

52.24

ZB202

446089

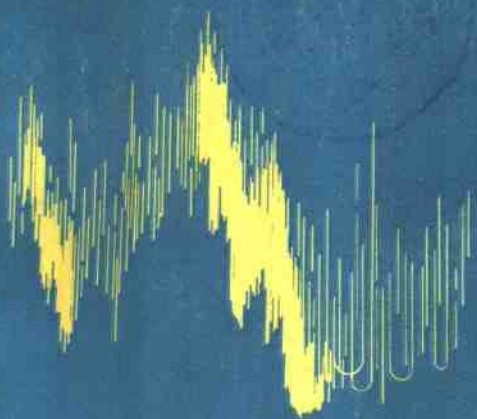
52.24

ZB202

非线性随机振动理论及应用

FEIXIANXING SUIJI
ZHENDONG LILUN JI YINGYONG

庄表中 陈乃立 高瞻 编著



浙江大学出版社

非线性随机振动理论及其应用

庄表中 陈乃立 高瞻 编著

浙江大学出版社

内 容 简 介

本书分四部分：第一部分概述线性系统受平稳随机激励问题的理论和应用实例；第二部分介绍系统识别与参数识别的随机振动方法；第三部分介绍线性系统受非平稳随机激励时的随机振动；第四部分详细介绍了解非线性系统受随机激励问题的各种方法和应用实例。

本书可作为机械、航空、航天、地震、海洋、土木、自动控制等专业大学生、研究生的教材，也可供有关专业的研究人员、工程技术人员和教师参考。

非线性随机振动理论及其应用

庄表中 陈乃立 高瞻 编著

责任编辑 徐宝澍

•

浙江大学出版社出版

浙江大学印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

•

787×1092毫米 1/32 印张 11 字数 257 千字

1986年12月第一版 1986年12月第一次印刷

印数 1—4 500

统一书号：15337·023 定价：1.85 元

前 言

人类生活在振动世界里，振动现象是无处不存在的。例如，地面上有汽车、火车、拖拉机，地下有地铁，天空中有飞机，海洋里有轮船、舰艇，就在浩瀚的宇宙中，也有电磁波在不停地发射和传播，它们都在不停地振动着。高层建筑、桥梁、水坝等，这些庞然大物，在受到激励后也会发生振动。再拿人体来说，心脏的跳动、肺部的呼吸、脑电的波动、肌肉的反应等等，在某种意义上说也是一种振动。

“振动”，广义地说，是指物体或某种状态随着时间往复变化的现象^[1]。这样，振动学科涉及的知识面和应用面就变得更加宽广了，它对工程技术界有着特殊的吸引力。人们都知道，以往对振动问题是用动力学原理进行演绎的，它和某些学科不同之处是数学概念完全与物理现象相协调^[2]，且这些物理现象既是人们体验得到又可模拟复现或进行实物试验的。

六十年代之前，工程技术界总是用确定性方法设计和分析振动问题^[3,4]。假定振动系统的动态特性、初始条件以及系统受到的激励都是确定的，即称为确定性的振动（又称规则振动）。对于确定性振动，可用数学分析方法和微分方程来描述，从中求出满意的结果。应用这类方法，曾经解决了许多工程的振动问题^[5]。

目前，表示物理现象的任何观察数据已分为确定性和非确定性两类。在模拟、分析和预测许多振动现象的特征时，它的数据往往是不确定性的（不规则的），例如车辆因路面的高低不平，飞行器因大气湍流，地面上的结构物因地震，切削刀具、刀架因工件表面高低不平，轧辊因钢锭的温度随机变化不

匀而引起的振动等等。在这些情况下，激励都是不确定的、不可预估的。显然，这些振动问题单用数学分析方法和微分方程是不能找出确定性规律的。在数学中，把某一时刻研究对象所处的不确定状态叫做“随机”状态。这种不能用确定的函数，只能用概率和统计方法描述其数量规律的振动称为随机振动。

随机振动是用随机过程理论及其它数学方法（傅里叶变换、信号处理技术等）组合起来处理振动问题的一个新学科。从力学观点来看，它是古典振动理论的新发展；从数学观点来看，它是随机过程理论在振动领域内的重要应用。

随机振动比确定性振动似乎复杂一些，难度上也大一些，但不是因为振动规律复杂才称为随机。随机的意思是“或然”，即可能是这样，也可能是那样，它可以且必须用概率来描述。另外要注意的是，振动虽然是随机的，但在统计意义下的规律和各域信息都是确定的。

近几年来，在土木、机械、航空、航天、生物工程、海洋工程等领域内，对随机载荷（激励）作用下的许多振动问题作了大量的研究，以适应设计和实验的需要。目前，“随机振动”已发展成为一个新兴的力学分支^[6]，又是近代知识密集的一门学科。一个受过良好教育的工程师，必须对这方面的概念和方法有一定的了解^[7]。尽管对于线性时不变系统，预测其对随机激励响应的一般理论已经完善（我们在《随机振动入门》^[8]和《随机振动概论》^[9]两书中对此有详尽的介绍），但对非线性系统受平稳或非平稳随机激励时的振动和线性时变或时不变系统受非平稳随机激励时的振动，至今尚无解决这类问题的一般方法（尤其是对于强非线性系统）。仅在某些特殊情况下可以求解，而且解还是近似的。在这些领域里，已经解决的问题要比尚未解决的问题少得多^[10]。而在工程实际中，许多随机

振动问题，严格来说都是非线性和非平稳的。如果略去非线性的影响和不研究非平稳的不利特征，有时会造成严重的、甚至灾难性的后果。这就迫使人们必须重视这类问题。目前，国内尚缺乏这方面专著的情况下，作者希望通过本书，为读者提供一些有用的参考资料，介绍几种行之有效的公认的方法，并尽可能地把基本理论与工程实际结合起来。

本书第一章，简述了振动问题的模型、信号与信息、信号或随机过程的检验，系统物理性质的识别等概念，以便对随机激励的过程能从理论和测试方法两个方面来研究，从而区分是平稳的还是非平稳的，是正态的还是非正态的。对振动系统也要从理论和测试方法两方面区别，是线性的还是非线性的，是时变的还是时不变的。因为只有区分出激励与系统的类别，才不至于在计算响应时用错公式。第二章介绍了线性随机振动理论并分析了若干应用实例。我们假定读者对传统的确定性振动理论、线性系统受平稳随机激励时求响应的振动理论都比较熟悉，所以只作了简要的复习和必要的实例分析。第三章介绍了线性时不变与线性时变系统受平稳激励时的随机振动理论，主要提供了两种方法：一是时域分解法；二是频域法；频率结构可用谱场和谱的等高线图来表示，还举有工程中非平稳随机振动问题的若干实例。第四、五、六章分别介绍了非线性系统受平稳或非平稳随机激励时求响应的三种常用方法，即EPK法、统计线性化方法和摄动法。对每种方法的适用条件和特点都作了比较，并着重通过实例说明这些方法在工程中的应用。第七章简单介绍了非线性随机振动的一些其它方法，还对强非线性系统受非白噪声随机激励的问题作了方法上的讨论，最后以小结的形式比较了各类振动的公式及随机振动的研究前景。

本书的主要内容曾在国内几次讲学中讲述过，又在我校高

年级学生、研究生以及高校教师随机振动进修班中讲授过。在教学与科研的实践中，反复地对本书稿作了修改和补充，采纳了不少有益的建议和意见使之更适合于阅读和讲授。但由于水平有限，其中难免有不少缺点和不足之处，恳请读者指正。

本书稿经中国科学院力学研究所欧阳怡副研究员审阅，在此深表感谢。

作者，1985年6月于浙江大学

目 录

第一章 绪 论	1
1-1 振动系统的模型.....	1
1-2 信号与信息.....	3
1-3 激励的类别及其性质检验.....	9
1-4 系统物理性质的识别与分类.....	10
1-5 随机振动发展概况.....	13
第二章 平稳随机激励的线性系统问题 概 述	16
2-1 平稳随机过程的数学描述方法.....	16
2-2 线性时不变系统动态特性的描述.....	36
2-3 响应的计算公式.....	42
2-4 系统识别与参数识别.....	56
第三章 线性系统受非平稳随机激励时的随机 振 动	99
3-1 非平稳随机过程及其数学描述.....	100
3-2 解非平稳随机振动问题的时域(或幅值域)分解法.....	112
3-3 非平稳随机振动的频率域描述方法及等高线图.....	126
3-4 工程中的非平稳随机振动问题.....	131
第四章 解非线性系统随机振动的 FPK 方法	157
4-1 引言.....	157
4-2 随机过程分类.....	160
4-3 FPK 方程.....	168
第五章 解非线性系统随机振动的统计线性化 方 法	220
5-1 引言.....	220
5-2 单自由度弱非线性系统的统计线性化解法.....	221
5-3 非线性项具有回线特性时的非线性随机振动.....	241
5-4 多自由度非线性系统的统计线性化解法.....	251
5-5 统计线性化方法在两自由度非线性系统中的应用实例.....	256

第六章 解非线性系统随机振动的摄动法	268
6-1 引言.....	268
6-2 立方非线性刚度的单自由度系统的摄动法.....	269
6-3 立方非线性阻尼的单自由度系统的摄动法.....	276
6-4 多自由度非线性系统的摄动法.....	279
第七章 关于非线性随机振动问题的若干讨论	300
7-1 非线性随机振动三种解法的比较.....	300
7-2 统计线性化方法的精度估计.....	306
7-3 一种统计线性化方法的改进.....	310
7-4 强非线性系统受白噪声激励以及系统受特殊的非白噪声激励时的随机振动.....	316
7-5 解非线性随机振动的其它方法简介.....	319
7-6 各类振动问题解法的比较.....	330
7-7 非线性应力.....	333
7-8 随机振动的研究近况与前景.....	336
参考文献	339

第一章 绪 论

本章简述振动问题的物理模型，信号与信息，信号或随机过程的检验，系统物理性质的识别等。因为只有区分出激励与系统的不同类别，才不至于在应用随机振动理论公式时发生差错。

1-1 振动系统的模型

系统二字是经常遇到的，例如电力系统、商业系统、液压系统、机械系统、神经系统、控制系统等。所谓系统，是指若干互相联系着的事物组成的一个整体(集合)。在研究一个系统的性能时，由于研究者兴趣的不同，往往只对系统中某些物理量加以研究。如图1-1所示的弹簧—质量—粘性阻尼器构成的振动系统，对于研究振动的工程技术人员来说，所关心的是在力 $F(t)$ 激励下，质量块的运动是怎么样的？弹簧动应力如何？因此，他预先要知道的是质量 m 、弹簧刚度 k 和粘性阻尼系数 r ；所要求出的是质量块的位移、速度和加速度，以及弹簧的动变形或动应力。至于弹簧的颜色、尺寸和形状等，因与研究的问题无关，可不加考虑。

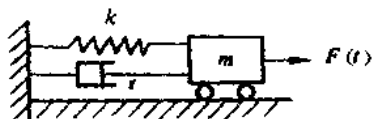


图 1-1

根据具体系统和研究者所关心的变量，可以建立系统的模型。通常把加到系统的外来影响(扰动)称为激励(由单个或

多个输入组成)，激励可以是力、压力、位移、速度、加速度等或这些量的组合。系统对外界激励的反应（回答）称为响应（由单个或多个输出组成），响应可以是力、应力、速度、加速度、加加速度、光洁度、稳定性、灵敏度、温度、电流、电压及其它要研究的参数。例如，机械系统受到随时间变化的外干扰力作用时，系统将产生运动。这种外干扰力就是激励，而系统的运动历程就是响应。为了完整地描述系统受激励后的状态，需要用一个或几个随时间而变的变量，这些变量的总体称为状态变量。状态变量通常是一个矢量，其分量是系统的各种响应。

激励、系统和响应三者的关系如图1-2所示。此图仅是示意图。如要对系统进行分析、研究，则要把系统中与激励和响应直接有关或间接有关的所有变量之间的关系写出来。这种关系用数学的形式表达就是系统的数学模型。根据数学模型，可以直接用数学方法

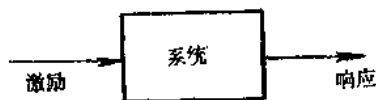


图 1-2

或物理模拟方法（后者包括电子器件模拟和数字计算机模拟）对系统进行分析研究，从而识别出它的特性。

系统中各个变量之间的相互关系常用方框图表示，这种表示法可以与系统的具体部件相对应，或者与数学模型相对应，具有形象化的优点。

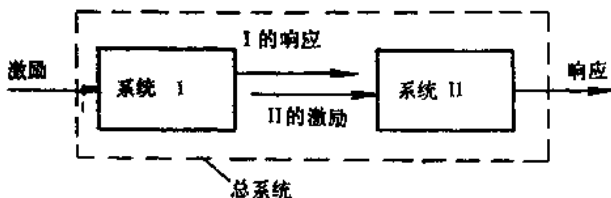


图 1-3

图1-3表示一个复合系统中三者 的关系。这里有 总系统和分系统的区别；各相关连的分系统中，某一分系统的响应是另一分系统的激励（指已除去反馈的影响）。

1-2 信号与信息

物体的运动以往只能用简单的缓慢变化的 时间 函数 来表示，已远远不能满足科学研究的需要。为了深入了解物体的振动过程（特别是高速、微观的动态过程），需要扩充描述的内容，例如运动性质、运动形态、运动方程、运动转换、运动速度，以及环境对运动的影响等等，这就必须对运动信号进行正确的采集和加工处理。

1. 定义

所谓信号 (Signal) 是指传递信息的某种指示，它通常可以被人们的视觉或听觉器官感受到。例如铃声、报警器的叫声、旗号、哑语中的手势等。在利用电流（或电压）传递信息时，这种带有信息的电流（或电压）也称为信号。

所谓信息 (Information) 是指事实和其它资料的 集成，是判断和识别的依据。

信息也可以指接受者预先不知道的报道，例如天气预报、商品信息等。信息不仅存在于知识领域、通讯领域和生命领域，而且在宇宙中也普遍存在。例如化石能提供古代动物、植物和地壳演变的信息；蜜蜂的特殊“舞蹈”能传递蜜源方向和距离的信息。

信息不是与物质和意识相并列的“第三形态”，就其本质而言，信息是自然界中物质组织系统相互联系相互作用状态的反应。

典型信号的自相关、功率谱、概率密度和累积概率分布函数

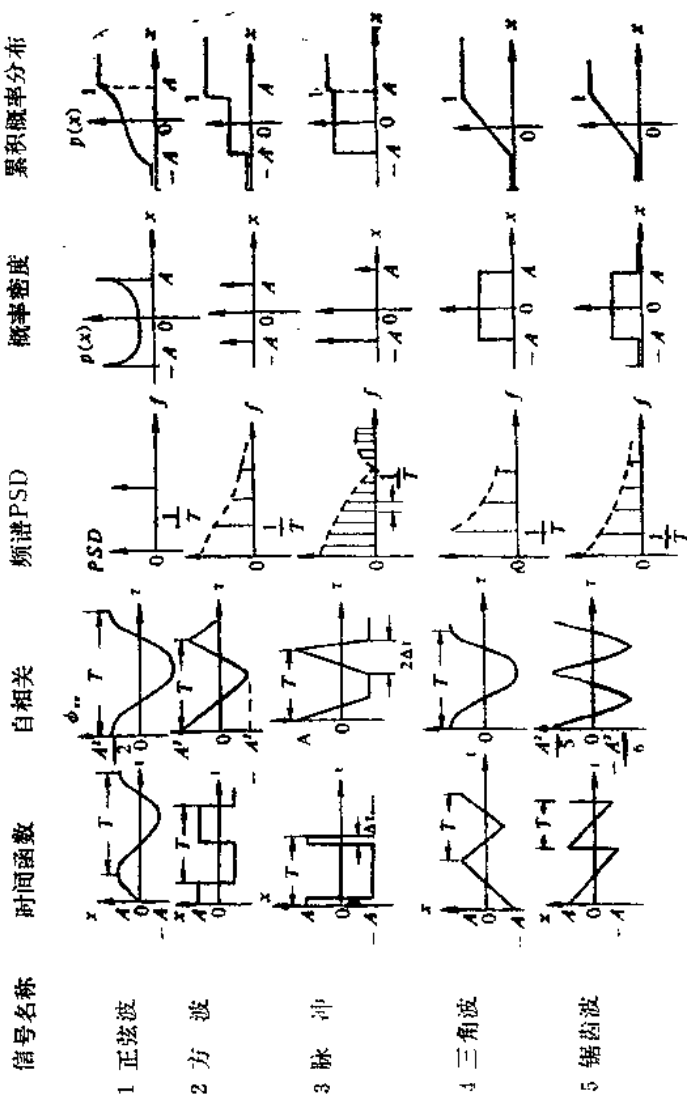


图 1-4 (c)

重要特征 周期信号 与波形同周期 非负离散谱 多数轴对称 由 0 递增至 1

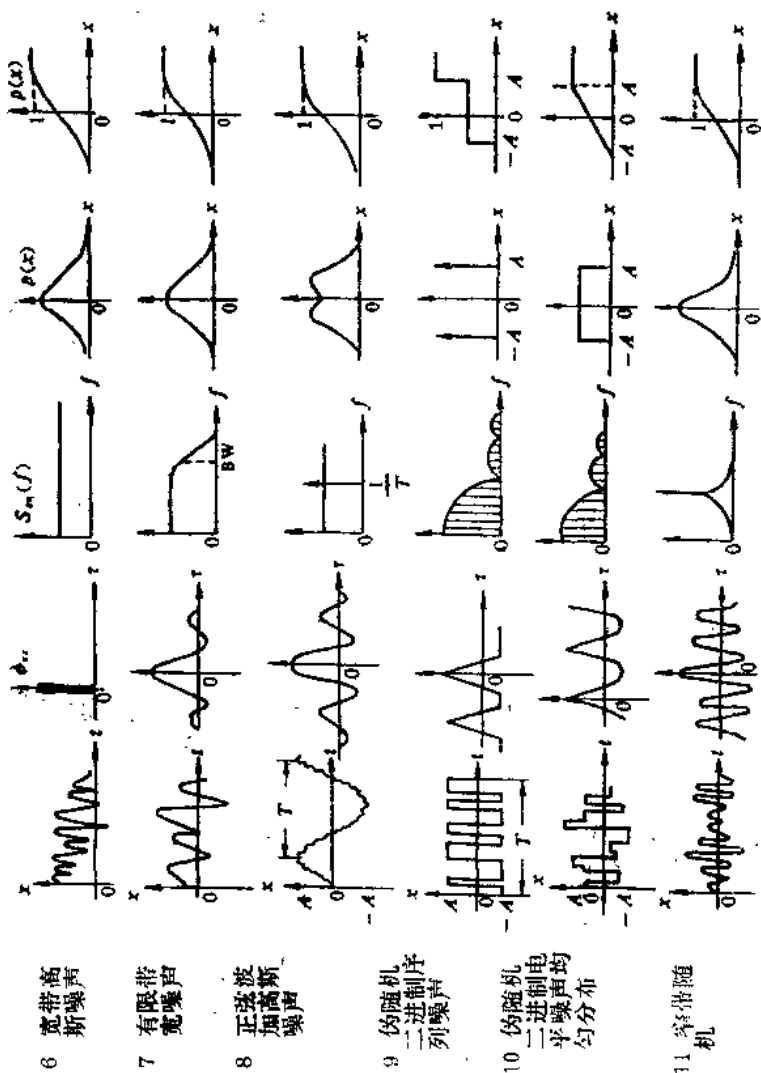


图 1-4(b)

2. 信号处理

物体振动时，它可以提供各种不同形式的振动信号，但是基本的常用类别有：

(1)周期信号；(2)脉冲信号；(3)随机信号。它们的形态和简要特征如图1-4左边第一列所示。

有些简单的原始信号可以直接提供一些信息。例如从正弦波信号 $x = A\sin\omega t$ 可以看出振幅为 A ，圆频率为 ω ，初相位为零。但是，从某一原始信号中，能直接、清楚地看出的信息往往是不多的，还有不少信息不能直接看出。如我们不可能从正弦波信号中直接知道：对于随机的时刻 t ，幅值小于某特定值的概

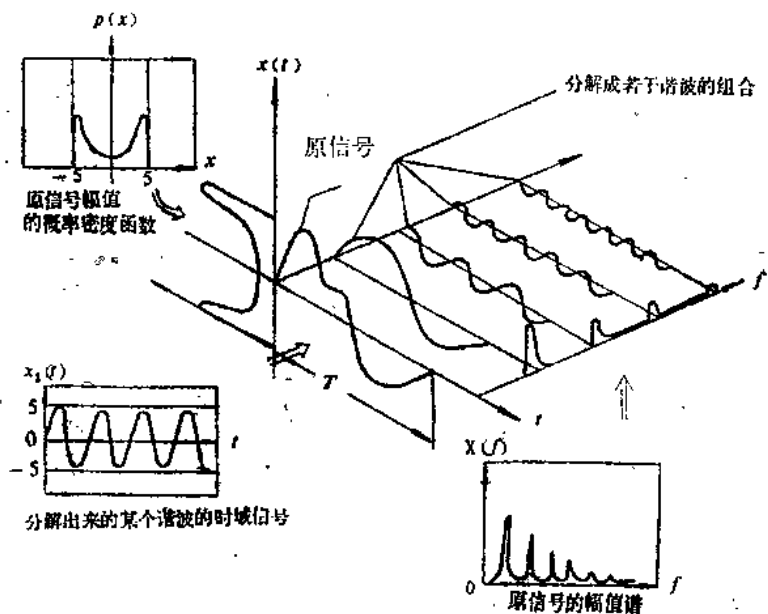


图 1-3

率，幅值在时域内的平均值、均方值等。对复杂信号，直接提供的信息就更少了。这就不可能对振动特性作深入而又全面的分析。为此，有必要采取其它的手段，即对信号进行“加工”，用专业术语说，就是进行“信号处理”（波形的数值计算和变换技术都是重要的处理方法）。图1-5表示一个较复杂的信号经处理后得到的信息，这些在时域、频域、幅域内显示出来的图象，对振动分析是十分有用的。

3. 信息的各域描述

振动信号在不同域的信息有几十种，它们之间都有着内在的联系，因而也可以互求。表征这些信息的量，从数学性质看，有的是数，有的是实函数（有实偶函数、实奇函数、实不对称函数等），有的是复函数（有复偶函数、复奇函数和埃尔米特函数等），在频域内的复函数又可以用幅频、相频、虚频、实频等特性函数表示。另外可采用以频率 ω 为参数，以复平面上的一个点同时表示上述四个函数。这些点连成曲线称为纳奎斯特图，它表示幅值与相位的关系，又称幅相图。

一个复杂的信号或随机过程，经处理后，一般可以得到以下各域信息：

(1) t 时域：均值 $E[x]$ ，均方值 $E[x^2]$ ，方差 $D[x]$ ，有效值即均方根值 $\sqrt{E[x^2]}$ ，标准离差 σ_x （即 $\sqrt{D[x]}$ ）。

(2) x 幅域：概率密度函数 $p(x)$ ，概率分布函数 $P(x)$ ，概率 $P_{ab}(a \leq x(t) \leq b)$ 。

(3) τ 时差域：自相关函数 $\phi_{xx}(\tau)$ ，互相关函数 $\phi_{xy}(\tau)$ ，自相关系数 $\rho_{xx}(\tau)$ ，互相关系数 $\rho_{xy}(\tau)$ 。

(4) f 频域：自功率谱密度函数 $S_{xx}(f)$ ，互谱密度函数 $S_{xy}(f)$ ，相干函数 $\gamma_{xy}^2(f)$ ，频率响应函数 $H(\omega)$ 等。

(5) C 计数域：峰值计数 $P(C)$ ，变程计数 $V(C)$ 等。

(6) r/min 转速域:幅值变化函数 $A(r/\text{min})$,阶次变化函数 $O(r/\text{min})$ 。

(7) θ 转角域:压力分布函数 $p(\theta)$,能量分布函数 $E(\theta)$ 等。

(8) q 倒频谱域:功率倒频谱 $C_p(q)$,复倒频谱 $C_c(q)$,倒卷积 $D(q)$ 等。

(9) R 倒谐域。

(10) G 倒幅域。

(11) S 倒相域。

(12) L 倒滤波域。

一些典型信号的自相关、自谱、概率密度函数和累积概率分布函数均表示在图1-4上。

4. 振动信号的各种信息在工程中的应用

(1) 机械工程、电机工程——汽轮机、柴油机、水泵的振动以及受振部件、整机的强度和刚度问题的研究;车辆乘坐的舒适性、操纵机构的操纵性、灵敏度、稳定性问题;机床的动态特性;齿轮箱、轴承、机构的故障诊断和产品检验等问题的研究;以及减振、降噪、防冲的问题。

(2) 宇航工程——环境谱的调查;飞行器结构振动识别;声振疲劳分析;航空发动机的振动监察与控制,损坏前的预告与故障诊断分析。

(3) 土建工程——地震时大型结构物(超高层建筑,桥梁,隧道,水坝,水塔等)的动态响应,桩柱、桥墩的质量检查。

(4) 海洋工程——海浪对船舶、舰艇、海洋平台的载荷谱;这些结构物的模态分析,振动强度分析等。

(5) 生物医疗工程——脑电(EEG)、心电(ECG)、肌电(EMG)信号的分析研究;心血管系统动力过程的研究;生物大