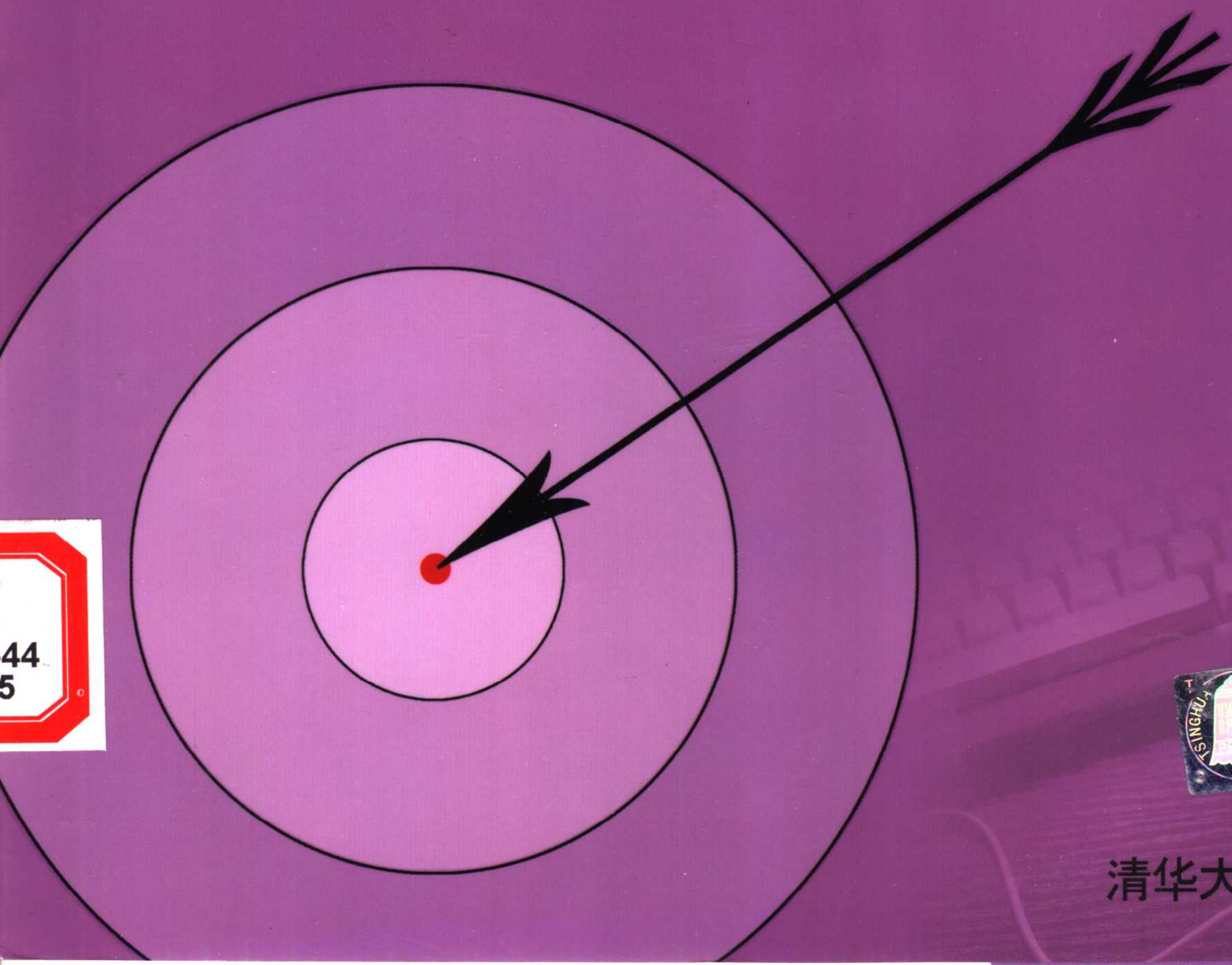
NCRE 全国计算机等级考试
全国计算机等级考试全真训练丛书

全国计算机等级考试（四级）

全真训练

——离散数学

王岳斌　吴艳辉　丁卓平　编著



清华大学出版社

NCRE 全国计算机等级考试全真训练丛书

全国计算机等级考试（四级）全真训练
——离散数学

王岳斌　吴艳辉　丁卓平　编著

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书根据 2002 年颁布的全国计算机等级考试四级“离散数学”考试大纲的要求精心组织编写。主要内容有：数理逻辑、集合论、代数系统、图论和上机操作等。各部分均包含考试要点、例题详析和习题等内容。

本书内容简练，详略得当，重点突出，范例详实，每章备有大量练习题，书后还附有两套四级全真模拟笔试试题。

本书适用于参加全国计算机等级考试（四级）的各类人员，也适用于本、专科学校的师生及计算机爱好者作为教育学习参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

全国计算机等级考试（四级）全真训练. 离散数学/王岳斌，吴艳辉，丁卓平编著. —北京：清华大学出版社，2003

（全国计算机等级考试全真训练丛书）

ISBN 7-302-07012-1

Ⅰ. 全… Ⅱ. ①王… ②吴… ③丁… Ⅲ. ①电子计算机－水平考试－习题 ②离散数学－水平考试－习题 Ⅳ. TP3-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 070659 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
组稿编辑：欧振旭
文稿编辑：吴颖华
封面设计：秦　铭
版式设计：冯彩茹
印 刷 者：北京嘉实印刷有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×260　**印张**：14.25　**字数**：322 千字
版　　次：2003 年 8 月第 1 版　2003 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-07012-1/TP・5161
印　　数：1～5000
定　　价：18.00 元

丛书编写委员会

（排名不分先后）

主编：徐孝凯　王岳斌

策划：欧振旭　刘利民

编委：

徐孝凯	王岳斌	黄　明	吴艳辉	袁　慧	丁卓平
何光明	朱　嵬	严太山	李　毅	赵红梅	曾孝文
刘世峰	杨克昌	陶　睿	严权锋	刘胜钢	谭用秋
周细义	邵　静	刘生平	宋勇刚	成正祥	赵东霞

“全国计算机等级考试全真训练丛书”序

全国计算机等级考试是在计算机技术的飞速发展引发了新的工业浪潮和世界性的技术革命的大背景下产生的，它以普及和提高计算机应用水平为目的，旨在提高全民科学文化素质。自从计算机等级考试推出以来，已有上百万人参加了考试，它已成为全国范围内普及最广、参加人数最多的计算机考试，并有力地推动了计算机应用技术的发展。

全国计算机等级考试根据计算机应用水平的不同分为四个等级，分别为一级、二级、三级、四级。人们可以根据自己的实际水平参加不同级别的考试。

为了帮助广大参加考试的人员顺利地通过计算机等级考试，并全面提高自己的计算机应用水平，清华大学出版社组织了一些高校计算机系的教师和该类考试辅导班的教师编写了“全国计算机等级考试全真训练丛书”。该丛书以教育部考试中心 2002 年对计算机等级考试所做的调整为依据，以此次调整后的新大纲为指导，精心策划而成，完全可以适应新形势下的计算机等级考试的要求。

丛书内容

- 一级考试

《全国计算机等级考试一级全真训练》
《全国计算机等级考试一级 B（Windows 环境）全真训练》

- 二级考试

《全国计算机等级考试（二级 C）全真训练》
《全国计算机等级考试（二级 QBasic）全真训练》
《全国计算机等级考试（二级 FoxBASE+）全真训练》
《全国计算机等级考试（二级 Fortran）全真训练》
《全国计算机等级考试（二级 Visual Basic）全真训练》
《全国计算机等级考试（二级 Visual FoxPro）全真训练》

- 三级考试

《全国计算机等级考试（三级 PC 技术）全真训练》
《全国计算机等级考试（三级信息管理技术）全真训练》
《全国计算机等级考试（三级网络技术）全真训练》
《全国计算机等级考试（三级数据库技术）全真训练》

- 四级考试

《全国计算机等级考试（四级）全真训练——计算机系统组成及工作原理》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——数据结构与算法》

《全国计算机等级考试（四级）全真训练——离散数学》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——操作系统》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——数据库》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——软件工程》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——计算机体系结构》
《全国计算机等级考试（四级）全真训练——计算机网络与通信》

丛书特色

- ❑ 充分考虑到考生在考前训练的需要，将典型考题和考试大纲进行剖析，将指定的考试内容进行精缩，用言简意赅的语言对每一个考试知识点进行总结。
- ❑ 在每一章中，以例题的形式对考试内容进行详细的讲解和分析，后面还附有大量的习题和习题参考答案，以帮助考生巩固所学的知识。
- ❑ 每一级别的考试都准备了几套模拟试题。
- ❑ 一级考试、二级考试（二级 Fortran 除外）和三级考试的书都配有一套上机考试模拟盘，其考试界面、题型和考试环境与真实考场基本相同。

读者对象

本丛书适用于参加全国计算机等级考试的各个级别的考生，也适用于高等院校的师生和计算机爱好者。

编委会
2003 年 6 月

前　　言

“全国计算机等级考试全真训练丛书”是根据教育部考试中心于2002年颁布的《全国计算机等级考试大纲》精心组织编写的。《全国计算机等级考试（四级）全真训练——离散数学》是丛书中的一种。

本书严格按照2002年全国等级考试大纲和指定教材组织编写。在编写过程中，充分考虑到等级考试的性质和考生考前训练的需要，尽可能使考生在学习中把握重点，突破难点，帮助考生顺利通过考试。本书通过对考试大纲和历届考试试题的剖析，将指定的考试内容进行精减和浓缩，用言简意赅的语言对每一个考试知识点进行总结，每一章均以大量例题的形式对考试内容进行解析，并附有大量的习题和习题参考答案。为帮助考生巩固所学知识点，书后还附有两套四级全真模拟笔试试卷。

本书的主要内容为数理逻辑、集合论、代数系统、图论等。全书在注重理论的同时尤其重视实践，书中对近期上机考试典型试题进行了分析并配备上机练习题。

本书由王岳斌、吴艳辉、丁卓平编著，由王岳斌统稿。

本书适用于参加全国计算机等级考试（四级）的各类人员，也适用于本、专科学校的师生及计算机爱好者作为教学参考用书。

由于写作时间仓促，加之作者水平所限，书中可能还有不足和疏漏之处，敬请广大读者批评指正，以便重印时修改和补充。

编　者

2003年6月

—本书特色—

- 严格按照2002年考试大纲和指定教材编写
- 详略得当，重点突出
- 实例丰富且有代表性
- 讲解透彻，入木三分
- 详细分析上机考试内容
- 附四级全真模拟笔试试题

——丛书简介——

“全国计算机等级考试全真训练丛书”是根据教育部考试中心2002年新颁布的考试大纲精心编写而成的考前辅导用书，它涵盖了全国计算机等级考试一级、二级、三级和四级的所有考试内容。丛书的每本都内容详略得当，重点突出，实例丰富且有代表性，讲解透彻有力，入木三分，可以帮助考生在学习中把握重点，突破难点，顺利通过考试。一级考试、二级考试（二级Fortran除外）和三级考试的书都附有上机考试模拟考试系统盘，其考试界面、题型和考试环境与真实考场基本相同。

策划编辑：欧振旭
文稿编辑：吴颖华
封面设计：秦　铭

目　　录

第 1 章　数 理 逻 辑

大纲要求:

1. *掌握命题、命题公式及用真值表判定简单的公式类型;*
2. *掌握命题公式的等值演算公式、对偶式等代入规则和置换规则;*
3. *掌握范式、主范式的概念及其求法，并熟悉主合取范式与主析取范式的关系;*
4. *掌握各种推理规则，能够根据推理规则利用直接法和间接法作有效推理;*
5. *掌握谓词公式的有关概念;*
6. *正确理解和使用约束变量和自由变量;*
7. *掌握谓词公式演算的永真、等价、蕴含等概念;*
8. *掌握前束范式的概念及其求法，掌握谓词演算中推理的概念。*

1.1　考 试 要 点

1.1.1　命题及其符号化

数理逻辑是用数学方法研究思维规律和推理过程的科学。推理必须包含前提和结论，前提和结论又都是由陈述句组成的，因而陈述句就成了推理的基本要素。不是所有的陈述句都是推理的要素，只有能够判断真假的陈述句，即命题才是推理的要素。作为命题的陈述句所表达的判断结果称为命题的真值，真值只取两个值：真和假，一般记为 1 和 0，有时也记为 T 和 F。真值为真的命题称为真命题，真值为假的命题称为假命题。任何命题的真值都是惟一的。

判断给定句子是否为命题，应该分两步：首先判断它是否为陈述句，其次判断它是否有惟一的真值。有一些语句无是非之分，如某些感叹句、祈使句、疑问句等，它们不能构成命题。

命题可根据其复杂程度分类。只由一个主语和一个谓语构成的最简单的陈述句，称为简单命题或原子命题。简单命题不可能再分解成更简单的命题。由若干个简单命题通过联结词复合而成的更为复杂的新命题称为复合命题，复合命题仍为陈述句。任意有限个简单或复合命题，还可用若干不同的联结词复合成更复杂的复合命题。简单命题和复合命题的真值是固定不变的，又可称为命题常量或命题常元，简称为命题。

有些陈述句的真值是可以变化的。这种真值可以变化的陈述句称为命题变量或命题变元。命题常量或命题变量用大写英文字母 P，Q，R，… 或 P_i，Q_i，R_i，… 表示。一个简单命题，它的真值不是真就是假。命题变量虽然没有确定的真值，但用一个具体的命题常量代入时，它的真值就确定了。复合命题的真值不仅与其中所含的简单命题的真值有关（但与简单命题的含义无关），而且还与联结词的意义有关。

定义 1 设 P 为命题，复合命题“非 P”称为 P 的否定式，记作 $\neg P$。符号“$\neg$”称为否定联结词。P 真当且仅当 $\neg P$ 假。$\neg P$ 的真值表如表 1-1 所示。

定义 2 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 且 Q”（或“P 和 Q”）称为 P 与 Q 的合取式，记作 $P \wedge Q$，符号“$\wedge$”称为合取联结词。$P \wedge Q$ 为真当且仅当 P 和 Q 同时为真。$P \wedge Q$ 的真值表如 1-2 所示。

定义 3 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 或 Q”称为 P 与 Q 的析取式，记作 $P \vee Q$，符号“$\vee$”称为析取联结词。$P \vee Q$ 为假当且仅当 P 和 Q 同时为假，$P \vee Q$ 的真值表如表 1-3 所示。

定义 4 设 P，Q 均为命题，复合命题“若 P，则 Q”称为 P 和 Q 的蕴含式，记作 $P \rightarrow Q$，其中 P，Q 分别称为蕴含式的前件和后件。符号“$\rightarrow$”称为蕴含联结词。$P \rightarrow Q$ 为假当且仅当 P 真和 Q 假同时成立。$P \rightarrow Q$ 的真值表如表 1-4 所示。

表 1-1

P	$\neg P$
1	0
0	1

表 1-2

P	Q	$P \wedge Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

表 1-3

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

表 1-4

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

定义 5 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 当且仅当 Q”称为 P 和 Q 的等价式，记作 $P \leftrightarrow Q$，符号“$\leftrightarrow$”称为等价联结词。$P \leftrightarrow Q$ 为真当且仅当 P，Q 的真值相同。$P \leftrightarrow Q$ 的真值表如表 1-5 所示。

定义 6 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 或 Q 恰有一个成立”称为 P 和 Q 的异或式，记作 $P \overline{\vee} Q$。符号“$\overline{\vee}$”称为异或联结词。$P \overline{\vee} Q$ 真当且仅当 P 和 Q 恰有一个为真。$P \overline{\vee} Q$ 的真值表如表 1-6 所示。

定义 7 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 与 Q 的否定”称为 P 与 Q 的与非式，记作 $P \uparrow Q$。符号“$\uparrow$”称为与非联结词，$P \uparrow Q$ 为真当且仅当 P，Q 不同时为真。$P \uparrow Q$ 的真值表如表 1-7 所示。

定义 8 设 P，Q 均为命题，复合命题“P 或 Q 的否定”称为 P 与 Q 的或非式，记作 $P \downarrow Q$，符号“$\downarrow$”称为或非联结词，$P \downarrow Q$ 为真且仅当 P，Q 同时为假。$P \downarrow Q$ 的真值表如表 1-8 所示。

表 1-5

P	Q	$P\leftrightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

表 1-6

P	Q	$P\overline{\vee}Q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

表 1-7

P	Q	$P\uparrow Q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

表 1-8

P	Q	$P\downarrow Q$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

由定义可知

$P\uparrow Q\Leftrightarrow\neg(P\wedge Q)$

$P\downarrow Q\Leftrightarrow\neg(P\vee Q)$

在使用联结词“$\rightarrow$”时，要注意在自然语言里，特别是在数学里 Q 是 P 的必要条件有许多不同的叙述方式。例如，“只要 P，就 Q”，“因为 P，所以 Q”，“P 仅当 Q”，“只有 Q 才 P”，“除非 Q 才 P”，“除非 Q，否则非 P”等，以上各种叙述方式表面看来有所不同，但都表达出 Q 是 P 的必要条件，因而各种叙述方式都应符号化为 $P\rightarrow Q$。以上定义的联结词中，“$\neg$”，“$\wedge$”，“$\vee$”，“$\rightarrow$”，“$\leftrightarrow$”是五种最基本最常用的联结词。将它们组成一个集合 $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，称为一个联结词集，其中“$\neg$”为一元联结词，其余的都是二元联结词。多次使用联结词集中的联结词，可以组成更为复杂的命题。如果将括号算在内，常用联结词的优先顺序为：

$(\ )$，$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$

对于同一优先级的联结词，先出现者，先运算。

1.1.2　命题公式及其分类

由命题变量、联结词和圆括号组成的符号串可构成命题公式。但并不是由这三类符号组成的每一个符号串都可成为命题公式。合式公式（或公式）递归定义如下：

定义 9　命题公式是满足下列条件的公式：

（1）真值 0，1 是命题公式。

（2）命题常量、命题变量是命题公式，即 P，Q，R，…，P_i，Q_i，R_i，…是命题公式。

（3）若 A 是公式，则$\neg A$ 也是命题公式。

（4）若 A 和 B 是公式，则$(A\wedge B)$，$(A\vee B)$，$(A\rightarrow B)$，$(A\leftrightarrow B)$也是公式。

（5）只有有限次地应用（1）～（4）构成的符号串才是命题公式。

命题公式不一定是命题，只有当公式中的每一个命题变量都被赋以确定的真值时，公式的真值才能被确定，从而成为一个命题。

定义 10　设 A 为含有命题变量 P_1，P_2，…，P_n 的公式，给 P_1，P_2，…，P_n 指定一组真值，称为对 A 的一个赋值或真值指派。

定义 11　公式 A 在其一切可能的赋值下取得的值列成表，称为 A 的真值表。

构造真值表的具体步骤如下：

（1）找出 A 中所含的全体命题变量 P_1，P_2，…，P_n（若无下标就按字典顺序排列），列出 2^n 个赋值；

（2）按从低到高的顺序写出公式的各个层次；

（3）对应各个赋值计算出各层次的真值，直到最后计算出公式的真值。

根据公式在各种赋值下的取值情况，可按定义 12 将命题公式进行分类。

定义 12 设 A 为任一命题公式

（1）若 A 在它的各种赋值下取值均为真，则称 A 是重言式或永真式。

（2）若 A 在它的各种赋值下取值均为假，则称 A 是矛盾式或永假式。

（3）若 A 不是矛盾式，则称 A 是可满足式。

从定义不难看出以下几点：

（1）A 是可满足式的等价定义是：A 至少存在一个成真赋值。

（2）重言式一定是可满足式，但反之不真。

（3）真值可用来判断公式的类型，若真值表最后一列全为 1，则公式为重言式；若真值表最后一列全为 0，则公式为矛盾式；若真值表最后一列中至少有一个 1，则公式为可满足式。因而真值表不但能准确地给出公式的成真赋值和成假赋值，而且能判断公式的类型。

1.1.3 命题逻辑等值演算

给定 n（$n\geq1$）个命题变项，按命题公式的形成规则，可以形成无数个命题公式，但这无数个命题公式中，有些具有相同的真值表。事实上，n 个命题变项只能生成 2^{2^n} 个真值不同的命题公式。

定义 13 设 A、B 为两命题公式，若等价式 $A\leftrightarrow B$ 是重言式，则称 A 与 B 是等值的，记作 $A\Leftrightarrow B$。

根据定义判断两命题公式是否等值，可用真值表法，但当命题变项较多时，用真值表法的工作量很大。可以先用真值表验证一组基本的又是重要的等值式，以它们为基础进行公式之间的演算，来判断公式之间是否等值。

下面是一些常用的逻辑等价公式。

（1）双重否定律 $A\Leftrightarrow\neg\neg A$

（2）幂等律 $A\Leftrightarrow A\vee A$，$A\Leftrightarrow A\wedge A$

（3）交换律 $A\vee B\Leftrightarrow B\vee A$，$A\wedge B\Leftrightarrow B\wedge A$

（4）结合律 $(A\vee B)\vee C\Leftrightarrow A\vee(B\vee C)$

$(A\wedge B)\wedge C\Leftrightarrow A\wedge(B\wedge C)$

（5）分配律 $A\vee(B\wedge C)\Leftrightarrow(A\vee B)\wedge(A\vee C)$

$A\wedge(B\vee C)\Leftrightarrow(A\wedge B)\vee(A\wedge C)$

（6）德·摩根律 $\neg(A\vee B)\Leftrightarrow\neg A\wedge\neg B$

$\neg(A\wedge B)\Leftrightarrow\neg A\vee\neg B$

（7）吸收律　$A\vee(A\wedge B)\Leftrightarrow A$，$A\wedge(A\vee B)\Leftrightarrow A$

（8）零律　$A\vee 1\Leftrightarrow 1$，$A\wedge 0\Leftrightarrow 0$

（9）同一律　$A\vee 0\Leftrightarrow A$，$A\wedge 1\Leftrightarrow A$

（10）排中律　$A\vee\neg A\Leftrightarrow 1$

（11）矛盾律　$A\wedge\neg A\Leftrightarrow 0$

（12）蕴涵等值式　$A\rightarrow B\Leftrightarrow\neg A\vee B$

（13）等价等值式　$A\leftrightarrow B\Leftrightarrow(A\rightarrow B)\wedge(B\rightarrow A)$

（14）假言易位　$A\rightarrow B\Leftrightarrow\neg B\rightarrow\neg A$

（15）等价否定等值式　$A\leftrightarrow B\Leftrightarrow\neg A\leftrightarrow\neg B$

（16）归谬论　$(A\rightarrow B)\wedge(A\rightarrow\neg B)\Leftrightarrow\neg A$

在一个联结词的集合中，如果一个联结词可由集合中的其他联结词定义，则称此联结词为冗余的联结词，否则称为独立的联结词。在联结词集$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，由于

$P\rightarrow Q\Leftrightarrow\neg P\vee Q$

$P\leftrightarrow Q\Leftrightarrow(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow P)\Leftrightarrow(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee Q)$

所以“$\rightarrow$”，“$\leftrightarrow$”都是冗余的，同理有$\{\neg, \wedge\}$，$\{\neg, \vee\}$中无冗余的联结词。

若任一命题公式都可以用仅含某一联结词集中的联结词的命题公式表示，则称该联结词集为全功能集。若一个联结词的全功能集中不含冗余的联结词，则称它是极小全功能集。$\{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow, \bar{\vee}\}$，$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \uparrow, \downarrow\}$，$\{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，$\{\neg, \vee, \wedge\}$，$\{\neg, \rightarrow\}$，$\{\neg, \wedge\}$，$\{\neg, \vee\}$，$\{\uparrow\}$，$\{\downarrow\}$等都是全功能集，其中$\{\neg, \wedge\}$，$\{\neg, \vee\}$，$\{\uparrow\}$，$\{\downarrow\}$等是极小全功能集。

1.1.4　范式

在仅含有联结词“$\neg$”，“$\wedge$”，“$\vee$”的命题公式A中，将“$\vee$”换成“$\wedge$”，将“$\wedge$”换成“$\vee$”，若A中含 0 或 1，就将 0 换成 1，1 换成 0，所得命题公式称为A的对偶式，记作“A^*”。对偶式是相互的，有$(A^*)^*=A$。

关于对偶式有以下两个结论：

（1）设A和A^*互为对偶式，P_1，P_2，…，P_n是出现在A和A^*中的全部的命题变项，若将A和A^*写成n元函数形式，则

$$\neg A(P_1, P_2, \cdots, P_n)\Leftrightarrow A^*(\neg P_1, \neg P_2, \cdots, \neg P_n)$$

$$A(\neg P_1, \neg P_2, \cdots, \neg P_n)\Leftrightarrow\neg A^*(P_1, P_2, \cdots, P_n)$$

（2）设A、B为两命题公式，若$A\Leftrightarrow B$，则$A^*\Leftrightarrow B^*$，其中A^*，B^*分别为A，B的对偶式。

由上面结论（2）有，若A为重言式，则A^*必为矛盾式。

给定一个命题公式，判断它是重言式、矛盾式，还是可满足式，这类问题称为判断问