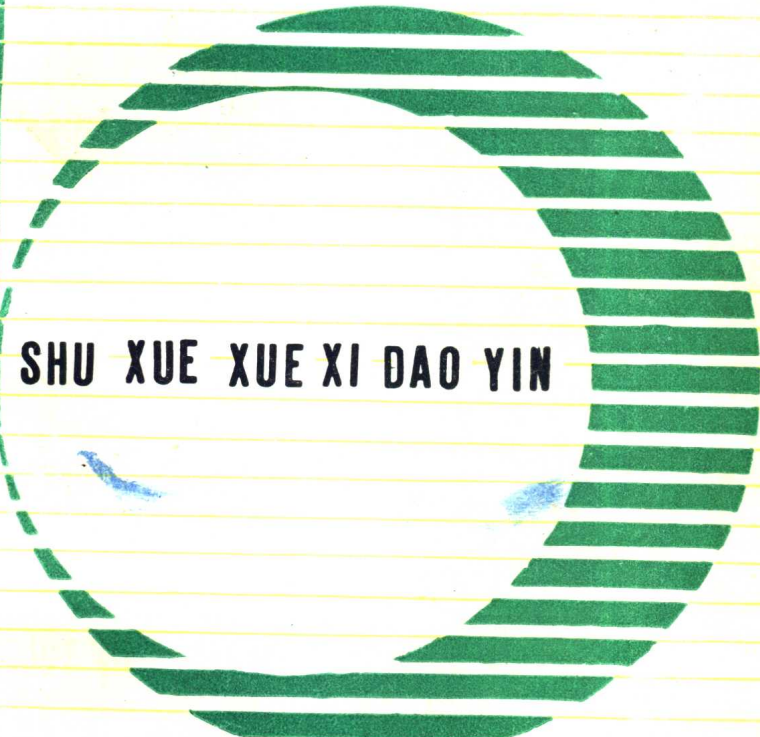


初中数学学习导引

伍仁祖等 编著



SHU XUE XUE XI DAO YIN

光明日报出版社

初中数学学习导引

伍仁祖 等编著

光明日报出版社

初中数学学习导引

伍仁祖 等编著

光明日报出版社出版

(北京永安路106号)

新华书店北京发行所发行 纺织印刷厂印刷

787×1092毫米 32 开本 11 印张 250 千字

1985年3月第一版 1985年3月第一次印刷

印数 1—152,300 册

统一书号:7263·008定价:1.70元

内 容 提 要

本书是根据全日制十年制初中数学教材内容编写的。全书分为代数，平面几何两篇。每篇分为若干章。每一章的内容包括：(1)知识结构。把本章中基础知识，定理，公式进行系统归纳，并力求表格化。之后有基础训练习题；(2)基本训练。把本章中重要的基础知识和基本技能以例题的形式进行讲解。重要的和容易发生错误的地方都加以说明。之后有基本训练习题。(3)综合应用。把本章的知识与其他章节的有关知识结合在一起，也以例题的形式进行讲解，是对本章的深化和提高。之后配有综合应用习题。每一章之后配有自我检查题，每个习题都附有答案。

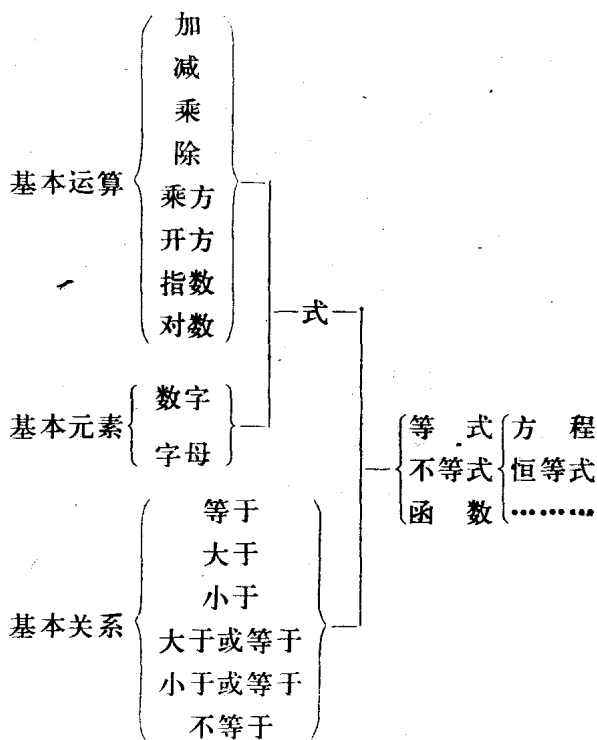
本书是初三年级毕业及升学的复习用书。可供初三年级教师和学生使用，也可供职工、干部进行初中数学补习或复习时使用。

目 录

第一编 代数	1
第一讲 数与式	2
第二讲 方程与不等式	37
第三讲 函数及其图象	77
第四讲 三角函数与解三角形	110
附练习题答案与提示	140
第二编 平面几何	160
第一讲 直线	164
第二讲 三角形	179
第三讲 四边形	213
第四讲 相似形	246
第五讲 圆	277
附练习题答案与提示	320

第一编 代 数

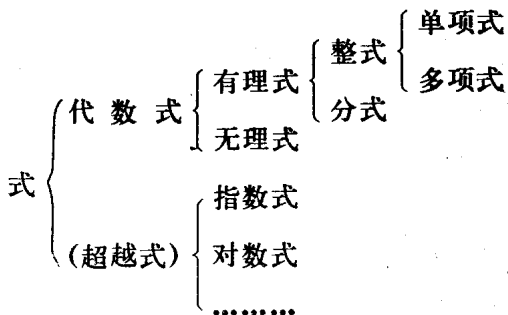
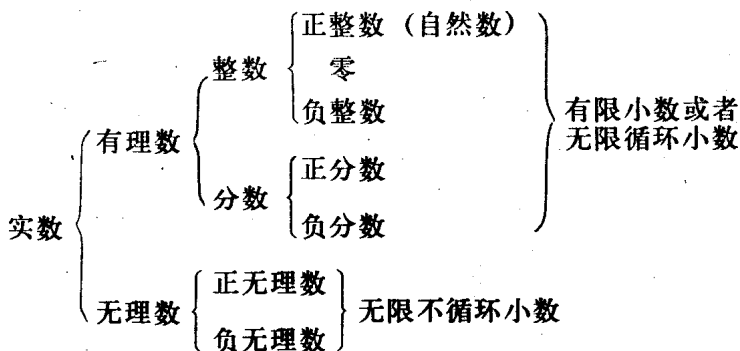
初中代数的主要内容包括实数、代数式及指数式与对数式、方程与方程组、不等式与不等式组、函数、解三角形等几部分。概括起来说，初中代数主要研究以数和字母为基本元素；用加、减、乘、除等运算符号；大于、小于、等于等关系符号联接而得到的式子之间的变形、求值及求解等问题。它们之间的关系可简单表示为



第一讲 数与式

一、知识结构

1. 数与式的分类



注：①超越式的概念中学没有讲过；

②超越式还有三角函数式和反三角函数式。

2. 几对重要概念 (表1-1)

表1—1

名 称	定 义	比 较
绝对值 与 算术根	$ a = \begin{cases} a(a \geq 0), \\ -a(a < 0). \end{cases}$ 非负数的非负平方根	它们都是非负的量, 并且 $\sqrt{a^2} = a $
相反数 与 倒 数	实数 a 与 $-a$ 叫做互为相反数 1 除以一个数的商叫做这个数的倒数, 零没有倒数	求相反数是指用 -1 乘以原数; 求倒数则是用 1 除以原数。零没有倒数, 而有相反数
整式乘法 与 因式分解	用有关乘法运算的法则进行, 它的结果是一个多项式的形式 把一个多项式改写成几个整式的积的形式	运算的方向不同, 整式的乘法是把整式的积变为一个多项式; 而因式分解却是把一个多项式变为整式的积
根 式 与 无理式	把表示方根的代数式叫做根式 含有关于字母开方运算的代数式叫做无理式	根式不一定是无理式, 无理式也不一定是根式, 这两个集合既有相同的部分, 又有不同的部分
指 数 与 对 数	$a^b = N (a > 0, a \neq 1, d \text{ 为实数})$ $\log_a N = b (a > 0, a \neq 1, N > 0)$	指数式与对数式是一对互为逆运算的关系式。在等式 $a^b = N (a > 0, a \neq 1)$ 中, 若已知 a, b , 求 N , 为指数式形式; 若已知 a, N 求 b , 则 b 可表示为对数式形式 $b = \log_a N$

表 1-2

	加 减	乘 除	乘 方	开 方
整 式	合并同类项	1. 同底数幂的乘除运算 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 2. 单项式与单项式相乘除 多项式与多项式相乘除 3. 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$	$(a^m)^n = a^{mn}$ $(ab)^m = a^m b^m$	
分 式	$\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}$ $\frac{c}{a} \pm \frac{d}{b} = \frac{cb \pm ad}{ab}$	$\frac{c}{a} \cdot \frac{d}{b} = \frac{c \cdot d}{a \cdot b}$ $\frac{c}{a} \div \frac{d}{b} = \frac{c \cdot b}{a \cdot d}$ 繁分式的化简可按分式的除法来进行	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$ $(a \geq 0, b > 0)$
二 次 根 式	合并同类根式	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$ 分母有理化	$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0)$	$\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ 其中 $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = x \pm 2\sqrt{y}$ 且 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

(本表中m、n为正整数, m > n)

3. 运算基本定律

(1) 运算定律：加法交换律；加法结合律；乘法交换律；乘法结合律；分配律。

(2) 运算顺序律：按照第三级运算（乘方、开方），第二级运算（乘、除），第一级运算（加、减）的顺序进行；有括号时先做括号内的运算。

4. 整式、分式、二次根式的运算（表1-2）

5. 因式分解

(1) 提取公因式法： $ma + mb + mc = m(a + b + c)$ 。

(2) 公式法：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b); \quad a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2;$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

(3) 分组分解法：常用于四项以上的多项式的因式分解。

(4) 十字相乘法：常用于二次三项式的因式分解。

$$ax^2 + bx + c = (px + r)(qx + s)$$

其中 $pq = a$, $rs = c$, 且 $qr + ps = b$ 。

(5) 求根公式法：常用于二次三项式的因式分解

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

其中 x_1, x_2 为方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根。

6. 指数与对数的运算（表1-3）

7. 常用方法

(1) 待定系数法；(2) 配方法；

(3) 换元法。

基本练习题

1. 选择正确的答案填入括号：

表1-3

	指 数	对 数
定义或性质	$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$ $a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0, m \text{ 为正整数})$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, m, n \text{ 为正整数}, n > 1)$ $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \text{ 为正整数}, n > 1)$	零和负数没有对数 $\log_a a = 1 \quad (a > 0, a \neq 1)$ $\log_a 1 = 0 \quad (a > 0, a \neq 1)$ $a^{\log_a N} = N \quad (a > 0, a \neq 1, N > 0)$
公式或法则	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $(a^m)^n = a^{mn}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $(a > 0, b > 0, m, n \text{ 有理数})$	1. 积、商、幂、方根的对数 $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ $\log_a M^n = n \log_a M$ $\log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$ $(M > 0, N > 0, a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 2. 常用对数的首数确定法则 (略)

(1) 数轴上的点所表示的数是 ()

- a. 全体有理数; b. 正数和负数;
c. 全体实数; d. 全体无理数.

(2) 无理数是 ()

- a. 无限小数; b. 无限循环小数;
c. 小数; d. 无限不循环小数.

2. 填空:

(1) 如果 k 为自然数, 那么形为 $2k$ 的数表示的是 _____ 数,
形为 $2k-1$ 的数表示的是 _____ 数;

(2) 如果 p, q 表示两个互质的自然数, 那末形如 $\frac{p}{q}$ 的数表示的是 _____ 数;

(3) 如果 k 为自然数, 那么 $k, k+1, k+2$ 表示三个 _____ 的自然数; 形如 $2k-1, 2k+1$ 的数表示两个 _____ 的 _____ 数.

3. 把下列各数分别填入下列相应的集合内, 并把它们按由小到大的顺序用 $<$ (或 $=$) 连接起来:

$$5, 0.\dot{3}, \pi, -\sqrt{2}, \lg 10, \frac{1}{3}, \cos 60^\circ, \lg 11, \\ -\sin 60^\circ$$

有理数集合: { _____ ... } ;

无理数集合: { _____ ... } .

4. (1) 若 a 为实数, 则 $|a|$ 的几何意义是 _____, 则当 $a > 0$ 时, $|a| =$ _____, $|-a| =$ _____; $a < 0$ 时, $|-a|$ _____, $|a| =$ _____.

(2) 若 a, b 都是实数, 且 $|a-1| + |b+2| = 0$, 那末一定有 $a =$ _____, $b =$ _____;

(3) 若 $a < b$, 那末 $|a|$ 与 $|b|$ 哪一个大?

(4) 若 $a < 0$, a 与 $\frac{1}{a}$ 哪一个大; 若 $a > 0$, a 与 $\frac{1}{a}$ 哪一个大?

5. 化简:

(1) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$; (2) $\sqrt{(1 - \lg 5)^2}$;

(3) $|1 + \cos 10^\circ| - \sqrt{(\sin 10^\circ - \cos 10^\circ)^2}$;

(4) $\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(2x-1)^2}$.

6. 计算下列各题:

$$(1) \quad (-3ab^3)^2 \times (-2a^3b^2)^3 \div \frac{a^8b^9}{3};$$

$$(2) \quad \left(\frac{1}{2}x^ny^2\right)^3 \times (1.5xy^{m-1}) \div 3x^2y^{m-1};$$

$$(3) \quad 2(x-2)(x+1) - 3(x+1)(2x-3) - 4x^2;$$

$$(4) \quad (2x^2 + xy - 10y^2) \div (x - 2y);$$

$$(5) \quad (x+1)(x-1)(x^2+1);$$

$$(6) \quad (a-2b+c)^2 - (a+2b-c)^2;$$

$$(7) \quad (x+2y)^3 - (2x-y)^3;$$

$$(8) \quad (a+2b)(a^2-2ab+4b^2);$$

$$(9) \quad (x-3)(x^2+3x+9) - (x+1)(x^2-x+1);$$

$$(10) \quad (x^2-x+1)(x^2+x-1).$$

7. x 为怎样的值时, 下列各式成立:

$$(1) \quad \frac{x-1}{2x+1} \text{ 没有意义};$$

$$(2) \quad \frac{|x|-1}{x+1} \text{ 的值是零};$$

$$(3) \quad \frac{x+3}{x^2+1} \text{ 有意义};$$

$$(4) \quad \frac{2x+1}{x^2-4} \text{ 的值是 } \frac{1}{3}.$$

8. 计算:

$$(1) \quad 16x^3y^2 \div \left(-\frac{20xy^4}{3a^2b}\right);$$

$$(2) \quad \frac{a^2-a-2}{a^2+5a+6} \div \frac{a^2+a-6}{2a^2+5a-3};$$

$$(3) \quad \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^2+x-2};$$

$$(4) \quad \frac{3}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-9} - \frac{x-1}{x^2+5x+6};$$

$$(5) \quad \left(\frac{a}{1+a} + 1 \right) \div \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right);$$

$$(6) \quad \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \div \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \right) \div \left(1 + \frac{y}{x} \right)$$

9. 当 x 为何值时, 下列根式才有意义?

$$(1) \quad \sqrt{2x-3}; \quad (2) \quad \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x-1};$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}; \quad (4) \quad \sqrt{1-3x} + \sqrt{3x-1}.$$

10. 化简下列各式:

$$(1) \quad \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(3-a)^2} \quad (a > 3);$$

$$(2) \quad \sqrt{(2a+1)^2} + \sqrt{(3a-2)^2} \quad \left(-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{2}{3} \right);$$

$$(3) \quad \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(2a-4)^2}.$$

11. 把下列各式分母有理化:

$$(1) \quad \frac{1}{\sqrt{32}}; \quad (2) \quad \frac{\sqrt{10}}{2-\sqrt{5}};$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}}; \quad (4) \quad \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$$

12. 计算:

$$(1) \quad \sqrt{72} + \sqrt{98} - \sqrt{50};$$

$$(2) \quad \left(\sqrt{24} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} + \sqrt{6} \right);$$

$$(3) \left(\sqrt{6} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{8} \right) \cdot 2\sqrt{6};$$

$$(4) (10\sqrt{48} - 6\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) \div \sqrt{3}.$$

13. 求值:

$$(1) (125)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{16}{81} \right)^{0.75};$$

$$(2) \left(3\frac{1}{16} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(3\frac{3}{8} \right)^{-\frac{1}{3}};$$

$$(3) 3^{\log_3 5};$$

$$(4) 4^{\log_2 5 - 1};$$

$$(5) \left(\frac{1}{9} \right)^{2\log_3 \sqrt{2} + 1};$$

$$(6) \lg \sqrt{10} - \frac{1}{2} \lg \frac{1}{100};$$

$$(7) \log_5 625 + \log_4 (2^6 \times 4^3);$$

$$(8) \log_5 \frac{1}{5} + \log_{\sqrt{5}} 5 - \log_{25} 5$$

14. 计算:

$$(1) (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}});$$

$$(2) (x + x^{-1})^2 - (x - x^{-1})^2;$$

$$(3) (x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{2}})[x - (xy^{-1})^{\frac{1}{2}} + y^{-1}];$$

$$(4) (a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}) \div (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}).$$

二、基本训练

例1 把下列各数分别填入下列相应的集合内.

$$\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2}, \frac{14.\dot{1}0\dot{8}}{3}, \sin 30^\circ, \operatorname{ctg} 150^\circ, \pi^\circ, 2 \times 4.3843\ldots, \\ -\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}}, 2\lg\sqrt{10}, 2\sqrt{2}-3, -\sqrt[3]{8}.$$

有理数集合: { },

负实数集合: { }.

解: 有理数集合 $\left\{ \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2}, \frac{14.\dot{1}0\dot{8}}{3}, \sin 30^\circ, \pi^\circ, 2\lg\sqrt{10}, -\sqrt[3]{8}, \ldots \right\}$.

负实数集合: $\left\{ \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2}, \operatorname{ctg} 150^\circ, -\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}}, 2\sqrt{2}-3, -\sqrt[3]{8}, \ldots \right\}$.

说明: 在进行实数的分类时, 不能一见用根号表示的数、有对数符号或三角符号表示的数, 就认为一定是无理数, 而应先进行相应的计算、化简, 根据它的最后结果来进行分类.

例2 求下列各数的相反数、倒数和绝对值.

(1) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$; (2) $\lg 0.7$.

解(1) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 的相反数是 $-(\sqrt{2}-\sqrt{3}) = \sqrt{3}-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 的倒数是 $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -(\sqrt{2}+\sqrt{3})$; $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 的绝对值是 $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$.

(2) $\lg 0.7$ 的相反数是 $-\lg 0.7$; $\lg 0.7$ 的倒数是 $\frac{1}{\lg 0.7}$;

$\lg 0.7$ 的绝对值是 $|\lg 0.7|$ 。因为 $\lg 0.7$ 是负数，所以 $|\lg 0.7| = -\lg 0.7$ 。

例3 计算

$$|-2^2 + (-2)^3| - \frac{3^2}{2} \times 0.125 - (-1)^3 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= |-4 - 8| - \frac{9}{2} \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \\ &= 12 - \frac{9}{16} + \frac{81}{16} = 16\frac{1}{2}\end{aligned}$$

说明：(1) 分数的乘方与负数的乘方都要画上括号，否则含义是不同的。如 $-2^2 \neq (-2)^2$ ， $\frac{3^2}{2} \neq \left(\frac{3}{2}\right)^2$ 。

(2) 要正确使用运算序律。如

$$(-1)^3 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \neq (-1)^3 \div \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2\right],$$

后者等于 $(-1)^3 \div 1 = -1$ 。

例4 计算：

$$\begin{aligned}& [(-2a^3b^4 - 5a^2b^3)(4a^4b^2 - 7a^3b^4) - \\ & (-2ab^2)^3(-a^2 + 2b)^2] \div a^3b^5.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= [-8a^7b^6 + 14a^6b^8 - 20a^6b^5 + 35a^5b^7 + \\ & 8a^3b^6(a^4 - 4a^2b + 4b^2)] \div a^3b^5 \\ &= (-8a^7b^6 + 14a^6b^8 - 20a^6b^5 + 35a^5b^7 + 8a^7b^6 - \\ & 32a^5b^7 + 32a^3b^8) \div a^3b^5 \\ &= (14a^6b^8 - 20a^6b^5 + 3a^5b^7 + 32a^3b^8) \div a^3b^5 \\ &= 14a^3b^3 - 20a^3 + 3a^2b^2 + 32b^3.\end{aligned}$$

说明：进行整式的加、减、乘、除和乘方运算时，一是