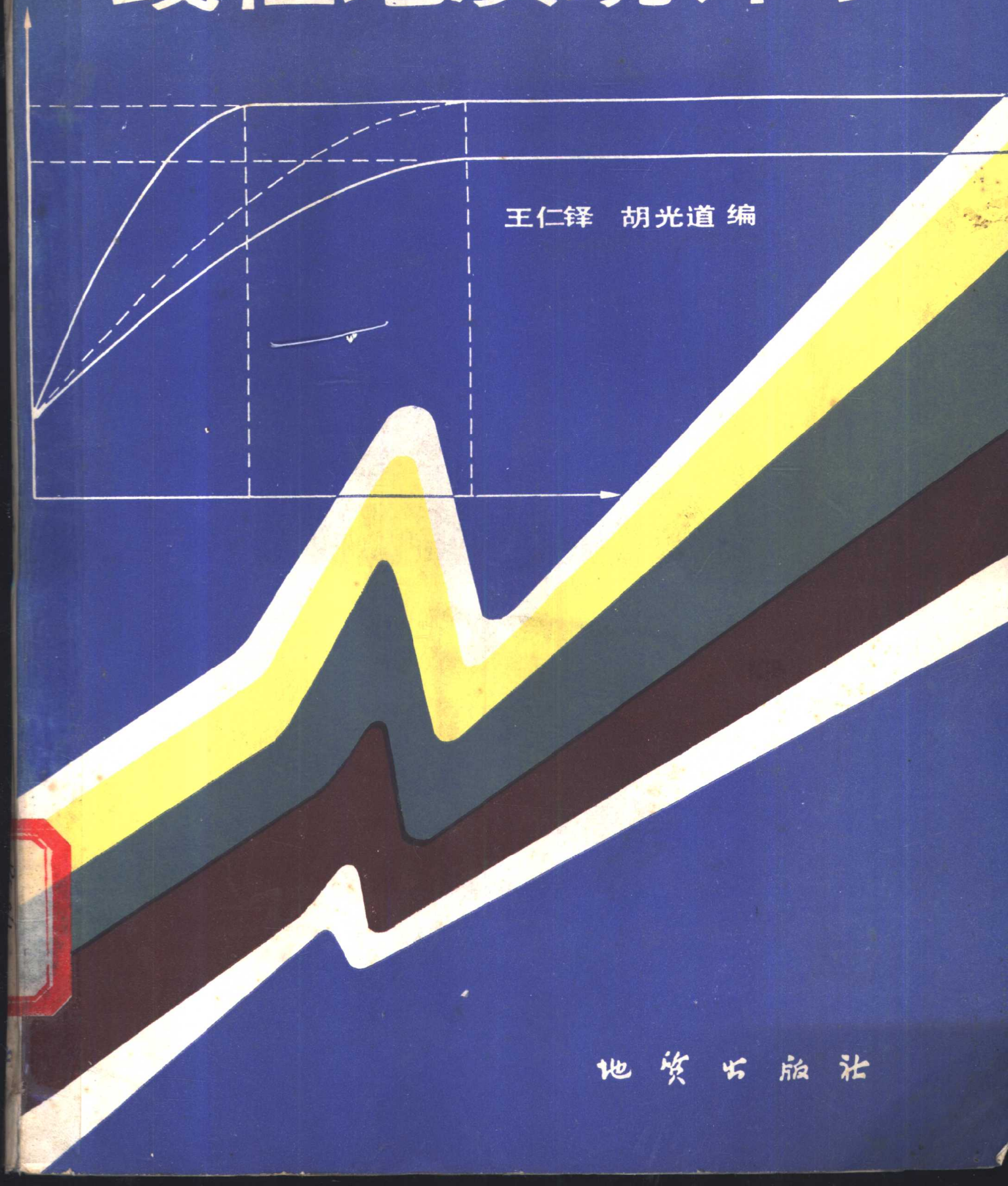


高等学校教材

# 线性地质统计学

王仁铎 胡光道 编

地质出版社



高等学校教材

# 线性地质统计学

王仁铎 胡光道 编

地质出版社

## 内 容 提 要

本书对线性地质统计学的内容介绍得较完整、详细,包括线性平稳地质统计学和线性非平稳地质统计学两大部分。全书重点放在线性平稳地质统计学上,包括区域化变量理论、变差函数及结构分析、普通克里格法等,对整体估计和线性平稳地质统计学在地质找矿勘探中的应用也作了适当介绍。在线性非平稳地质统计学中,较系统、全面地介绍了泛克里格法的理论、方法和应用。此外,对条件模拟和平稳非线性地质统计学(主要是析取克里格法)及地质统计学研究的新进展和趋向也作了简要介绍。

书中对各种方法的概念、原理、数学推导、方法步骤、使用条件等均作了较清楚的论述,同时还给出较多的应用实例,并在有关章节之后还附有习题,便于读者掌握和应用。

本书是编者在为中国地质大学(武汉)研究生及校外短训班多次讲课和开展科研的基础上修编而成的,可供有关高校研究生或高年级本科生作为选修课教材之用,也可作为专业地质人员或对此感兴趣的人们的自学参考书。

高等学校教材  
**线性地质统计学**  
王仁铎 胡光道 编

责任编辑:陈磊  
地质出版社出版  
(北京西四)  
地质出版社印刷厂印刷  
(北京海淀区学院路29号)  
新华书店总店科技发行所发行

开本: 787×1092<sup>1</sup>/<sub>16</sub> 印张: 16.625 字数: 400,000  
1988年11月北京第一版·1988年11月北京第一次印刷  
印数: 1—1,800册 定价: 3.30元  
ISBN 7-116-00274-X/P·247

# 前 言

本书是我们在为中国地质大学研究生多次讲课和开展科研的基础上编写的。它可作为高校有关专业的研究生或高年级大学生的选修课教材，也可供各部门对数学地质感兴趣的人们自修之用。

本书假定读者已具备微积分、线性代数、概率统计等数学基础和必要的地质勘探和矿山开采知识。书中我们主要介绍线性地质统计学的基本内容，包括线性平稳地质统计学和线性非平稳地质统计学两大部分。全书共分五章。第一章是概论；第二章介绍线性平稳地质统计学，包括区域化变量理论，变差函数及结构分析，普通克立格法等基础理论和基本方法；第三章介绍线性非平稳地质统计学，主要是泛克立格法；第四章介绍条件模拟的基本原理；第五章简单介绍非线性地质统计学及地质统计学研究的新进展趋向。

地质统计学是一门实践性很强的工程学科，为了帮助初学者理解其概念、原理，掌握其方法，我们在重要章节中举了国内外较好的实例，并在章节后配有少量习题和思考题。想进一步学习的读者可参阅书后的中、外文主要参考文献。

在编写中，我们力求做到概念明确，理论系统，数学推导严密、简练，符号使用统一，译名准确、恰当，文字简明、易懂，图表配合适当，实例较为丰富，能反映我国地质统计学方面的部分研究成果，初学者可略去数学证明。由于这方面的计算机程序内容太多，限于篇幅，本书就不涉及了。

在本书的编写过程中，始终得到赵鹏大教授的热情关怀和指导以及许多同行专家们的大力支持，在此一并表示衷心谢意。

由于我们水平有限，实践还不够多，修编时间又很匆促，书中定有错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

1987.12.

# 目 录

第一章 概论	(1)
§ 1.1 地质统计学产生的背景	(1)
1.1.1 传统储量计算方法中的问题	(1)
1.1.2 经典统计学的缺陷	(2)
1.1.3 地质统计学的诞生	(4)
§ 1.2 地质统计学的现状及优点	(4)
1.2.1 地质统计学的现状	(4)
1.2.2 地质统计学的优点	(6)
第二章 线性平稳地质统计学	(8)
§ 2.1 区域化变量理论	(8)
2.1.1 随机场与区域化变量	(8)
2.1.2 协方差函数与变差函数	(11)
2.1.3 平稳假设与本征假设	(13)
2.1.4 实验变差函数的计算公式	(16)
2.1.5 估计方差	(18)
2.1.6 承载效应和离散方差	(23)
2.1.7 正则化	(27)
本节习题	(33)
§ 2.2 变差函数及结构分析	(34)
2.2.1 变差函数的性质	(34)
2.2.2 变差函数的功能	(39)
2.2.3 变差函数的理论模型	(41)
2.2.4 一个方向的套合结构	(46)
2.2.5 不同方向结构的套合	(48)
2.2.6 稳健实验变差函数的获取	(57)
2.2.7 变差图的最优拟合	(68)
2.2.8 结构分析的一般步骤	(75)
2.2.9 结构分析的实例	(80)
本节习题	(98)
§ 2.3 辅助函数及其应用	(99)
2.3.1 辅助函数的定义及计算公式	(99)
2.3.2 标准球状模型辅助函数的公式及图表	(102)
2.3.3 利用辅助函数计算估计方差	(104)
本节习题	(111)
§ 2.4 整体估计问题	(112)
2.4.1 已知矿体边界时的整体估计	(112)

2.4.2 矿体水平投影面积的估计 .....	(120)
§ 2.5 局部估计——普通克立格法 .....	(123)
2.5.1 克立格法概述 .....	(123)
2.5.2 普通克立格方程组与普通克立格方差 .....	(126)
2.5.3 普通克立格法的计算 .....	(132)
2.5.4 协同克立格法简介 .....	(141)
2.5.5 普通克立格方案的拟订 .....	(144)
2.5.6 普通克立格法实例 .....	(150)
2.5.7 可回采储量的整体估计 .....	(157)
本节习题 .....	(163)
§ 2.6 线性平稳地质统计学在地质找矿勘探中的一些应用 .....	(164)
2.6.1 变差函数的一些应用 .....	(164)
2.6.2 勘探工程地质统计信息法 .....	(168)
<b>第三章 线性非平稳地质统计学 .....</b>	<b>(182)</b>
§ 3.1 泛克立格法概述 .....	(182)
3.1.1 一些基本概念 .....	(182)
3.1.2 漂移的形式 .....	(183)
3.1.3 趋势面分析的缺陷 .....	(184)
3.1.4 一般假设和问题的提法 .....	(185)
3.1.5 非平稳区域化变量的变差函数 .....	(186)
§ 3.2 已知协方差函数时的泛克立格法 .....	(188)
3.2.1 估计 $Z(x)$ 的泛克立格法 .....	(188)
3.2.2 估计漂移 $m(x)$ 和漂移系数 $a_l$ 的泛克立格法 .....	(193)
3.2.3 可加性定理 .....	(198)
§ 3.3 只存在变差函数时的泛克立格法 .....	(201)
3.3.1 只存在变差函数时估计 $Z(x)$ 的泛克立格法 .....	(201)
3.3.2 只存在变差函数时估计漂移 $m(x)$ 的泛克立格法 .....	(205)
3.3.3 只存在变差函数时估计漂移系数 $a_l$ 的泛克立格法 .....	(208)
3.3.4 $K$ 阶本征随机函数法的提出 .....	(210)
§ 3.4 泛克立格法实例 .....	(211)
<b>第四章 条件模拟的基本原理 .....</b>	<b>(219)</b>
§ 4.1 条件模拟概述 .....	(219)
§ 4.2 条件模拟的基本原理和方法 .....	(221)
4.2.1 条件模拟的基本理论与计算公式 .....	(221)
4.2.2 条件模拟与克立格估计 .....	(225)
4.2.3 三维空间中的非条件模拟与转向带法 .....	(225)
4.2.4 一维空间中的非条件模拟 .....	(228)
4.2.5 正态(高斯)变形 .....	(231)
<b>第五章 非线性地质统计学简介及地质统计学研究的新进展与趋向 .....</b>	<b>(234)</b>
§ 5.1 非线性地质统计学简介 .....	(234)
5.1.1 概论 .....	(234)
5.1.2 条件数学期望 .....	(135)

5.1.3 析取克里格法 .....	(236)
5.1.4 转换函数的析取克里格法 .....	(246)
§ 5.2 地质统计学研究的新进展与趋向 .....	(249)
结束语 .....	(253)
习题答案 .....	(254)
主要参考文献 .....	(256)
常用符号表 .....	(257)



# 第一章 概 论

地质统计学是近二十多年才创立并发展起来的一门新兴边缘学科，是数学地质中的一个独立分支。它开始是为了解决矿床从普查勘探、矿山设计到矿山开采整个过程中各种储量计算和误差估计问题而发展起来的，现在已成为能表征和估计各种自然资源的工程学科了。

法国著名数学地质学家G·马特隆(G. MATHERON)教授在研究了南非矿山地质工程师D.G.克立格(D.G. Krige)等人工作的基础上从理论与实践上进行了系统的研究，于1962年提出并创立了地质统计学。经过二十多年的发展，现在它已建立了自己较完整的理论基础和方法体系，扩大了其应用领域。目前，国外储量计算几乎都采用了地质统计学方法。1977年地质统计学开始引进我国，受到广泛的重视，在地质、冶金、煤炭、核工业、化工等部门广泛发展，并取得初步可喜的成果。

## § 1.1 地质统计学产生的背景

### 1.1.1 传统储量计算方法中的问题

在整个普查、勘探、矿山设计和矿山开采过程的各个阶段中都有储量计算问题。我们这里着重讨论矿床勘探阶段的储量计算问题。

传统的储量计算基本公式为

$$P = Q\bar{c} = Vd\bar{c} \quad (1-1)$$

其中 $P$ ——矿块金属量； $Q$ ——矿块矿石储量； $\bar{c}$ ——矿块平均品位； $V$ ——矿块体积； $d$ ——矿块体重。

在此公式中变化最大、对金属矿产储量计算极为重要的因素就是矿块的平均品位 $\bar{c}$ ，因此，如何较精确地估计 $\bar{c}$ 便是储量计算中要重点研究的课题。当然，矿块体积 $V$ 有时变化也较大，也有进一步研究的必要，但毕竟是第二位的，将在后面提到。

传统储量计算方法在估计 $\bar{c}$ 时有多种方法，如多边形法、三角形法、剖面法、块段法等，在计算勘探工程平均品位时这些方法还用了样品长度或面积为权进行加权平均，但在进一步计算块段平均品位时则没有给出确定各勘探工程平均品位权系数的方法。距离（或距离平方）倒数加权法虽对后一计算提出了一种确定权系数的方法，但它对各方向的钻孔同等对待，未考虑到矿化的异向性。总之，传统储量计算方法存在的问题可归纳如下：

1. 简单地把钻孔的品位延伸到某一块段，作为该块段的平均品位。实际上二者承载(Support, 有人译为“支撑”、“支架”、“支集”等，一般指样品或块段的体积大小而言)是不同的，钻孔岩芯的承载小，块段的承载大，二者的平均品位不能简单地等同起来。对于复杂矿床来说，这一问题将更加明显。如南非矿山地质工程师D.G.克立格等人在计算南非某金矿的储量时发现：用传统的多边形法计算的块段品位估计值与开采后的实际块段品位值之间存在系统偏差，其特点是：对高品位的矿块估计常偏高，而对低品位的矿块估计常偏低。从表1-1中可以明显看出这点。



表 1-1 南非某金矿用传统方法估计的品位与开采品位的对比

块段矿石等级 in-dwt	矿 量	品位估值 in-dwt	开采后品位值 in-dwt	误 差
低级91—149	110,000	124	150	- 17%
中级150—266	400,000	201	199	+ 1%
高级267—348	160,000	296	236	+ 25%

(据D.G.Krige)

注: in-dwt是inch-pennyweight (吋—英钱) 的缩写, 是金的一种衡量单位

2. 没有考虑品位的空间变化特征 (或矿化的空间结构特征), 因而影响了估计的精度。传统储量计算方法最多也只考虑到用样品长度、矿体厚度、剖面面积及样品到待估块段的距离等几何因素为权进行加权平均, 没有考虑品位空间变化特性这一因素。而实际情况说明不应忽视这一因素。例如, 品位在沿矿体走向 $u$ 方向上的变化性往往小于品位在沿

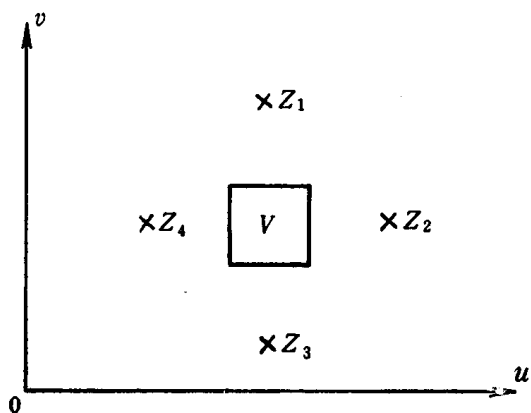


图 1-1 品位空间变化特性对计算块段平均品位的影响

矿体倾向 $v$ 方向上的变化性。在这种情况下 (见图 1-1) 下, 尽管信息样品品位值  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  的位置点与待估块段  $V$  的距离是相等的, 但由于品位沿矿体走向、倾向变化性大小不同, 故在加权平均时  $Z_2, Z_4$  的权应比  $Z_1, Z_3$  的权大些。而用传统方法对这四者只能赋予同样的权。

3. 由于传统方法不考虑品位之间的空间相关性, 因而就无法反映矿化强度的空间变化性 (或离散性)。传统方法虽然也能近似给出一个矿体的平均品位, 及不同级别的矿量, 但却不能给出不同级别的矿

石在矿体中的具体位置和分布, 而这点对于采矿来说是至关重要的。

4. 传统方法给不出估计精度的概念, 只能用不同方法的计算结果加以对比, 当然更谈不上有一种衡量估计精度的标准和方法了。而一种估计成果 (如储量计算结果) 如果没有给出估计误差的大小 (或估计精度的好坏), 则对采矿工作者来说是没有多大益处的。

5. 传统的储量计算方法不能适应采矿设计和生产的要求。采矿设计要求对各个开采块段都进行平均品位和储量的估计, 传统方法则做不到。

为要反映矿化强度的空间变化性, 一些地质学家和采矿工程师曾经使用了某些经典的概率统计方法。但是, 把经典统计学直接用来研究地质变量也有其缺陷。

### 1.1.2 经典统计学的缺陷

早在三十年代初期, 苏联地质勘探人员就开始应用数理统计方法研究矿床变化性、勘探网密度和储量误差三者之间的关系。后来他们发现, 地质变量并不总是纯随机变量, 因而认识到想用简单的统计方法来解决复杂的地质勘探问题是十分困难的。

在西方, 南非统计学家 H.S. 西舍尔 (H.S. Sichel) 是很早运用统计学于品位估计和

储量计算上的学者之一。他对兰德金矿进行了研究，1947年发表论文，提出了适用于金品位的对数正态分布模型。数年后，D.G.克立格又提出了三参数对数正态分布模型。从此，以统计学方法来评价金矿床的工作得到迅速推广。尽管如此，经典统计学在应用于地质变量时仍存在不少缺陷，这是带有普遍性和根本性的。归纳起来，主要有四：

1. 经典统计方法在统计样品品位的频率和作频率直方图时均不考虑各样品的空间分布。但在地质、采矿工作中，这种空间分布则是非常重要的，不容忽视的。因为若高品位样品的空间位置都很接近，则意味着该处有矿化；反之，则认为无矿化。正因为经典统计不考虑样品的空间分布，故它不能反映矿化强度在空间的变化性。如图1-2(a)，(b)，(c)，(d)中的四个样品品位值均为10%、20%、30%、40%，但由于样品的空间分布位置不同，就出现了品位的空间变化性。图1-2只是展示出其中一些可能的空间分布情况。尽管这四种空间分布情况很不相同，但它们的平均品位及方差却都一样。这个例子直观地说明了经典统计不能反映矿化强度在空间的变化性这一弱点。

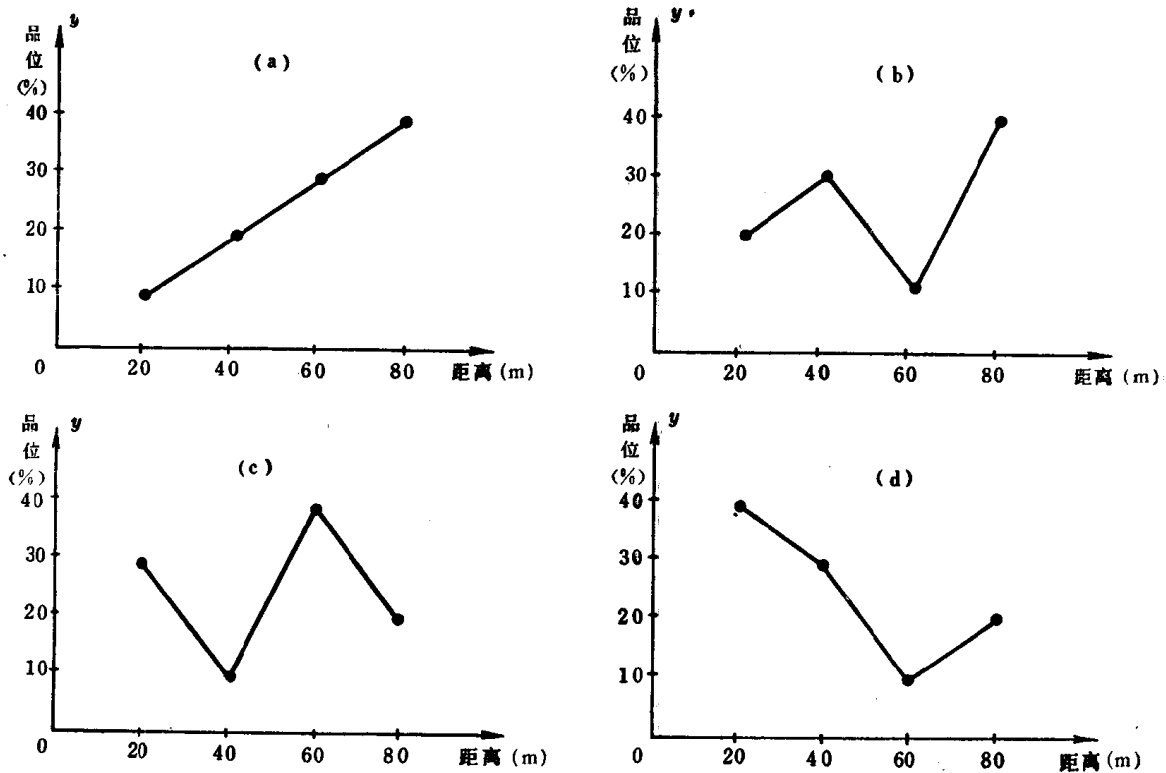


图 1-2 同一批品位数据的空间变化性

2. 经典概率统计学的研究对象必须是纯随机变量，而地质、采矿中所遇到的许多地质变量并不是纯随机变量，而是既有随机性又有结构性（指在空间分布上有某种程度的相关性或连续性）的变量。

3. 经典概率统计学所研究的变量原则上都是可以无限次重复试验或大量观测的，但地质变量则不行。因为一旦在矿体某处取一样品后，严格说来，就不可能在同一地方再次取到样品了。

4. 经典概率统计学一般要求每次抽取样品必须是独立进行的, 但地质变量在两个相邻样品中的值就不见得独立, 往往有某种程度的空间相关性 (或说某种程度的连续性)。

为了寻求一种既能保持概率统计方法的有效性, 又更切合地质变量特点的新途径, 导致了地质统计学的诞生。

### 1.1.3 地质统计学的诞生

为了解决在地质变量具有随机性和结构性的条件下仍能使用统计方法的问题, 本世纪四十年代末出现了变差函数, 或变差图, variogram, 或叫变程方差函数 (不少书上称为“半变异函数”, semivariogram。这二者只是在定义时差个常数 $\frac{1}{2}$ , 并无本质区别)。由于它能够同时描述地质变量的随机性和结构性变化, 这就为在地质、采矿中使用统计方法铺平了道路。

从1951年起, 南非的矿山地质工程师D.G. 克立格和统计学家H.S. 西舍尔等人根据他们对南非金矿多年来的工作经验, 提出了根据样品空间位置不同和样品间相关程度的不同, 对每个样品品位赋予一定的权, 进行滑动加权平均, 来估计中心块段平均品位的方法, 这就是克立格法 (也称为“克立金”, kriging)。虽然他们自己常说只用了经典统计学, 然而实际上他们的方法已很不同于经典统计学了。

变差函数的产生和克立格法的提出为地质统计学的诞生准备了重要的条件。到了五十年代后期, 法国著名的矿山主任工程师兼概率统计学家G·马特隆教授在认真研究了D.G·克立格和H.S. 西舍尔等人工作的基础上, 从理论和实践上进行了系统的研究。他在研究了10个国家40多个矿床 (其中有6个不同类型的铀矿、块状和浸染状有色金属硫化矿、铁矿以及锡、金、钨、滑石、萤石等矿床) 的丰富实践基础上, 把D.G. 克立格等人的研究成果进一步理论化、系统化, 又采用了随机函数来同时描述地质变量的结构性和随机性, 从而提出“区域化变量”的概念。1962年, G·马特隆为了指明综合随机性与结构性两种特性的领域, 第一次提出了“地质统计学” (法文为Géostatistique) 这个名词, 并发表了专著《应用地质统计学论》 (Traité de Géostatistique Appliquée, Editions Technip, Paris, Vol.1 (1962)334P, Vol.2 (1963) 172P.), 阐明了一整套区域化变量的理论, 为地质统计学奠定了理论基础。从此, 地质统计学就作为一门新兴的边缘学科诞生了。

## § 1.2 地质统计学的现状及优点

### 1.2.1 地质统计学的现状

#### 1. 地质统计学的概念

G·马特隆在1962年曾给地质统计学下过一个最早的较广泛的定义: “地质统计学就是随机函数的形式体系在勘查与估计自然现象上的应用”。随着地质统计学的发展, 到了1970年, 他又把定义更加明确化、具体化为: “地质统计学是区域化变量理论在评估矿床上的应用 (包括其中所采用的各种方法和技巧)”。但是, 地质统计学的进一步发展表明, 地质统计学不仅能有效地用于评估矿床上, 而且还可同样有效地用于许多其他与自然资源有关的领域上。因此, 综合上述两个定义, 我们是否可以这样来理解其定义, 即“地质统计学是区域化变量理论在勘查、估计那些展布于空间中并显示出一定结构性和随机性的自然现

象上的应用”。如果想更具体化地从各个侧面来描述，则可说：“地质统计学是以变差函数作为基本工具，在研究区域化变量的空间分布结构特征规律性的基础上，选择各种合适的克立格法，以达到更精确地估计或对区域化变量进行条件模拟为主要目的的一门数学地质独立分支”。

## 2. 地质统计学的现状

经过二十多年的发展，目前地质统计学已初步形成了一套较完整的理论体系和基本工作方法，编制了一整套实用有效的程序包和程序库，建立了适用于地质统计学的地质矿产数据库，扩大了其应用的领域和影响。现已经召开过三届（1975年、1983年和1988年）国际地质统计学大会，总之，可以说，地质统计学已成为一门应用广泛、富有经济效益的工程学科了，同时她在数学地质中的地位也日益提高。但她毕竟还是一门年轻的学科，还正处在蓬勃发展、方兴未艾的阶段。这里只简单介绍一下她在各方面的现状，使读者对她有个概貌。

### (1) 形成了一套较完整的理论体系

① 线性平稳地质统计学：这是地质统计学的基础部分，包括基本概念(区域化变量)，基本工具(变差函数)，基本假设(二阶平稳假设和本征(intrinsic)假设，或译为“内蕴”假设)，基本公式(变差函数、估计方差、离散(dispersion)方差或译为“离差”方差、正则化变差函数等公式)和基本方法(普通克立格法)等内容；

② 线性非平稳地质统计学：包括泛克立格法和K阶本征随机函数法等；

③ 条件模拟：包括对矿床的条件模拟和对采矿过程的条件模拟等；

④ 平稳非线性地质统计学：包括条件数学期望、析取克立格法等；

⑤ 储量参数的确定。

(2) 提出了一些重要的方法和技巧：如转向带法、正态变形法等。

(3) 编制并优化了一整套实用有效的程序库和程序包系统：仅以法国巴黎国立高等矿业学院枫丹白露地质统计学中心为例，就有以下内容：

① 资源估计程序库GEOSMINE：包括线性地质统计学的各种应用，并包含以下程序：

i) MGILIB：数据组织/显示和标准统计

ii) MGSLIB：数据的选择

iii) MGTRANS：数据的变换

iv) GEOLIN：三维变差函数分析及多元克立格法

v) GJUST：拟合变差函数的图形显示程序

② 可回采储量估计程序库 GEOSREC：可完成整体或局部可回采储量估计(通过析取克立格法)。该程序库分为以下两部分：

i) ANALIB：可对正态变形函数进行试验研究

ii) DKLIB：可进行三维析取克立格法和对不同承载大小进行可回采储量计算

③ 条件模拟程序库 GEOSIMU：包括多元三维条件模拟的所有具体步骤。该程序库又分为两部分：

i) ANALIB：(见前)

ii) SIMLIB：包含正态随机函数的点模拟或块段模拟程序，用实测数据值对它们加

条件的程序以及使最后结果规格化的程序

④ 最终露天开采参数确定程序库MULTIPIT：露天矿开采设计最优化程序

⑤  $K$ 阶本征随机函数的估计程序库：BLUEPACK-3D：是通用的三维空间相关变量的最优线性估计（克立格法）程序库，可用于二维或三维任意取样的非平稳现象的分析和内插。它还包括变差函数的自动结构识别和计算。

⑥  $K$ 阶本征随机函数的条件模拟程序库SIMPACT：可完成二维非平稳现象的条件模拟。

所有上述六个程序库都要把数据存储在一个标准化的文件结构MAGMA中。

⑦ 地质统计学显示程序包 GEOSVISU：可在图形显示终端上显示出钻孔、块段或空间点的信息。

⑧ 绘图程序包MAP：可绘制各种地质统计学图件。

（4）扩大了地质统计学的应用领域：

① 在地质、矿业方面：已从传统的矿产储量计算和可行性研究发展到广泛地应用在地质勘探、煤田地质、石油地质、水文工程地质、环境地质、构造地质、海洋地质及物化探数据处理等许多方面。仅在地质勘探领域内，地质统计学的应用也深入到各个方面，如矿体变化性的研究，取样最优化，合理勘探方案的选择（包括合理勘探网密度、合理勘探程度、合理勘探精度的选择和最优井位的确定等），资源评价的丰度估计，矿产储量的最优估计和矿石储量分级等。又如在矿业领域内，她可用于可行性研究，矿山设计，可回采储量的局部估计，可回采矿石量与边界品位的关系，开采边界品位的确定，采矿不同阶段品位波动性研究，采矿过程的条件模拟等。

② 其他领域的应用：由于区域化变量是广泛存在于自然资源中的，因而地质统计学还可用于其它自然资源领域。如森林资源估计，农作物估产，大气降雨量的估计，大气污染量的估计等。

### 1.2.2 地质统计学的优点

地质统计学之所以发展如此之快，普及如此之广是因为她有一系列明显的优点：

1. 地质统计学不是简单地把现成的概率统计理论、方法直接搬到地质、采矿领域中来套用，而是从地质、采矿实际出发，根据地质变量本身的特点来选择合适的数学概念、理论、模型、方法，并加以改造、创新，使之适应地质运动特殊性的需要。正因为她在数学与地质的结合上下了一番工夫，因此她能更有效地解决地质、矿业等领域中的问题。

2. 她最大限度地利用了勘探工程所提供的各种信息。如在用克立格法估计矿床中某块段的平均品位时，不仅考虑了落在该块段中的样品数据，而且还考虑了落在该块段外的邻近样品的数据；不仅考虑了待估块段与信息样品间的空间位置关系，而且还考虑了各信息样品彼此之间的空间位置关系；除了考虑上述几何因素外，还考虑了品位空间分布的结构特征。

3. 她不仅可以进行储量的整体估计，更重要的是可以进行储量的局部估计。传统的储量计算方法提供的只是若干个勘探块段的储量，这种块段对采矿设计来说是太大了，而且很不规则，设计部门难以使用。而用地质统计学方法则可分别算出矿床中所有最小开采块段的品位和储量。这样，就能更好地满足矿山设计的要求，从而有利于矿床勘探、矿山

设计和矿山开采三个阶段的相互衔接。

4. 她估计出的品位和储量数字一般比传统方法的数字更为精确, 至少可避免系统误差。例如, 某个已采完的铜矿山, 根据勘探资料, 用传统方法估计的铜平均品位为2.51—3.20%, 用地质统计学方法估计的为2.14%, 而根据出售的铜算出的实际平均品位为2.04%。可见地质统计学方法计算出的结果更接近实际。又如, 美国亚利桑那州有一个矿山, 用传统方法的一个模型预测, 认为在16000kt 物料中有82%是矿石, 18%是废石。而用地质统计学方法预测, 则认为60%是矿石, 40%是废石。最后, 按开采资料算得的实际矿石占59.4%, 废石占40.6%, 更接近于地质统计学的预测结果。再如, 位于法国罗纳河口省的卡诺耐特铝土矿, 1971年用地质统计学方法估计该铝土矿储量为  $430 \pm 80$ kt, 其中  $\text{SiO}_2$  占  $5.1 \pm 0.8(\%)$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  占  $47.4 \pm 1.3(\%)$ ,  $\text{CaO}$  占  $1.7 \pm 0.5(\%)$ 。后经过八年多, 该矿开采完毕, 实际采出的铝土矿总量为460,871t, 其中  $\text{SiO}_2$  占5.05%,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  占47.85%,  $\text{CaO}$  占2.15%, 均落在原来估计区间内。

5. 她能给出估计精度来。用地质统计学可以算出克立格方差, 它是度量估计精度的一个很好的尺度。而传统的储量计算方法连估计精度的概念都给不出, 这就大大降低了其估计结果的意义。实际上, 用地质统计学中的克立格给出的估计是一种无偏、最优(即估计方差最小)的内插估计。

6. 应用地质统计学方法必定要使用电子计算机。这二者相结合不仅能实现储量计算的科学化、精确化, 还能实现自动化。这样既可节省人力和时间, 又可提高储量计算的质量。

7. 地质统计学中的条件模拟可以很好地再现变量的变化性(或波动性)。它与克立格估计是相辅相成, 缺一不可的。它不仅可以模拟矿体、矿床, 而且还可模拟矿山开采过程, 这就为矿山设计, 开采最优化提供了定量依据。

8. 她可为计算机自动成图和分块拼图提供有力的工具和方法。由于克立格估计是一种无偏最优的内插估计, 且在数据点处的估值就是该数据本身, 因而她可为计算机绘图中数据的网格化提供一种理想的工具。又由于她在分块图的边界上估值相同, 因而容易实现拼图。大家知道, 地质研究成果许多都要用各种等值线图来表示, 因此, 用地质统计学方法进行计算机自动成图的研究是大有可为的。

## 第二章 线性平稳地质统计学

### § 2.1 区域化变量理论

#### 2.1.1 随机场与区域化变量

##### 1. 随机变量、随机函数、随机过程与随机场

要真正理解区域化变量的概念，很好地掌握和应用地质统计学，就需要有一定的概率统计的基础知识和随机过程的一些基本概念。为了方便读者，我们先简单地回顾与复习一下有关的基本概念。

##### (1) 随机变量

设随机试验  $E$  的样本空间为  $\Omega = \{\omega\}$ 。若对任一  $\omega \in \Omega$  都有一实数  $Z$  与之对应，而且对任何实数  $z$ ，事件  $\{Z \leq z\}$  都有确定的概率，则称  $Z$  是一个随机变量。通俗些说，随机变量  $Z$  是这样一个实值变量，它有一个可能取值的范围，它随着随机试验结果的不同而取不同的值，且它取值于任何区间内都有一定的概率。简单地说，随机变量就是具有一定概率分布的变量  $Z = Z(\omega)$ 。

概率论中的随机变量就相应于数理统计中的总体。对随机变量进行一次观测，就相应于对总体进行一次抽样。对随机变量每次观测的结果  $z$  是一个确定的数值，叫做随机变量  $Z$  的一个实现。这就相应于对总体  $Z$  每次抽样的结果  $z$  是一个确定的数值，叫做总体  $Z$  的一个样本观测值。一般习惯上用大写  $Z$  表示随机变量，用小写  $z$  表示其实现。但有时为了书写方便，不加区分，都用大写  $Z$ ，这就要求读者根据具体情况，对它作不同的理解。

##### (2) 随机函数

设随机试验  $E$  的样本空间为  $\Omega = \{\omega\}$ ，若对每一个  $\omega \in \Omega$  都有一个函数  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega)$ ， $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$ ，与之对应，且当各自变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  均取任意固定值时，函数  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega)$  为一随机变量，则称  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega)$  为定义在  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  上的一个随机函数。因此，随机函数  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega)$  可以理解为（或定义为）具有  $n$  个参数  $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$  的随机变量族。这是随机函数的一种定义法。另一方面，由于每次随机试验（或观测）的结果都可得到一个确定性的函数  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ， $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$ ，它叫做随机函数  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n, \omega)$  的一个实现，故随机函数还可以有第二种定义法，即把随机函数理解为它的所有实现  $Z(x_1, x_2, \dots, x_n), x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$  的集合。随机函数的这两种定义各有其方便之处。

##### (3) 随机过程

当随机函数中只有一个自变量  $x_1 = t$ （一般表示时间）时，称为随机过程，记为  $Z(t, \omega)$  或  $Z(t)$ 。为了帮助读者直观理解，我们给出随机过程  $Z(t, \omega)$  依赖于  $t$  的图（见图 2-1）。

随机过程  $Z(t, \omega)$  可以有两种理解：



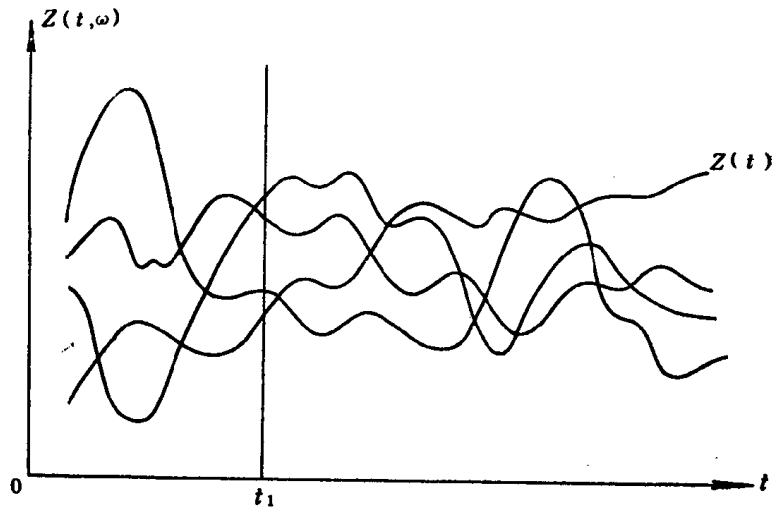


图 2-1 随机过程  $Z(t, \omega)$  图

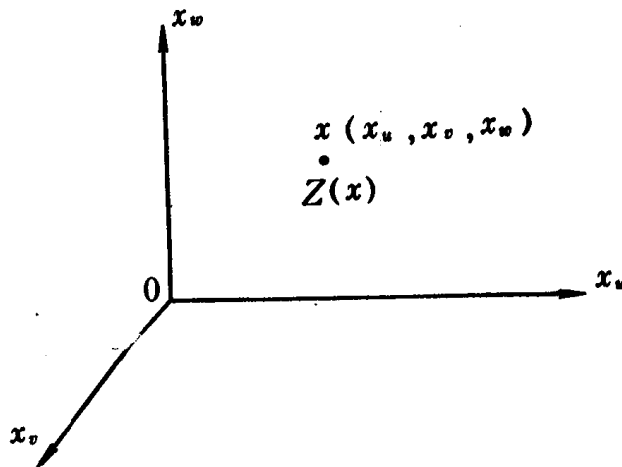


图 2-2 随机场  $Z(x)$  图

①  $Z(t, \omega)$  的所有实现  $Z(t)$  的集合，即图2-1中一族曲线  $Z(t)$  的集合，其中每条曲线都是一次随机试验的结果，都是随机过程的一个实现；

② 依赖于一个参数  $t$  的一族随机变量。因为对参数  $t$  的每一个固定数值  $t_1$ ,  $Z(t_1, \omega)$  均为一个随机变量。这就相当于图2-1中用  $t=t_1$  的直线切割那一族曲线（实现），其交点集就是这一随机变量所能取值的点集合。

在随机过程中唯一的自变量也可以不是时间  $t$ ，而是别的含义的变量，如可以是距离  $s$  或深度  $h$  等。此时，随机过程记为  $Z(s)$  或  $Z(h)$ 。

#### (4) 随机场

当随机函数  $Z$  依赖于多个（二个及二个以上）自变量时，称为随机场。常用的是有三个自变量  $x_u, x_v, x_w$ （是空间点  $x$  的三个直角坐标）的随机场，简记为  $Z(x_u, x_v, x_w)$  或  $Z(x)$ （此处的  $x$  是三维向量  $(x_u, x_v, x_w)$  的简写，也表示具有空间直角坐标  $x_u, x_v, x_w$  的一个空间点），见图2-2。

类似地，对随机场也可有两种定义和两种理解，即随机场  $Z(x_u, x_v, x_w, \omega)$  是：

① 其所有实现  $Z(x_u, x_v, x_w)$  的集合。其中每一个实现都是一个三元实值函数，或说是

一个空间点函数 $Z(x)$ 。因为这三个自变量 $x_u, x_v, x_w$ 不是别的，就是空间点 $x$ 的三个直角坐标；

② 依赖于三个参数 $x_u, x_v, x_w$ （或说依赖于空间点 $x$ ）的一族随机变量。因为只要 $x_u, x_v, x_w$ 一固定（或说空间点 $x$ 给定），则 $Z(x_u, x_v, x_w, \omega)$ 就是一个随机变量了。

自然界中的电场、磁场、重力场、温度场等都是空间点函数，且它们也都有随机性的变化，故都可看成随机场。对它们每次随机观测的结果，都是一个确定的空间点函数（即实现），而当我们对空间固定的某点 $x_0$ 来考察它们时，则是个随机变量。

## 2. 区域化变量

(1) 定义：以空间点 $x$ 的三个直角坐标 $x_u, x_v, x_w$ 为自变量的随机场 $Z(x_u, x_v, x_w) = Z(x)$ 称为一个区域化变量。

当人们对它进行了一次随机观测后，就得到它的一个实现 $Z(x)$ （一般也记作 $Z(x)$ ，写法上不加区别），它是一个普通的三元实值函数，或说是空间点函数。

因此，区域化变量 $Z(x)$ 的含义具有两重性：观测前，把 $Z(x)$ 看作随机场；观测后，把 $Z(x)$ 看作一个普通的三元实值函数（或空间点函数）。只有把这两重性都理解了，才算真正掌握了区域化变量这个基本概念。

有的书中把 $Z(x)$ 就说成是随机函数，这固然也可以，但我们必须知道随机函数概念是相当广泛的，而区域化变量 $Z(x)$ 只是当自变量只有三个，且其含义必须是代表一个空间点的三个直角坐标时的一种特定的随机函数。因此，我们以后均说 $Z(x)$ 是区域化变量。

在地质、采矿领域中许多变量都可看成是区域化变量。如矿石品位、矿体厚度、累积量（品位乘厚度）、地形标高、顶（底）板标高、地下水水头高度、各种物（化）探测量值、矿石内有害组分含量、岩石破碎程度、围岩蚀变程度、海底深度、大气污染量、孔隙度、渗透率等等均可看成是区域化变量，只不过有些是三维的，有些是二维的罢了。区域化变量正是地质统计学的研究对象。

(2) 功能：由于区域化变量是一种随机函数，因而能同时反映地质变量的结构性与随机性。一个矿床中矿石品位的分布具有混杂的特征，其中一部分是结构性的，而另一部分则是随机性的。因此，对任一矿床进行科学的（至少是符合实际的）估计时，必须既考虑到矿床固有的结构性，又要考虑到矿床固有的随机性。那么，区域化变量怎样能够同时反映矿石品位的结构性与随机性的呢？一方面，当空间一点 $x$ 固定之后， $Z(x)$ （表示 $x$ 点处的矿石品位）就是一个随机变量，这就体现了其随机性；另一方面，在空间两个不同点 $x$ 及 $(x+h)$ （此处 $h$ 也是个三维向量 $(h_u, h_v, h_w)$ ，它的模 $|h| = \sqrt{h_u^2 + h_v^2 + h_w^2}$ 表示 $x$ 点与 $(x+h)$ 点的距离）处的品位 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 具有某种程度的相关性，这就体现了其结构性的一面。这种功能也可说是区域化变量在数学上的特性。

### (3) 物理学或地质学特性：

① 空间局限性：区域化变量往往只存在于一定的空间范围内，如品位只限于矿化空间之内（如矿体或矿层范围之内），这一空间称为区域化变量的几何域。空间局限性还表现在，区域化变量是按几何承载来确定的。如考虑矿石品位时，承载就是具有一定几何形态、规格和方位的样品的体积，品位这个区域化变量就是从这种样品中测出的。如果承载变了，则会得到一个新的区域化变量。