

形位误差测量技术

专 辑

上 集

《计量技术》编辑部编

形位误差测量技术

(专 辑)

上 集

《计量技术》编辑部编

1985·北 京

内 容 提 要

本书是《计量技术》编辑部为厂矿企业基层计量人员、检验人员和检定人员贯彻形位误差国家标准而专门编辑出版的。书中介绍了一些具有实用价值的测试方法。其中包括导轨的直线度、任意方向上的直线度、圆环形工件的平面度、圆度、圆柱度、键槽对称度、平行度、垂直度和轮廓度等生产中经常遇到的测量、数据处理和精度分析方面的问题，可作为工作中的参考，或作为学习班的参考材料，也可供大专院校师生和科研系统的科技人员阅读。全书约30余万字，分上、中、下三集出版。

《形位误差测试技术》专辑

上 集

内 部 发 行

编辑部：《计量技术》编辑部

出版者：国家计量局情报研究所

印刷者：北京通县建新印刷厂

1985年 月出版 定价：0.90元

形位误差测量技术

(专 辑)

上 集

目 录

形 状 误 差

· 直线度误差的解析算法——兼论“纵坐标距离”的可靠性·····	林霖栋 (1)
任意方向直线度误差的求法·····	钱洪祺 (7)
任意方向直线度误差的逐次逼近图解算法·····	魏仁琛 (9)
任意方向直线度误差作图求解法·····	马志民 (14)
用反向比较法检测直线度误差的修正方法·····	何礼安 (16)
用电动、气动及机械测微仪测量直线度误差的辅具·····	郭复荣 (19)
误差分离技术在直线度误差测量中的应用·····	廖念钊 彭铮琪 (21)
泊松——阿喇戈光斑法的激光精密直线误差测量系统·····	王江民 (23)
对“十八米机床长导轨不直度的测量”一文的补充意见·····	罗久也 (26)
导轨扭摆的一种高精度测试方法·····	孙友芳 (27)
用逐次逼近法求解平面度误差·····	杨泰来 梁 滨 (30)
用最小二乘法评定平面度误差·····	杨泰来 (33)
在平板检定中用投影作图法实现评定平面度的“最小条件”·····	莫雨松 (39)
平面度误差评定的精度分析·····	江巨源 (45)
环状工件端面平面度测量·····	虞庆尧 (55)
按最小条件电算平面度误差及其结果分析·····	齐秉全 姚风云 (57)
平面的简易测量方法和满足“最小条件”平面度误差的电算法框图·····	何 真 (66)

直线度误差的解析算法

兼论“纵坐标距离”的可靠性

在直线度误差的数据处理中,不论用计算法或图解法都是以“纵坐标距离”为测量结果的。“纵坐标距离”代替“最小区域宽度”的理论根据和它们之间的近似程度如何?以及图解法中以“纵坐标距离”代替“最小区域宽度”的可靠性怎样?本文拟就上述两个问题进行初步探讨。

一、解析算法原理及“纵坐标距离”的可靠性

解析算法是从国标定义出发,根据解析几何学中“已知点到已知直线的距离”的计算法提出来的。因为任何直线度误差的图像,总可以找到符合“最小条件”的两条平行的包容直线形成最小区域。一般其中一条直线至少通过两已知点,这样就可以求出一条直线方程;然后应用点到直线距离的公式,即可求出直线度误差值。

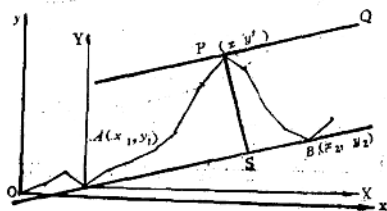


图 1

在图1中, AB 和 PQ 为符合最小条件的两条平行包容直线。A (x₁, y₁), B (x₂, y₂), P (x', y') 三点座标已知。根据解析几何学中的两点式, 则 AB 直线方程为:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \quad (1)$$

式 (1) 可化为 $Ax + By + C = 0$ (2)

式 (2) 中的系数 A、B 和常数 C 均为已

知, 且座标单位均化为 mm。

点 P (x', y') 到 AB 直线的距离 (即最小区域宽度) PS 为:

$$PS = \frac{|Ax' + By' + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (3)$$

当误差图像为单向 (单向凸上或凹下) 图形时, 误差图像 (即测得的误差折线, 虽非真实状况但可代替实际要素。——见国标形位公差第 24 页) 的两端点联线是包容线之一。其中一个端点恰为座标原点, 方程 (2)、

(3) 中的 C=0。若误差图像不是单向图形时 (如图 1 所示), 可将坐标系 XOY 的原点 O 沿 X、Y 方向平移至靠近 O 点的 A 点, 将 $X = X + x_1$ 和 $Y = Y + y_1$ 代入方程 (2) 或 (3) 中, 即可使 C=0, 从而简化运算过程。

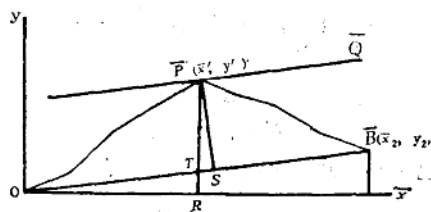


图 2

如图 2 所示, OB 和 PQ 为误差图像的两条平行包容直线。B (x₂, y₂) 和 P (x', y') (如系复杂图像为座标变换后的座标值) 两点座标已知, 则 OB 方程为:

$$y = \frac{y_2}{x_2} x \text{ 或 } x_2 y - y_2 x = 0 \quad (4)$$

P (x', y') 点到 OB 直线的距离, 即最小区域宽度 PS 为:

$$PS = \frac{|x_2 y' - y_2 x'|}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \quad (5)$$

式 (5) 不仅是解析计算法求直线度误差的主要公式之一, 而且通过式 (5) 可以推导出“最小区域宽度” PS 和“纵坐标距离” PT 的关系式来。由式 (5)

$$\begin{aligned} PS &= \frac{x_2 y' - y_2 x'}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} = \frac{x_2 y' - y_2 x'}{x_2 \sqrt{1 + \left(\frac{y_2}{x_2}\right)^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y_2}{x_2}\right)^2}} \left(y' - \frac{y_2}{x_2} x' \right) \\ &= \frac{PT}{\sqrt{1 + \left(\frac{y_2}{x_2}\right)^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) 中 $PT = PR - TR = -y' \frac{y_2}{x_2} x'$,

即 OB 与 PQ 最小区域的纵坐标距离 (见图 2)。式 (6) 可写成:

$$PT = \left[1 + \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2 \right]^{1/2} PS \quad (7)$$

式 (7) 右边的二项式展开得:

$$\begin{aligned} \left[1 + \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2 \right]^{1/2} &= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{8} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^4 + \frac{1}{16} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^6 \dots \end{aligned}$$

因 $y_2 \gg x_2$ (因 y_2 的数量级为 $10^{-1} \sim 10^{-3}$, 而 x_2 数量级为 $10^3 \sim 10^4$), 所以展开式取前两项已足够精确。因此式 (7) 可写成:

$$PT = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2 \right] PS$$

上式移项并两边除以 PS, 又 $\Delta = PT - PS$, 则:

$$\frac{\Delta}{PS} = \frac{PT - PS}{PS} = \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2 \quad (8)$$

由式 (8) 知: $\frac{\Delta}{PS}$ 与 $\frac{y_2}{x_2}$ 的平方成正比, $\frac{y_2}{x_2}$ 的比值越小, 则 PT 越接近 PS。一定范围的 x_2, y_2 所构成的 $\frac{\Delta}{PS}$ 值列于表 1 中, 相应的式 (8) 曲线如图 3 所示。当 $x_2 = 250 \sim 2000 \text{ mm}$ 之间, $y_2 = 0.010 \sim 0.600$

mm 之间时, $\frac{\Delta}{PS}$ 在 $2.9 \times 10^{-6} \sim 1.3 \times 10^{-11}$

之间。在 GB1184~80 附表 1 中, 公差等级 1 级, 主参数 $L = 250 \sim 10000 \text{ mm}$ 范围, 公差值在 $0.001 \sim 0.006 \text{ mm}$ 之间。 $\frac{\Delta}{PS}$ 在

0.8×10^{-11} 到 1.8×10^{-13} 之间。公差等级 10 级, 主参数 $L = 250 \sim 10000 \text{ mm}$ 范围, 公

差值在 $0.1 \sim 0.6 \text{ mm}$ 之间, $\frac{PS}{\Delta}$ 在 0.8×10^{-7} 到 1.8×10^{-9} 之间。

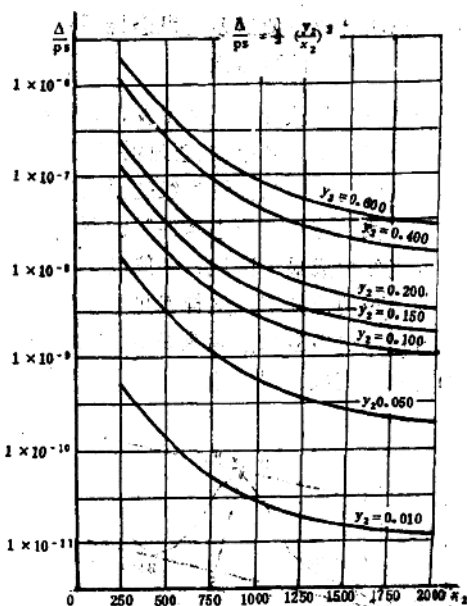


图 3

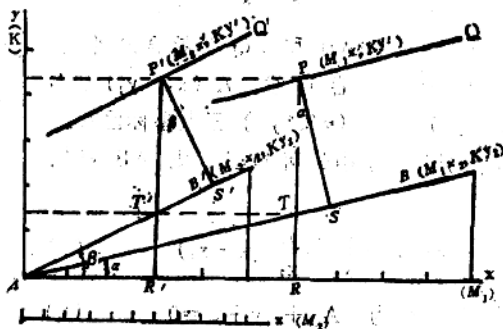


图 4

表 1 $\frac{\Delta}{PS} = \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$ 的数值表

y_2 (mm)	$\frac{\Delta}{PS}$	x^2 (mm)	250	500	750	1,000	1,250	1,500	1,750	2,000
0.010	$\frac{y_2}{x_2}$		4×10^{-5}	2×10^{-5}	1.3×10^{-5}	1×10^{-5}	0.8×10^{-5}	0.66×10^{-5}	0.57×10^{-5}	0.5×10^{-5}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		8×10^{-10}	2×10^{-10}	8.5×10^{-11}	5×10^{-11}	3.2×10^{-11}	2.2×10^{-11}	1.6×10^{-11}	1.3×10^{-11}
0.050	$\frac{y_2}{x_2}$		2×10^{-4}	1×10^{-4}	6.6×10^{-5}	5×10^{-5}	4×10^{-5}	3.3×10^{-5}	2.86×10^{-5}	2.5×10^{-5}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		2×10^{-8}	5×10^{-9}	2.2×10^{-9}	1.3×10^{-9}	8×10^{-10}	5.5×10^{-10}	4.1×10^{-10}	3.1×10^{-10}
0.100	$\frac{y_2}{x_2}$		4×10^{-4}	2×10^{-4}	1.3×10^{-4}	1×10^{-4}	8×10^{-5}	6.7×10^{-5}	5.7×10^{-5}	5×10^{-5}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		8×10^{-8}	2×10^{-8}	8.5×10^{-9}	5×10^{-9}	3.2×10^{-9}	2.2×10^{-9}	1.6×10^{-9}	1.3×10^{-9}
0.150	$\frac{y_2}{x_2}$		6×10^{-4}	3×10^{-4}	2×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.2×10^{-4}	1×10^{-4}	8.6×10^{-5}	7.5×10^{-5}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		1.8×10^{-7}	4.5×10^{-8}	2×10^{-8}	1.1×10^{-8}	7.2×10^{-9}	5×10^{-9}	3.7×10^{-9}	2.8×10^{-9}
0.200	$\frac{y_2}{x_2}$		8×10^{-4}	4×10^{-4}	2.3×10^{-4}	2×10^{-4}	1.6×10^{-4}	1.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}	1×10^{-4}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		3.2×10^{-7}	8×10^{-8}	3.6×10^{-8}	2×10^{-8}	1.3×10^{-8}	8.5×10^{-9}	6.1×10^{-9}	5×10^{-9}
0.400	$\frac{y_2}{x_2}$		1.3×10^{-3}	8×10^{-4}	5.3×10^{-4}	4×10^{-4}	3.2×10^{-4}	2.7×10^{-4}	2.3×10^{-4}	2×10^{-4}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		1.6×10^{-6}	3.2×10^{-7}	1.4×10^{-7}	8×10^{-8}	5.1×10^{-8}	3.6×10^{-8}	2.6×10^{-8}	2×10^{-8}
0.600	$\frac{y_2}{x_2}$		2.4×10^{-3}	1.2×10^{-3}	8×10^{-4}	6×10^{-4}	4.8×10^{-4}	4×10^{-4}	3.4×10^{-4}	3×10^{-4}
	$\frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{x_2} \right)^2$		2.9×10^{-6}	7.2×10^{-7}	3.2×10^{-7}	1.8×10^{-7}	1.2×10^{-7}	8×10^{-8}	5.8×10^{-8}	4.5×10^{-8}

上述事实证明:

1. $\frac{\Delta}{PS}$ 值是很微小的, 式(6)中 $\left(\frac{y_2}{x_2}\right)^2$ 可以忽略不计, 用 PT 完全可以代替 PS;

2. 用 PT 代替 PS 不论在低精度或高精度可靠性是很高的, 从图 3 可以看出, 精度越高, 主参数值越大, $\frac{\Delta}{PS}$ 值越小, 过去说这种代替只适用于低精度不适用于高精度的认识应予以修正;

3. 为了使 $\frac{y_2}{x_2}$ 比值小些, 同时也为了不使仪器的影像或水泡超越刻度范围之外, 使被测要素最远两点调直 (大致的定性) 是必要的。

在用图解法求直线度误差时, 总不能用 M1:1 的比例尺作图, 这样做横坐标 (沿被测件长度方向) 太长, 而纵坐标又太短, 甚至无法作图。因此, 一般采用将横坐标缩小, 将纵坐标放大的方法。

如图 4 所示, AB、PQ 为误差图像 (未画出) 的两条平行包容直线 (符合最小条件, 下同)。M₁ 为横坐标的缩小比例尺, K 为纵坐标的放大比例尺。又 AB'、P'Q' 为同一被测要素和量值, 当只改变横坐标比例尺为 M₂ 时的两条平行包容直线。求两种情况下纵坐标距离之间和最小区域宽度之间的

关系。纵坐标距离:

$$\begin{aligned} PT &= Ky' - \operatorname{tg} \alpha \cdot M_1 x' \\ &= Ky' - \frac{Ky_2}{M_1 x_2} M_1 x' = K \\ &\quad \times \left(y' - \frac{y_2}{x_2} x' \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P'T' &= Ky' - \operatorname{tg} \beta \cdot M_2 x' \\ &= Ky' - \frac{Ky_2}{M_2 x_2} M_2 x' = K \\ &\quad \times \left(y' - \frac{y_2}{x_2} x' \right) \end{aligned} \quad (10)$$

由式 (9) 和 (10) 知: PT=P'T' 即在图解法中当 K 不变, 纵坐标距离不变 (只将纵坐标距离放大 K 倍) 而与 M 无关, 但最小区域宽度:

$$PS = PT \cos \alpha \quad (11)$$

$$P'S' = P'T' \cos \beta \quad (12)$$

因 $\beta > \alpha$, 所以 $\cos \beta < \cos \alpha$, 又因 PT=P'T', 所以 P'S' < PS。最小区域宽度不仅与 K 有关而且与 M 有关。随 M 不同 (K 一定) 最小区域宽度不同。主要是引入比例尺使误差图像产生畸变所致。因此, 在用图解法时, 只能用纵坐标距离。但用解析算法不受比例尺影响, 只和三个点的坐标值有关不会因作图不同而异, 方法和概念是统一的。

二、应用举例

例: 有一平尺 (1 级精度), 长 1600mm 用准直仪检测, 桥板跨距为 100mm, 检测数据如表 2 所示, 误差图像如图 5 所示。试

表 2

测量位置	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
原始读数 a_i	16	15	16	17	16	15	16	15	14	15	14	15	14	15	15	14
相对差 $\Delta a_i = a_i - 15$	+1	0	+1	+2	+1	0	+1	+1	-1	0	-1	0	-1	0	0	-1
累积值 $y_i = \sum_{j=1}^i \Delta a_j$	+1	+1	+2	+4	+5	+5	+6	+7	+6	+6	+5	+5	+4	+4	+4	+3

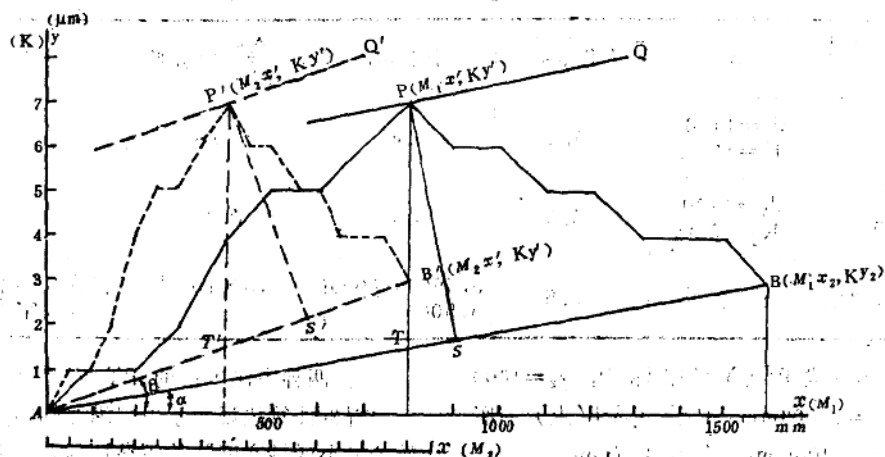


图 5 (9.1.1.1) 图 5 (9.1.1.1)

用图解法和解析算法求出该尺的直线度误差并比较。

解: 1. 用图解法求直线度误差

曲线末端 B 的测量座标为: $x_2 = 1600$ mm, $y_2 = 0.003$ mm. P 点的测量座标为 $x' = 800$ mm, $y' = 0.007$ mm.

当横座标比例尺用 $M_1 = 1:10 = 10^{-1}$; 纵座标比例尺用 $K = 10^4:1 = 10^4$ 时, B 点的作图位置:

$$M_1 x_2 = 10^{-1} \times 1600 = 160 \text{ mm}, K y_2 = 10^4 \times 0.003 = 30 \text{ mm}, \text{ P 点的作图位置:}$$

$$M_1 x' = 10^{-1} \times 800 = 80 \text{ mm},$$

$$K y' = 10^4 \times 0.007 = 70 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha = 10^{(4+1)} \times \frac{0.003}{1600} = 0.1875, \text{ 所以}$$

$$\alpha = 10^\circ 38'$$

(1) 从图上量得的 $PT = 55$ mm, 即

$$PT = \frac{55}{10^4} = 5.5 \mu\text{m}, \text{ 用公式计算:}$$

$$\begin{aligned} PT &= K y' - \tan \alpha \cdot M_1 x' \\ &= 10^4 \times 0.007 - 0.1875 \times 10^{-1} \times 800 \\ &= 55 \text{ mm} \text{ 即 } PT = 5.5 \mu\text{m} \end{aligned}$$

(2) 从图上量得的 $PS = 54$ mm, 用公式计算:

$$\begin{aligned} PS &= PT \cos \alpha = 55 \cdot \cos 10^\circ 38' \\ &= 55 \times 0.9831 = 54.06 \text{ mm} \end{aligned}$$

即直线度误差为:

$$54.06/10^4 = 0.005406 \text{ mm}$$

当横座标比例尺用 $M_2 = 1:20 = 20^{-1}$; 纵座标比例尺用 $K = 10^4:1 = 10^4$ 时, B' 点的作图位置:

$$M_2 x_2 = 20^{-1} \times 1600 = 80 \text{ mm}, K y_2 = 10^4 \times 0.003 = 30 \text{ mm}, \text{ P' 点的作图位置:}$$

$$M_2 x' = 20^{-1} \times 800 = 40 \text{ mm}, K y' = 10^4 \times 0.007 = 70 \text{ mm},$$

$$\tan \beta = \frac{K y_2}{M_2 x_2} = \frac{10^4 \times 0.003}{20 \times 1600} = 0.375$$

$$\text{所以 } \beta = 20^\circ 33'$$

(1) 从图上量得的 $P'T' = 55$ mm, 即 $55/10^4 = 0.0055 \text{ mm} = 5.5 \mu\text{m}$, 用公式计算

$$\begin{aligned} P'T' &= K y' - \tan \beta \cdot M_2 x' \\ &= 70 - 0.375 \times 40 = 55 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{即 } P'T' = 55/10^4 = 0.0055 \text{ mm} = 5.5 \mu\text{m}$$

(2) 从图上量得的 $P'S' = 51.5$ mm, 即 $P'S' = 51.5/10^4 = 5.15 \mu\text{m}$; 用公式计算

$$\begin{aligned} P'S' &= P'T' \cos \beta \\ &= 55 \times \cos 20^\circ 33' \\ &= 55 \times 0.937 = 51.535 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{即 } P'S' = 51.535/10^4 = 5.1535 \mu\text{m}.$$

2. 用解析算法求直线度误差

表 3

项目 方法	比 例 尺	PT (μm)	PS (μm)	$\frac{\Delta}{PS} \times 100\%$	注
图 解 法	$M_1=1:10$ $K=10^4:1$	5.5	5.4	1.85	
	$M_2=1:20$ $K=10^4:1$	5.5	5.15	6.8	
解析算法	不 考 虑	5.5	5.4999999999 5.500	1.8×10^{-10} 0	有效数字取12位 有效数字取4位

B 点 (或 B' 点) 的座标为: $x_2=1600$ mm; $y_2=0.003$ mm, P 点 (或 B' 点) 的座标为: $x_1=800$ mm; $y'=0.007$ mm.

(1) 求纵座标距离 PT (或 P'T')

$$PT \text{ (或 P'T')} = y' - \frac{y_2}{x_2} x'$$

$$= 0.007 - \frac{0.003}{1600} \times 800 = 5.5 \mu\text{m}$$

(2) 求最小区域宽度 PS (或 P'S')

$$PS \text{ (或 P'S')} = \frac{|x'y' - y_2x'|}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

$$= \frac{|1600 \times 0.007 - 0.003 \times 800|}{\sqrt{1600^2 + 0.003^2}}$$

$$= 5.4999999999 \mu\text{m}$$

$$\Delta = PT - PS = 5.5 - 5.4999999999$$

$$= 10^{-11} \mu\text{m}$$

上例结果比较列于表 3, 从表 3 看出:

1、图解法中, K 一定, PS 值随 M 而变化, M 越小, $\frac{\Delta}{PS}$ 值越大;

2、用解析算法求出的 PT 与 PS 之差是极微小的, 从而证明, 用 PT 代替 PS 是很可靠的;

3、两种方法求得的 PT 值是相同的。

解析算法证明了用“纵座标距离”代替“最小区域宽度”的可靠性问题, 尤其在高精度能否应用的问题, 这对生产和检验工作是有实际意义的。

参 考 文 献

(1) М. А. ПАЛЕЙ. ОТКЛОНЕНИЯ ФОРМЫ И РАСПОЛОЖЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

(2) А. К. КУТАЯ. СПРАВОЧНИК ПОРОИЗВОДСТВЕННОМУ КОНТРОЛЮ БИНА ШЧНОСТРОЕН ИЙ.

(3) S. L. LONEY. THE ELEMENTS OF COORDINATE GEOMETRY.

(4) 谷口修、堀込泰雄合著 计测工学 (日)。

(5) 国家标准《形状和位置公差》GB1182 ~ 1184—80, GB1958—80。

(6) 《机械工业标准化》, 3~4 期合刊, 80 年。

(7) 《机械工业标准化》, 增刊 3 期, 80 年
(陕西机械学院 林霖栋)

任意方向直线度误差的求法

根据 GB1958—80 规定,任意方向的直线度误差就是包容实际线且直径为最小的圆柱面的直径 ϕt 。本文探讨如何取得最小包容圆柱面直径 ϕt 的具体方法。

下面举例说明缩小包容圆柱面直径的三种方法:

例一,设某空间直线与四个等距截面交于 A、B、C、D 四点,它们的坐标分别为 (X_a, Y_a) , (X_b, Y_b) , (X_c, Y_c) 和 (X_d, Y_d) ,见表 1,其单位为微米,试求其包容圆柱面的直径。

表 1

	点 号	A	B	C	D
X 方向	座标值 X_i	0	30	-90	-90
	坐标值 Y_i	0	60	80	30

根据表 1 可作出该直线的立体圆(图 1 a),图 1 b 为端视图,在视图上用作图法作包容这四点的包容圆。则包容圆的直径可由图中(实际作图时放大比应为 1000:1)量得 $\phi 126$,其圆心 O 的坐标为 $X_0 = -32$, $Y_0 = 54$,但此圆不一定为最小包容圆。

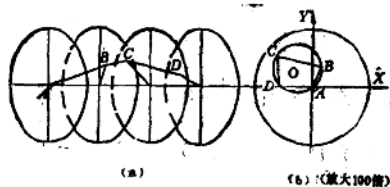


图 1

下面介绍缩小包容圆柱面的三种方法。

1. 以两端连线为基准,求包容圆柱面的直径。

调整轴线两端位置,使两端在 X、Y 两

个方向均位于同一座标值,为此只要采用给定平面内直线度的旋转法,在 X、Y 两个方向分别调整,将表 1 各点的数值经调整后的座标值列于表 2。由表 2 可绘出 X 方向和 Y 方向的轴剖面图(图 2a)和其端视图(图 2b),在端视图上用作图法可求得包容直径 $\phi 93$,此时该值已比原来的 $\phi 126$ 少了很多。

表 2

	点 号	A	B	C	D
X 方向	原来坐标值 X_i	0	30	-90	-90
	各点的调整量	0	30	60	90
	调整后坐标值	0	60	-30	0
Y 方向	原来坐标值 Y_i	0	60	80	30
	各点的调整量	0	-10	-20	-30
	调整后的坐标值	0	50	60	0

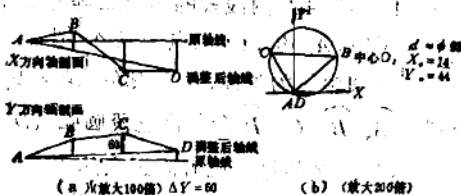


图 2

2. 以 X、Y 两个方向分别求最小条件为基准,求其包容圆柱面的直径。

在表 2 中,在 Y 方向已符合直线度的最小条件,其直线度误差 $\Delta Y = 60 \mu m$,但 X 方向不是最小条件,将表 2 的 X 方向再调整,如表 3 所示, X 方向的直线度误差为 $\Delta X = 75 \mu m$ 。以 X、Y 方向的座标

值作端视图(见图 3b), Δ_y 为 C 点到 $\overline{AD}$ 的距离, Δ_x 为 B 点到 $\overline{AC}$ 距离, 用作图法可作出直径为 $\phi 90$ 的包容圆, 圆心 O 的座标为 $X_0=34$ $Y_0=30$ 。此处 $\phi 90$ 小于图 2b 中的 $\phi 93$ 。

表 3

	点 号	A	B	C	D
X方向	原来座标值 X_i	0	30	-90	-90
	各点的调整量	0	45	90	135
	调整后的座标值	0	75	0	45

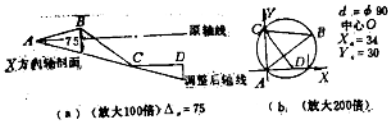
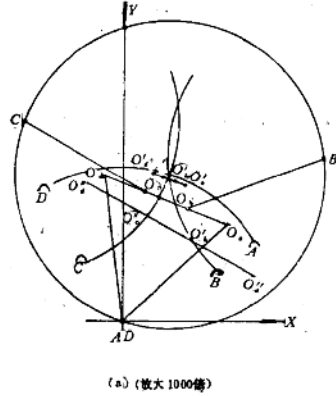


图 3

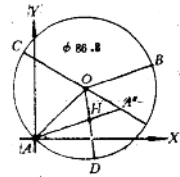
3. 进一步调整轴线位置, 缩小包容圆柱面直径的方法。

以表 2 和图 2b 为起点, 按放大比例作端视图, 见图 4a, 图中 A 、 D 两点重合在一起, 作 A 、 B 、 C 的最小外接圆, 其圆心即 $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{AC}$ 两线段的垂直二等分线的交点, 又以 A 、 B 、 C 三点为三个圆心, 以其外接圆半径为半径, 在圆内作三段圆弧, 分别以 $\widehat{A}$ 、 $\widehat{B}$ 、 $\widehat{C}$ 命名这三段圆弧 ($\widehat{D}$ 与 $\widehat{A}$ 重合), 在外接圆圆心附近大约垂直于 $\overline{OA}$ 的方向, 且在圆心的 A 点一侧找一条直线 $\overline{O_a}$ 、 $\overline{O_b}$ 、 $\overline{O_c}$ 、 $\overline{O_d}$, 其中, $\overline{O_a}$ 、 $\overline{O_b}$ 、 $\overline{O_c}$ 、 $\overline{O_d}$ 间的距离与 A 、 B 、 C 、 D 四点的轴向距离成比例 (本例为等距四点), 且要求 $\overline{O_a}$ 、 $\overline{O_b}$ 、 $\overline{O_c}$ 、 $\overline{O_d}$ 四点分别落入对应名称的圆弧之内, 并且使得离对应圆弧愈近愈好, 即离 A 、 B 、 C 、 D 的对应距离愈近愈好, 这时 $\overline{O_a}$ 、 $\overline{O_b}$ 、 $\overline{O_c}$ 、 $\overline{O_d}$ 就是我们要找的新的轴线的端视图位置了。这时 $\overline{O_aA}$ 、 $\overline{O_bB}$ 、 $\overline{O_cC}$ 和 $\overline{O_dD}$

就是新轴线与四点的距离了。在图 4b 中, $\overline{O_aA}$ 、 $\overline{O_bB}$ 、 $\overline{O_cC}$ 和 $\overline{O_dD}$ 的长度接近相等且比原来外接圆半径小, 故新轴线为基准的包容圆柱面直径必然比原来的直径小, 新直径即为 $2\overline{O_aA}$ 。



(a) (放大 1000 倍)



(b) (放大 500 倍)

图 4

表 4

	点 号	A	B	C	D
X方向	表2座标值	0	60	-30	0
	调整量	0	12	24	36
	新座标值	0	72	-6	36
Y方向	表2座标值	0	50	60	0
	调整量	0	-4.33	-8.67	-13
	新座标值	0	45.67	51.33	-13

在新端视图中 $\overline{O_d}$ 、 $\overline{O_a}$ 将重合, 新 $\overline{O_d}$

将向 O_a 调整, 其调整量即图 4a 中 O_a 与 O_d 的座标差, 即在 X 方向为 $(X_{O_a} - X_{O_d}) = 36$ (由图 4a 座标量出), 在 Y 方向为 $(Y_{O_a} - Y_{O_d}) = -13$ 。这样 d 点将随 O_d 同步平稳, 由此可按比例求得其他各点的调

整量 (见表 4)。根据表 4 可作出端视图 (见图 4b), 由作图法可知, 其最小外接圆直径为 $\phi 86.8$, 比上述所得的 $\phi 93$ 和 $\phi 90$ 都小。

(齐齐哈尔第一机床厂 钱洪祺)

任意方向直线度误差的逐次逼近图解算法

按照 GB1958—80 规定, 任意方向的直线度 (如圆柱、圆锥轴线的直线度) 的误差就是包容实际线且直径为最小的圆柱面的直径值。在该标准附录一中列出了几种检测方案, 但用手工进行数据处理时, 目前均是采用近似法 (而不是按定义) 来获得直线度误差值, 因而不仅可能造成较大的测量误差, 而且还不能估出该近似法造成误差的大小。因而本文提出用逐次逼近图解—算法按定义 (最小区域法) 来求解任意方向的直线度误差值。另外, 还提出一种确定直线度误差值上、下限范围的简便方法, 以便于对误差的合格与否作出迅速判断或取用近似误差值。

一、求解原理

设一圆柱体, 沿其轴向等分成若干段, 按检测方案可获得各段横截面圆心 $0, 1, 2, \dots, n$ 在垂直于测量基准线的平面 XOY 的投影 $0', 1', 2' \dots n'$ (图 1), 在 XOY 平面上作这些投影点的最小包容圆 a , 显然圆 a 也就是垂直于 XOY 平面且包容各被测点 $0, 1, 2 \dots n$ 的最小圆柱面 A 在 XOY 平面上的投影。圆 a 的直径当然就等于圆柱面 A 的直径, 但并不就是所求的直线度误差, 因为圆柱面 A 仅是垂直于 XOY 平面的最小包容圆柱面, 还不是任意方向上的最小包容圆柱面。

假定任意方向上的包容 $0, 1, 2 \dots n$

各点的最小圆柱面实际上是 B , 它并不与 XOY 平面垂直, 而夹一空间角度 α 。作一坐标系 $OX_oY_oZ_o$, 使 X_oOY_o 平面与圆柱面 B 垂直, 将 $0, 1, 2 \dots n$ 各点及圆柱面 B 向 X_oOY_o 平面投影, 就得到各投影点 $0'', 1'', 2'' \dots n''$ 及投影圆 b 。同样, 圆 b 就是这些投影点的最小包容圆。圆 b 的直径当然等于圆柱面 B 的直径, 也就是所求的直线度误差值。

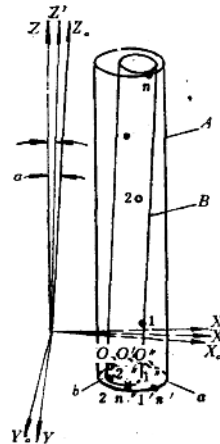


图 1

按直线度误差规定, 显然圆 b 的直径不仅比圆 a 小, 而且是 $0, 1, 2 \dots n$ 各点向任何平面投影时所作的各最小包容圆中的最小直径值。换言之, 如果转动 XOY 平面, 也即转动图 1 中 Z 轴向 Z_o 轴靠拢, 通过座标转换关系, 求出每次转动后 $0, 1, 2 \dots n$ 各点在新的 XOY 位置平面上的投

影, 并求其最小包容圆, 那么总可以找到所有这些最小包容圆中的最小直径值, 也即 Z 轴与 Z_0 轴重合时的最小包容圆直径值, 显然按定义就是所求的直线度误差值。

1. 坐标变换方法

图 1 中, 保持 Y 轴不动, 将 XOZ 平面绕 Y 轴转一个非常小角度 θ 到 $X'OZ'$ 位置, 显然 $0, 1, 2, \dots, n$ 各点的 Y 值将保持不变, 而 X 值将发生变化。

注意到在检测前, 总是先要将被测轴线调直, 使测量基准接近于评定基准。因此为使 Z 轴向 Z_0 轴逐步靠拢, 所转动的 θ 角当然也是非常小的, 这样在 XOZ 平面转到 $X'OZ'$ 平面后, 各点的 X 值变化量就可看成是与各点的轴向位置 (也即 Z 座标值) 成正比。当选定了某点的 X 值变化量之后, 其余各点变化量也就很容易成比例地求解, 这样, 在转动后的新的 $OX'YZ'$ 座标系中, 各点在 XOY 平面上的投影位置 (X', Y) 就可求得。作其最小包容圆, 就可得到一个最小的最小包容圆直径值。

然后可固定 X' 轴不动, 而使 YOZ' 平面绕 X' 轴作微小转动, 与上同理, 可求得 $0, 1, 2, \dots, n$ 各点在 $X'OY'$ 平面上的投影位置 (X', Y'), 并可求出其最小包容圆直径。每次我们都向最小包容圆直径值变小的方向转动, 最后总可以得到一个最小直径值, 再结合 $GB1958-80$ 附录二中的最小区域判别法即可确定该轴线直线度误差值了。

实际上, 平面上最小包容圆直径只与各投影点间的相对位置有关, 也即如果将各投影点的 X 值 (或 Y 值) 都同加上或减去一数值, 其最小包容圆直径仍不变。因而, 转动 XOZ 平面改变各点 X 值座标时, 也可任意保持某一点 X 值不变, 而按各点到该点的轴向 (也即 Z 向) 距离或等分数成比例地增减各点的 X 值。这样的变换法, 下面经常采用。

2. 平面上点群最小包容圆的判别法

一点群被圆包容, 有两点在圆周上且其连线通过圆心 (图 2), 或者落在圆周上的任意三点成锐角三角形 (图 3) 则该圆就是这一点群的最小包容圆。



图 2 图 3

二、计算实例

例: 直径 20mm, 长 100mm 圆柱体沿轴向 5 等分, 每等分 20mm (图 4)。用规定检测方法得出每一横截面圆心向垂直于测量基准线的平面投影的座标值列于表 1 中序号 1, 求直线度误差 ϕf 。(表中点序号与图 4 中截面等分号相对应)。

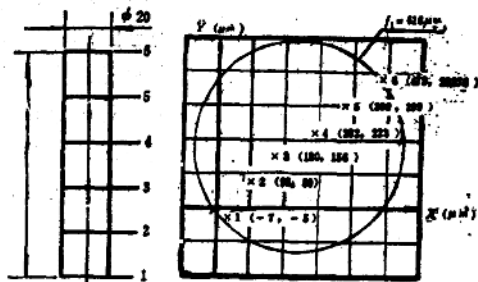


图 4 图 5

计算步骤:

1. 按序号 1 在座标纸上作图 5, 显然, 最小包容圆直径就为 1、6 两点图中距离:

$$f_1 = \sqrt{(479+7)^2 + (373+5)^2} = 6.6 \mu\text{m}$$

2. 在图 5 中想象增加一 Z 轴, 形成一个 $OXYZ$ 座标系。保持各点 Y 值不变 (即 Y 轴不动)。转动 XOZ 平面, 改变各点 X 值。这里保持第 1 点 $X_1 = -7 \mu\text{m}$ 不变, 而取变化后的第 6 点 $X_6 = 4 \mu\text{m}$ 。

在取 X_6 值时, 先分析图 5, 可看出当所取 X_6 值减少并接近 X_1 值时, 变换后最小包容圆直径将会变小, 但 X_6 值到底取多少才符合最小区域位置尚难判断, 因

表 1

单位: μm

序号	点序号 座标值	1	2	3	4	5	6
1	X	-7	95	180	282	369	479
	Y	-5	80	156	223	299	373
2	X	-7	0	-10	-3	-11	4
	Y	-5	80	156	223	299	373
3	X	-7	0	-10	-3	-11	4
	Y	-5	6	8	1	3	3
4	X	-7	-0.76	-11.52	-5.28	-14.04	0.2
	Y	-5	6	8	1	3	3
5	X	-7	-0.76	-11.52	-5.28	-14.04	0.2
	Y	-5	5.78	7.56	0.34	2.12	1.9
6	X	-6	0	-11	-5	-14	0
	Y	-5	80	156	223	299	373
7	X	-6	0	-11	-5	-14	0
	Y	0	9.4	9.8	1.2	1.6	0
8	X	-6	0	-11	-5	-14	0
	Y	-2.35	9.4	12.15	5.9	8.65	9.4

此这里先取个接近于 X_1 并使变换计算简单的 $4\mu\text{m}$ 值。当然,在下面每次座标变换取该值时,都应分析上次包容圆图,使取值变换后的最小包容圆直径朝变小方向变化。开始时取值粗糙些,越靠近精确解时越仔细些。最后,接近精确解时(此时将发现已很难再降低直径值了)还应朝符合最小区域判别法方向仔细选取、调整。

取 X_0 值后,其余各点 X 值也就与各点的等分数(也即各点到第1点的 Z 向相对距离)成正比地变化,

$$\text{第2点 } X_2 = 95 - \frac{479-4}{5} \times 1 = 0$$

$$\text{第3点 } X_3 = 180 - \frac{479-4}{5} \times 2 = -10 \quad (\mu\text{m})$$

$$\text{第4点 } X_4 = 282 - \frac{479-4}{5} \times 3 = -3 \quad (\mu\text{m})$$

$$\text{第5点 } X_5 = 369 - \frac{479-4}{5} \times 4 = -11 \quad (\mu\text{m})$$

变换后,各点在新的 XOY 平面投影为表1中序号2所列。作图6,得最小包容

圆直径值 $f_2=378\mu m$ 。

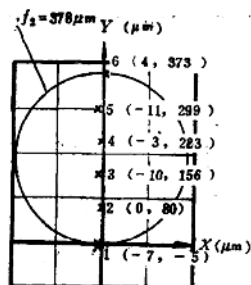


图 6

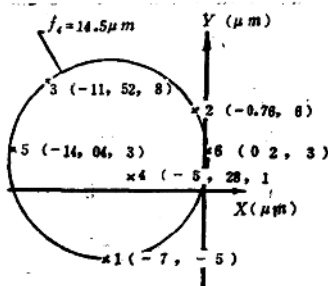


图 8

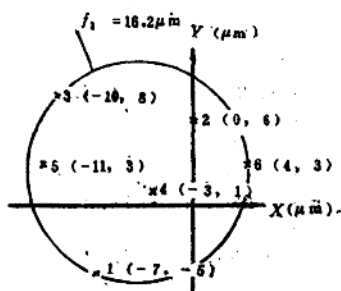


图 7

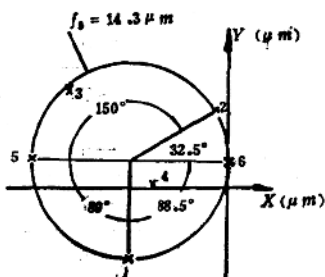


图 9

3. 在前面转动后的新的坐标系上，再继续转动坐标面。保持表 1 序号 2 中 X 值不变（即 X 轴不动），转动 YOZ 平面改变各点 Y 值。这里保持第 1 点 $Y_1=-5\mu m$ 不变，取变化后第 6 点值 $Y_6=3\mu m$ 。同上一样，其它各点 Y 值也成比例减少为序号 3 所列。

作图 7（用同心圆母板或直接用圆规作最小包容圆图）可求得 $f_3=16.2\mu m$ 。

4. 与上面同样，再转动 XYZ 平面，改变各点 X 值如表 1 序号 4 所列。

作图 8，得 $f_4=14.5\mu m$ 。

5. 转动 YOZ 平面，改变各点 Y 值如序号 5 所列。

作图 9，得 $f_5=14.3\mu m$ 。

6. 用 GB1958—80 附录二中最小区域判别法进行判断。

见图 9 及图 4，本例用四点形式判别法，

$$(12, 56) = \frac{15 \times 26}{25 \times 16} = \frac{80 \times 80}{60 \times 100} = 1.07$$

$$(12, 56) = \frac{\sin 15^\circ \sin 26^\circ}{\sin 25^\circ \sin 16^\circ} = \frac{\sin 89^\circ \sin 32.5^\circ}{\sin 150^\circ \sin 88.5^\circ} = 1.07$$

因此 $(12, 56) = [12, 56]$

所以该轴线直线度误差 $f=f_5=14.3\mu m$

三、误差上下限求解法

仍以上例为例。

1. 首先保持表 1 序号 Y 值不变，转动 XOZ 平面改变各点 X 值，要求变化后各点 X 值呈两谷夹一峰或两峰夹一谷分布（为简便以后统称两谷夹一峰），且使两谷点值都变为 0。

参考图 10，可判两谷点是 2、6 两点，峰值是 5 点。因此将表 1 中序号 1 各点 X

值均减去 $95\mu\text{m}$ (使 2 点 $X_2=0$), 然后转动 XOZ 平面, 这时保持 2 点 $X_2=0$ 不变, 并取变化后第 6 点 $X_6=0$ 。变换后如表 1 序号 6 所列。

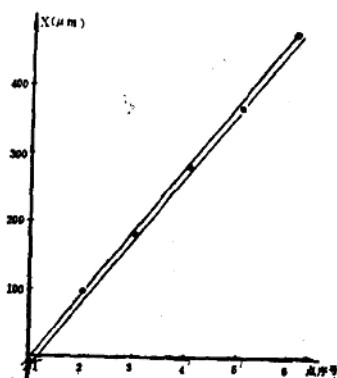


图 10

同样方法改变各点 Y 值列于序号 7。

这样, 变换后 X、Y 值都呈两谷夹一峰分布, 且四个谷点值都为零。那么所求直线度误差 f 的上限值 f' 就是序号 7 中 X、Y 两峰值的方和根:

$$f' = \sqrt{X_5^2 + Y_3^2} = \sqrt{(-14)^2 + 9.8^2} = 17.1\mu\text{m}$$

下限值 f'' 就是 X、Y 两峰值中绝对值较大的那个值:

$$f'' = |X_5| = |-14| = 14\mu\text{m}$$

$$\text{即 } f'' \leq f \leq f'$$

$$\text{或 } 14\mu\text{m} \leq f \leq 17.1\mu\text{m}$$

其证明如下:

(1) 按序号 7 作图 11, 过 X 值峰值点 5 和 Y 值峰值点 3 分别作 Y、X 轴平行线就组成了长方形 oabc。它必定包容所有投影点, 那么以对角线 ob 为直径作圆也必然包容所有点。

$$\text{因此 } f \leq ob = f' = 17.1\mu\text{m}$$

(2) 序号 7 中 X 值峰值绝对值比 Y 值峰值绝对值大。因此保持各点 X 值不变而改变 Y 值, 要求变化后使 S 值的两个谷点 2、6 两点的 Y 值相等。

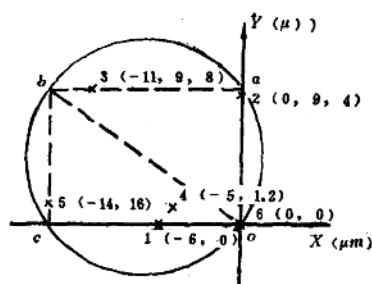


图 11

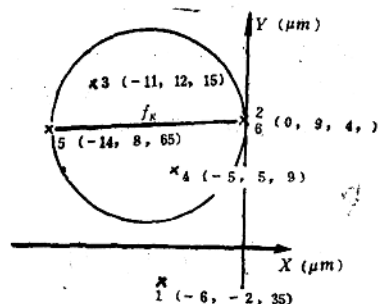


图 12

变换后如序号 8 所列。作图 12, 此时 2、6 点就必定重合。

f_k 为峰值点到 2、6 点的距离。比较图 12 和图 11 关系, 必得

$$f_k \geq |OC| = f'' = 14\mu\text{m}$$

注意到 X 值峰值点 5 点在轴向位置上必定在两谷点 2、6 点之间, 那么在图 12 中以 f_k 为直径作圆若能包容所有点, 那么按 GB1958—80 附录二中三点形式判别法, 即可确定 f_k 就是直线度误差值了; $f = f_k$ 。如果不能包容所有点 (就象本例, 第 1 点还在圆外), 那么可肯定直线度误差比 f_k 大。因为很明显, 此时只能增大作圆直径或者继续转动座标面求解。但无论那一种, 最小包容圆直径都必定比 f_k 大。

$$\text{因此 } f \geq |OC| = f'' = 14\mu\text{m}$$

2. 有了上述上下限值即可进行判断。如果给定的公差值大于 $f' = 17.1\mu\text{m}$, 即可肯定误差合格。如果给定的公差值小于 $f'' = 14\mu\text{m}$, 可肯定误差不合格。