39)
2.2.4 假设地球为一黑体	(40)
2.2.5 气候突变的参数方程	(41)
§ 2.3 大气对流模式	(42)
2.3.1 无阻尼线性模式	(42)
2.3.2 无阻尼非线性模式	(43)
§ 2.4 环境资源对区域经济的制约关系	(44)
2.4.1 有限资源对区域经济(社会生产)线性约束的动力学模式	(45)
2.4.2 有限资源对区域经济(社会生产)非线性约束的动力学模式	(48)
§ 2.5 可再生资源模式	(49)
2.5.1 指数增长模式	(49)
2.5.2 种内竞争模式	(51)
2.5.3 阻滞增长模型(Verhulst; Logistic)模型	(52)
§ 2.6 再生资源管理与开发模型	(55)
2.6.1 Schaefer 资源开发模型	(55)
2.6.2 最大持续收获量策略	(57)
2.6.3 最大经济效益的收获(捕捞)策略	(58)
§ 2.7 普适虫口模式	(59)
2.7.1 普适最大持续生产量(MSY)模式	(59)
2.7.2 具有捕杀(捞)、迁移的普适虫口模式	(60)
§ 2.8 竞争模型	(62)
2.8.1 Volterra 竞争共存第一模式	(62)
2.8.2 Volterra 竞争共存第二模式	(64)

2.8.3 两者相争强者胜	(65)
参考文献	(70)
第三章 时间序列建模技术	(71)
§ 3.1 时间序列及其数学描述	(71)
3.1.1 时间序列的概念和作用	(71)
3.1.2 平稳随机过程	(71)
3.1.3 时间序列	(73)
§ 3.2 时间序列的构成和分解	(74)
3.2.1 时间序列概念模型	(74)
3.2.2 时间序列的分解	(76)
§ 3.3 确定性时间序列分析模型	(83)
§ 3.4 随机时间序列分析模型	(85)
3.4.1 随机时间序列模型的基本类型	(86)
3.4.2 随机时间序列分析模型的识别	(87)
3.4.3 时间序列模型常用定阶准则	(90)
3.4.4 随机时间序列分析模型的参数估计	(92)
3.4.5 季节自回归滑动平均 (ARIMA) 模型	(94)
3.4.6 时间序列建模分析	(95)
§ 3.5 马尔科夫预测技术	(98)
3.5.1 有关基本概念	(98)
3.5.2 马尔科夫链	(99)
3.5.3 实例分析	(102)
参考文献	(104)
第四章 空间统计建模技术	(105)
§ 4.1 地统计学基本理论	(105)
4.1.1 区域化变量	(105)
4.1.2 协方差函数和变异函数	(106)
4.1.3 基本假设	(107)
4.1.4 方差估计理论	(109)
§ 4.2 变异函数及结构分析	(111)

4.2.1	变异函数及其理论模型	(112)
4.2.2	结构分析	(119)
§ 4.3	空间局部估计方法	(127)
4.3.1	克立格法概述	(127)
4.3.2	普通克立格法	(128)
	参考文献	(136)
第五章	统计-动力建模	(137)
§ 5.1	随机动力建模及其应用	(137)
5.1.1	Langevin 方程	(138)
5.1.2	Fokker-Planck 方程	(139)
§ 5.2	延时方程与离散动力建模	(142)
5.2.1	延时方程	(142)
5.2.2	单方程	(143)
5.2.3	双方程	(143)
5.2.4	三方方程	(143)
§ 5.3	利用资料反演建模及其应用	(146)
5.3.1	反演方法	(146)
5.3.2	局地气候系统的反演建模	(148)
5.3.3	反演重现技术	(149)
§ 5.4	相空间物理判据建模技术	(154)
5.4.1	建模思想	(154)
5.4.2	利用单变量时间序列重建相空间	(154)
5.4.3	相空间物理判据建模技术	(155)
5.4.4	最小方差判据	(156)
5.4.5	最小 Lyapunov 指数差判据	(157)
§ 5.5	神经网络模型	(157)
5.5.1	神经网络理论及其典型网络模型	(157)
5.5.2	区域可持续发展的 BP 神经网络综合评价模型	(162)
	参考文献	(164)
第六章	规划模型及应用	(165)
§ 6.1	地学的线性规划问题及其数学模型	(165)

6.1.1	模型的提出	(165)
6.1.2	线性规划问题的标准化	(167)
6.1.3	线性规划问题的矩阵形式	(169)
§ 6.2	线性规划问题的基本概念	(170)
6.2.1	基本概念	(170)
6.2.2	几何意义上的几个基本概念	(173)
§ 6.3	线性规划的求解	(174)
6.3.1	线性规划问题的基本定理	(174)
6.3.2	线性规划问题的基本解法——图解法	(174)
§ 6.4	单纯形法	(176)
6.4.1	单纯形法的求解过程	(176)
6.4.2	单纯形法基本原理	(181)
§ 6.5	单纯形表简介	(185)
§ 6.6	人工变量法	(186)
6.6.1	大 M 法	(187)
6.6.2	两阶段法	(188)
§ 6.7	线性规划解的各种情况讨论	(191)
6.7.1	无可行解的情况	(191)
6.7.2	有可行解,但无最优解的情况	(191)
6.7.3	退化解的情况	(191)
6.7.4	有无穷多个最优解的情况	(191)
§ 6.8	非线性规划模型简介	(195)
6.8.1	引例(投资决策模型)	(195)
6.8.2	非线性规划的数学模型的基本概念	(196)
6.8.3	非线性规划问题的求解方法——代数方法	(197)
§ 6.9	整数规划、0-1 规划和动态规划	(198)
6.9.1	整数规划问题	(198)
6.9.2	0-1 规划模型	(203)
6.9.3	动态规划	(208)
参考文献		(216)
第七章	地学插值方法	(217)
§ 7.1	拉格朗日插值	(217)

7.1.1 有关概念.....	(217)
7.1.2 插值公式及误差.....	(218)
§ 7.2 分段插值	(221)
7.2.1 分段线性插值.....	(221)
7.2.2 三次样条插值.....	(222)
§ 7.3 二维插值	(224)
参考文献.....	(229)

第一章 地学建模的基本理论

§ 1.1 地学建模的分类和特点

1.1.1 地学建模的分类

地学建模一般可分为物理建模和资料建模两大类。前者是以物理规律为基础的机理分析方法,该方法的应用前提是对研究对象的内部相互作用以及该系统与外界的相互关系,或是有所认识,或是可通过物理分析的方法间接地认识,其所关心的是系统未来空间结构和演化行为特性,通常也称为**动力学建模**;后者则是以资料分析为基础的统计分析方法,该方法是利用大量的实验资料、观测资料、分析资料寻找不同物理量之间的内在关系或过去有关的演化特性,一般是不涉及动力学机制的,而且是按照事先确定的某一(些)准则在某一类模型:选一个与数据拟合得最好的模型。所以也称**统计建模**。将这两种方法结合起来也是常用的建模方法,即用物理分析建立动力学模型的结构,而同时用统计分析和统计建模的方法来确定该动力学模型的有关参数或系数。

地学模型按照不同的方式还可以进行如下的分类:

(1)按照建立模型的数学方法(或所属数学分支)可分为:初等数学模型、几何模型、微分动力学方程模型、空间结构模型、随机动力学模型、规划论模型、模糊模型、灰色系统模型、神经网络模型、非线性动力学模型等;

(2)按照模型的应用领域或所属学科可分为:人口模型、交通模型、环境模型、生态模型、城镇规划模型、水资源模型、再生资源利用模型、污染模型、经济模型、政府管理模型等。

(3)按照模型的表现特性又有以下几种分法:

①**确定性模型**和**随机性模型**:取决于是否考虑随机因素的影响,可以将模式分为确定性模型和随机性模型。近年来随着数学的发展,又有所谓**突变性模型**和**模糊性模型**。

举例 1: 确定性模型举例:

虫口模式:

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX)$$

概念模型:人对环境影响程度

$$I = P \times A \times T$$

其中 P 是人口变化因子, A 是富裕变化因子, T 是技术变化因子。

系统理论模型与成因回归模式: 社会生产与资源、劳动力和资金的关系(实质是: 人口、资源、环境协调发展的系统动力学模型)为:

$$Y = a + bK + cL + dE$$

其中 Y 为产出量, K 为资本投入量, L 为劳动力投入量, E 为资源丰富度, a, b, c, d 为回归系数。

举例 2: 随机性模型举例:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \lambda) + F(\tau)$$

这里的 $f(x, \lambda)$ 和 $F(\tau)$ 分别为影响和决定系统运动的确定性因素和随机扰动因素。

静态模型和动态模型则取决于是否考虑时间因素引起的变化。

②线性模型和非线性模型: 取决于模型的基本关系, 如系统的相互作用、运动形式或微分方程是否是线性的, 可以将模式分为线性模型和非线性模型。如:

$$\frac{dX}{dt} = rX \quad \text{为线性模型}$$

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX) \quad \text{为非线性模式}$$

③离散模型和连续模型: 根据模型中的变量(主要是时间变量)取为离散还是连续的, 可以将模型分为离散模型和连续模型。如:

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX) \quad \text{为连续性模式}$$

$$x_{t+1} = rx_t \left(1 - \frac{x_t}{x_m} \right) \quad \text{是离散模型}$$

虽然从本质上讲大多数实际问题是随机性的、动态和非线性的, 但是由于确定性、静态、线性模型容易处理, 并且往往可以作为初步的近似来解决问题, 所以建模时常先考虑确定性、静态、线性模型。连续模型便于利用微积分方法求解解析解, 作理论分析。而离散模型便于在计算机上作数值计算, 所以用哪种模型要看具体问题而定。在具体的建模过程中将连续模型离散化, 或将离散变量视作连续, 也是常采用的方法。

(4)按照建模目的, 我们可以将地学模型分为描述模型、分析模型、预报模型、优化模型、决策模型, 控制模型等。

(5)按照对模型结构的了解程度, 我们可以将地学模型分为白箱模型、灰箱模型、黑箱模型。白即透明, 指建模者事先对系统(即“箱子”)的内在机制或规律较为明白。主要包括用物理、化学等一些机理相当清楚的学科描述的现象以及相应的工程技术问题。灰箱是指建模者事先对系统的内在机制或规律有所了解, 但尚不十分清楚。主要包括生

态、环境、地理、天文、气象、经济、交通等领域中的大量问题的研究。至于黑箱则主要指建模者事先对系统的内在机制和规律几无了解。主要包括生命科学和社会科学等领域中的一些前沿问题。

显然,所谓的白箱、灰箱、黑箱之间并没有明显的界限。可以想象,随着科学技术的发展,各类箱子的“颜色”必将逐渐由黑变灰,由灰变白。

1.1.2 地学建模的一般步骤

对于初学者而言,地学建模一般要经过模型酝酿、模型假设、模型构造、模式求解和数理分析五个步骤。

1.1.2.1 模型酝酿

建模者首先要在充分了解问题的基础上,明确建模的目的,搜集建模必需的各种信息,如数据、资料或有关情况等。根据自己的擅长技术、条件和研究对象的特点,确定建模的类型。

1.1.2.2 模型假设

这是建模成败的核心问题。地学建模的实质就是将地学问题抽象为数学问题。由于客观事物的复杂性,任何一个实际地学问题不经过简化、假设是不可能转化为数学问题的,即使可能,也会因为模式的极其复杂而无法求解。另一方面,不同的建模者、不同的简化假设都会得到不同的模型。如果假设过于主观、或不合理或过分简单都会导致模型失败或“失真”。通常作假设的依据,一是出于对问题内在规律或演化特性的认识,二是来自对数据、资料或现象的科学分析。当然也可以是二者合一。假设的关键是辨别问题的主次,把握问题的主要因素而舍弃次要因素。

1.1.2.3 模型构造

在科学(或合理)假设的基础上,建模者要充分发挥自己的专业知识和智慧才能合理、艺术、科学地构造出诸变量之间的数学关系,如构造线性或非线性的模型,指数或多项式的模型,一维或多维模型等。这不仅需要扎实的相关学科的专门知识,还需要一定的应用数学方面的知识。

在构造模型时,经验和天才的想象一样重要。此外,相似类比法(即根据不同对象的某些相似性,借用已知领域的数学模型)也是构造模型时常用的一种技术。如从虫口模式延伸到人口模式,从有关气流的流体动力学模式延伸到水流模式、交通流模式、人口流动模式、资金流动模式、产品流动模式等。对初学者来说,建模时还应尽量采用简单的数学工具。事实上尽管世界是复杂的,但许多支配世界运动的规律则是简单的。

1.1.2.4 模式求解

这是纯数学问题。一般说来模式的求解有直接求解和计算机数值计算两种,前者用

于简单的模式,后者用于复杂的模式。此外还可以采用图解、证明、逻辑运算等。

1.1.2.5 数理分析

数理分析是研究的重点,它是在对模式进行数学求解的基础上,根据专业知识来充分展开解释有关系数、参数的变化对系统的性质、演化和稳定性等情况的影响。有时是根据问题的性质分析变量间的依赖关系或稳定状况,有时是根据所得结果给出数学上的预报,有时则可能要给出数学上的最优决策或控制。

除了进行上述的五大步骤外,一般还要进行模型检验,即将数理分析的结果与实际的现象、数据相比较,从而检验模型的合理性和适用性。如果模型检验的结果不符合或者部分不符合实际,则要对模式的假设和模式的构成进行修改、补充。有时要经过几次反复的检验与修改,才能不断完善。

1.1.3 模型特点

成功的地学模型一般具有客观性、局限性、层次性、普适性和艺术性。

1.1.3.1 模型的客观性

所谓的客观性是指所建立的模型能够较客观、或从某方面较客观地描写了研究对象。很显然这里的客观性是相对的。一方面毫无客观性的模型是失败的,另一方面,由于建模者认识的有限性,任何成功的模型都不会与客观世界相吻合的。

1.1.3.2 模型的局限性

这里所说的局限性有以下几方面的含义:

(1)模型是现实对象简化、理想化的产物,任何结论的客观性和准确性都是相对的和近似的;

(2)由于建模者认识能力和科学技术,包括数学本身发展水平的限制,有不少的实际问题是很难得到有实用价值的数学模型;

(3)某些领域客观地存在着一些至今无法用建模方法得以研究解决的问题,如中医诊断过程。

1.1.3.3 模型的层次性

地学模型一般具有十分明显的层次性,即不同相互作用、不同性质的模型尽管很相似,但是不一样的。如模式

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX)^2$$

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX)^1$$

$$\frac{dX}{dt} = aX(1 - bX)^{0.5}$$

都可以用来表示人类与环境(如土地、水资源等)的关系。但是第三个模式描写的是人类与环境的关系十分恶化,第二个模式描写的是人类与环境的关系是一般的线性关系,而第一个模式描写的是人类与环境的关系十分协调。这里的层次性是十分明显的。此外,层次性还包括了时间和空间的多尺度性。

1.1.3.4 模型的普适性

模型的普适性指的是模型应用的极端广泛性,这里的普适性有两个含义:一是指当观测数据或有关系统的任何信息发生微小改变时,模型结构和参数也只发生微小变化;二是指任何一个地学模型都可以被用到不同的领域,或系统领域的不同问题。这是由于我们所建立的模型是现实对象抽象化、理想化的产物,它不为对象的所属领域所独有,可以转移到另外的领域。所以一方面在生态、经济、社会等领域内建模时可以沿用已有的数学、物理领域中的模型;另一方面,我们还可以把为研究某一特定问题而建立的任一成功的模式直接推广到同一领域的不同问题的研究,或推广应用到不同领域的问题研究中。模型的这种性质显示了它的应用的极端广泛性。

1.1.3.5 模型的艺术性

建模与其说是一门技术,还不如说是一种艺术。想象力、洞察力,判断力以及直觉、灵感和经验等在建模过程中往往会起到事半功倍的效果。

1.1.4 地学建模过程的特点

从上面的讨论中我们知道,用数学建模的方法来解决地学的实际问题最重要的是如何用数学语言来描写实际问题(即构造模型),其次才是模式的求解和分析。这与绝大多数数学课程,如微积分、线性代数、概率论、计算方法等是不一样的。地学建模除了要有一定的数学基础、扎实的专业知识和足够的经验(通过大量的练习)之外,特别需要丰富的想象力和敏锐的洞察能力。

想象力指人们在原有知识的基础上,将新感知的形象与记忆力的形象相互比较、重新组合、加工、处理,创造出新的形象,如将人口流动、物质流与水流类比来建立模型。此外,通过想象和逻辑思维,把对象简化、抽象使其升华到理想状态,以期能本质而深刻地揭示研究对象的内在规律。

洞察力则是指建模者在充分利用已有的资料、信息的基础上,经过十分简单、初步的分析迅速地把握了所要研究问题的主要矛盾、或高层次的物理要素而舍弃次要矛盾或低层次的物理因素。

地学建模过程是一种创造性思维过程,除了上面所强调的想象力和洞察能力外,还需要直觉和灵感。直觉是人们对新事物本质的极敏锐的领悟、理解或推断;灵感则是指建模者有意识或下意识的思考过程迸发出来的猜测、思路或判断。显然,直觉和灵感不

是凭空产生的,它或是要求建模者具有丰富的背景知识,或是在建模者对问题进行反复、深刻的思考或讨论后才出能涌现出来的。

地学建模的另一特点是跨学科,一是由于地学的研究对象往往涉及若干个学科,如地理科学、大气科学、海洋科学、资源科学等;二是从建模到分析往往要涉及数学、物理、非线性科学和地学等不同学科。

§ 1.2 模式误差与混沌

1.2.1 1978 年前的数学体系

1978 年前的数学体系有确定性论和概率论。

确定性论遵守的是 ϵ - δ 语言,即动力系统小量的初始误差 ϵ 所产生的结果误差也是一小量 δ 。此外确定性论还遵循一一对应的因果关系,一个初始条件或一组边界条件唯一地对应于一个(组)解。由于确定性论的典型代表**牛顿力学**的巨大成功,几百年来人们理所当然地认为世界是精确可知的。当时的事实的确如此,科学家利用牛顿三定律及其在流体的应用公式 N-S 方程,精确地计算出不同系统的演化轨线和未来的状态,从有形的轨迹到无形的行为,从行星、彗星的发现,到航海、气象、水文、地震的预报无一不是确定性的成果。事实上确定性论也成为可知论的科学依据。

与确定性平行发展的是概率论,即客观世界所遵循的是一多对应的因果关系,即任何客观系统都具有不确定性,导致系统行为的不确定性的原因是因为任何客观系统总是存在着来自内部和外界的随机因素。在概率论看来,世界是不可知的。所以概率论是不可知论的数学基础。由于随机因素的客观存在,系统遵守的是众数定律,即系统的统计特点、统计行为是可知的,而具体的某一事件或某一行为是不可准确预测的。

很显然,确定性论和概率论二者是对立的、互不相通的。由确定性论和概率论分别派生出了动力建模和统计建模。然而,无论是动力建模和统计建模,误差总是客观存在的。过去一般认为导致预测误差的主要原因有三方面:客观模式与主观模式的误差、计算与观察的误差以及由于资料离散而产生的误差。

随着对客观事物认识的提高,客观模式与主观模式的误差可以逐渐减少。随着计算与观察精度的提高,由计算与观察所产生的误差也是可以逐渐减少。如果我们能消除由于资料离散而产生的误差,那么我们就可以通过建模而准确地描写任意客观系统。

然而,随着计算机的发展,人们得以进行大规模的数值模拟和非线性微分动力系统的研究。大量的研究结果给数学家和物理学家带来了困惑:一些看似非常简单的二维非自治确定性非线性动力系统和三维自治确定性非线性动力系统存在着不确定解。是计算不稳定呢?还是由于系统的内在秉性所决定?