

DIANLUXITONG FENXI YU SHEJI

电路系统

分析与设计

龙建忠 王 勇 编著
方 勇 李 军

编著

四川大学出版社



四川大学校级重点课程教材
IT 基础平台课系列教材

电路系统分析与设计

龙建忠 王 勇 编著
方 勇 李 军

四川大学出版社
2002 年·成都

责任编辑:王 平
责任校对:柏 梅
封面设计:石 征
责任印制:李 平

图书在版编目(CIP)数据

电路系统分析与设计/龙建忠等编著. —成都:四川
大学出版社,2002.10

ISBN 7-5614-2484-1

I. 电... II. 龙... III. ①电路分析②电路设计
IV. ①TM133②TM02

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 081177 号

书名 电路系统分析与设计

作者 龙建忠 王 勇 方 勇 李 军 编著
出版 四川大学出版社
地址 成都市一环路南一段24号(610065)
印刷 郫县犀浦印刷厂
发行 四川大学出版社
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 25
字数 575千字
版次 2002年10月第1版
印次 2003年7月第2次印刷
印数 2001~5000册
定价 38.00元

◆读者邮购本书,请与本社发行科
联系。电话:85408408/85401670/
85408023 邮政编码:610065

◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回印刷厂调换。

◆网址:www.scupress.com.cn

版权所有◆侵权必究

前 言

电路理论课是国家教育部规定的综合性大学电子信息类专业的专业基础课与专业主干课,也是信息与通信工程、电气工程、控制科学与工程、计算机科学与技术等各类专业必修的专业基础课或专业主干课。1982年以来,我们一直从事这门课程的教学。根据原国家教委1983年制定的该课程教学大纲和1991年制定的教学基本要求,我们编写了这门课的讲义,并以该讲义为基础,融入多年的教学改革成果和电路系统理论的新技术与新方法,编成了《电路与系统理论》,于1996年出版,2000年第二次印刷。电路理论课已经成为四川大学重点课程,根据国家教育部1998年新专业的基本要求和学分制教学改革的需要,我们在《电路与系统理论》一书的基础上重新编写了本书。

本书内容由三部分组成:

1. 电路分析基础,即第1章至第5章,主要介绍了电路分析的三种基本规律(电路元件约束规律、电路拓扑结构约束规律和基本信号规律);电路分析的基本方法;电路基本定理及其应用。

2. 网络系统理论,即第6章至第10章,重点阐述了现代电路系统分析理论和计算机辅助分析技术。

3. 现代电路系统设计,即第11章,介绍了现代滤波器设计基础、有源RC滤波器设计方法、现代集成滤波器设计和计算机辅助设计技术。

本书的主要特点是:

第一,将电路系统分析与设计有机地融合在一起,既系统地阐述了理论,又突出了工程应用,做到了理论联系实际,理论与实用技术相结合。

第二,将电路理论与系统理论有机地融合在一起,既将现代系统理论的观点、方法用于电路理论中,又将电路理论中的新方法、新成果推广到系统中;既反映了科学发展的趋势,也有利于对学生创新能力的培养。

第三,将电路分析基础、网络系统理论和电路系统综合设计有机地融合在一起,避免了三部分内容独立设课,造成学时过多、交叉重复的问题,有利于学生学习。

第四,广泛应用了计算机技术,全书自始至终地突出了物理概念的论述和基本方法的应用;自始至终地以有源电路系统为研究对象,例题丰富,并且具有典型性和启发性。

本书可以作为电子信息类、电气信息类各专业的本科生教材,也可供研究生和工程技术人员参考。

本书由龙建忠编著第1章、第2章、第3章、第9章、第10章,方勇编著第4章、第5章、第6章,王勇编著第7章、第8章、第11章,李军参加了习题的编写,最后由龙建忠、王

勇负责统稿。

四川大学电子信息学院无线电系电子二教研室的全体同仁给予了许多帮助,电子信息学院也将本课程列为全院5个专业的专业基础平台课,院领导对本课程给予了许多支持,借本书出版之机,向他们表示最真挚的谢意!

本书在出版中得到了四川大学重点课程建设基金资助,在此,向四川大学校领导、学校教材指导委员会和教务处领导表示真挚的谢意!

由于编著者水平所限,书中难免有错误和不当之处,恳请读者批评指正。

编著者

2002年5月于四川大学

目 录

前言	(1)
第 1 章 电路分析的理论基础	(1)
1.1 电路模型和基本变量	(1)
1.2 基尔霍夫电流定律与电荷守恒公理	(4)
1.3 基尔霍夫电压定律与能量守恒公理	(5)
1.4 特勒根定理	(6)
习题一	(8)
第 2 章 电路元件	(10)
2.1 二端电路元件的数学抽象及其描述	(10)
2.2 独立电源	(16)
2.3 多端电路元件的数学抽象及其描述	(22)
2.4 电路元件的基本组与器件造型的概念	(34)
2.5 电路的分类	(35)
习题二	(36)
第 3 章 电路分析的基本方法	(40)
3.1 电路的等效变换分析法	(40)
3.2 节点分析法与网孔分析法	(50)
3.3 基本电路定理	(58)
习题三	(70)
第 4 章 电路系统的输入—输出时域分析	(74)
4.1 LTI 电路时域分析基础	(74)
4.2 一般电路系统 I/O 微分方程的建立和求解	(89)
4.3 冲击响应和阶跃响应	(104)
4.4 卷积——系统对任意激励信号的零状态响应	(107)
4.5 卷积的性质	(112)
4.6 卷积积分的数值计算	(115)

习题四	(116)
第 5 章 线性时不变电路的正弦稳态分析	(120)
5.1 正弦稳态分析基础	(120)
5.2 阻抗、导纳和相量模型	(126)
5.3 相量分析法	(134)
5.4 正弦电路的功率	(139)
5.5 非正弦周期信号激励下电路的稳态分析	(145)
5.6 谐振电路	(150)
5.7 三相电路	(157)
习题五	(163)
第 6 章 系统函数	(167)
6.1 电路的 S 域分析	(167)
6.2 系统(网络)函数	(177)
6.3 网络函数的零点和极点	(181)
6.4 网络的瞬态响应	(183)
6.5 网络的频率响应	(188)
6.6 系统的稳定性和稳定性判据	(195)
习题六	(201)
第 7 章 双口与多口网络	(206)
7.1 不含独立源的双口网络	(206)
7.2 含独立电源的双口网络	(220)
7.3 多口网络	(223)
7.4 黑箱分析法	(227)
7.5 多端网络——不定导纳矩阵	(229)
习题七	(231)
第 8 章 图论 LTI 电路系统的矩阵分析法	(234)
8.1 图论基础	(234)
8.2 电路系统的图矩阵表示	(238)
8.3 支路电压电流关系——VCR 方程	(246)
8.4 节点分析法和基本割集分析法	(250)
8.5 网孔分析法和基本回路分析法	(257)
8.6 改进节点分析法	(261)
8.7 稀疏表格分析法	(265)

8.8 电路系统的计算机辅助分析	(268)
习题八	(272)
第9章 电路与系统的状态变量分析	(276)
9.1 状态变量分析法的基本概念	(276)
9.2 状态方程的建立方法	(279)
9.3 状态转移矩阵和状态方程的解	(291)
9.4 系统的模拟	(297)
9.5 LTI 电路系统两种分析方法之间的关系	(299)
9.6 电路系统的频率特性、固有频率及稳定性	(311)
习题九	(314)
第10章 非线性电路分析	(318)
10.1 非线性电阻电路方程	(318)
10.2 非线性电阻网络的分析	(323)
10.3 非线性动态电路方程	(333)
10.4 非线性动态电路分析	(337)
习题十	(349)
第11章 有源滤波器的设计	(352)
11.1 滤波器设计基础	(352)
11.2 有源 RC 滤波器的设计方法	(367)
11.3 开关电容滤波器	(377)
11.4 OTA - C 集成滤波器	(381)
11.5 有源 RC 滤波器的计算机辅助设计	(386)
习题十一	(389)
附录:常用函数的拉普拉斯变换表	(391)
主要参考文献	(392)

第1章 电路分析的理论基础

本章在集中化假设的条件下,讨论了电路模型,提出了描述电路系统的4个基本变量:电压、电流、电荷和磁链。将电荷守恒公理和能量守恒公理作为电路分析的理论基础,并在此基础上导出了基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律和特勒根定理,为电路系统分析计算奠定了基础。

1.1 电路模型和基本变量

在工农业生产、国防、科研和日常生活中,为实现电能的供给,电信号的产生、传输及处理,信息的存储,电量的测试等任务,人们设计制造各种实际电路元件(如电阻器、电容器、变压器、晶体管、运算放大器),再将实际电路元件按一定的互联规律联接起来,以完成上述各种任务,这就形成了电路系统,通常我们称它们为实际电路。

为了研究实际电路系统的特性,必须进行科学抽象与概括,用一些反映其电磁本质属性的理想化元件按照一定的互联规律联接起来,成为有某种功能的组合体,来表征实际电路系统,这就是电路模型。它是对实际电路系统的抽象和概括。电路理论研究的对象就是电路模型。因为给客观事物建立一个理想化模型,再以此模型为对象进行定性或定量分析,然后根据分析的结果作出合乎客观事物实际情况的科学结论,是人们在长期科学实验中总结出来的一种自然科学研究方法。例如,力学中的质点模型,电学中的点电荷模型,原子物理学中的原子模型,等等。虽然模型并不是原来的客观事物,而仅仅是客观事物的符合一定条件的科学抽象,但它本身又有严格定义。一个理想化模型可能与一个原物相对应,也可能用几个理想化模型的组合来最佳逼近原物。

电路理论以电路模型为研究对象,采用这种模拟的方法是必要的和可能的。因为在实际电路系统中,各种器件的工作过程都与电路的电磁现象有关。例如,电阻器的电阻是由于电场和磁场的能量与热能及其它形式能量的相互转换而形成的;电感线圈中磁场能量的存储与变化,决定于电路中的磁场分布情况;电容器中电场能量的存储与变化,决定于电路中的电场分布状态……这就是说,任何一个实际电路元件或由它们组成的实际电路都与其电磁特性有关。如果以实际电路为研究对象,必然是所有实际元件的电磁性能交织在一起,不仅使问题复杂化,甚至无法进行分析研究。所以只能采用模拟的概念,假设实际器件或电路中的电磁过程可以分别研究,从而可以用集中参数元件(即理想化元件)构成电路元件模型。每一种集中参数元件都只表示一种基本的电磁过程,反映一个物理本质特征,可以用数学方法精确定义。例如,理想的电阻元件是一种只表示消耗电能,产生焦耳热效应的器件;理想电容器只表示电荷及电场能量的存储;理想电感元件只表示

磁链和磁场能量的存储等。这样任何实际电路元件均可以用这些理想化元件模型或它们的组合来表征。例如,一个实际电阻器,若只考虑电磁能转变为热能的特性,就可用一个理想电阻元件表示;若要表示由它引起磁场存在效应,就要用一个理想电阻与一个理想电感串联的模型表示;若还需表示由它引起电场存在的效应,就要用一个理想电阻与电容并联的模型表示。

上述所谓理想化元件(即集中参数元件)的假设,是指在似稳条件下,若电路元件的外部尺寸很小时,它的每个端钮上的电流和任意两个端钮之间的电压在任意时刻都有确定的值。也就是说,若实际电路的尺寸远小于电路正常工作时信号最高频率所对应的波长,实际电路中的电磁过程才可以分别研究,每一种物理本质才可以用一个理想化模型来表征。这种理想化元件模型就是集中参数元件,简称电路元件。

集中化假设可以用如下公式表示:

$$l \ll \lambda \quad (1.1-1a)$$

或

$$\tau \ll T \quad (1.1-1b)$$

式中, l 是实际电路的最大尺寸;

λ 是电路工作信号的波长;

$\tau = \frac{1}{c}$ 是信号从实际电路一端传到另一端所需时间, c 为光速;

$T = \frac{1}{f}$ 是信号的周期, f 是信号频率。

没有尺寸的实际电路在自然界中是不存在的,但具有一定尺寸又符合集中化假设的实际电路确实是普遍存在的。而当集中化假设满足之后的实际元件或电路,就可以不考虑空间因素,而仅看做是空间中的一个点。这时,我们就可以认为电路中流动的信号仅是时间的函数,而与空间坐标无关,电压和电流才可写为 $i(t)$ 和 $U(t)$,基尔霍夫定律才能应用。

理论和实践表明集中参数元件具有以下重要性质:

(1)在任意时刻,流入二端集中参数元件任一端点的电流等于从另一端点流出的电流,且两个端点对参考点的电位均为确定值。

(2)在任一时刻流入多端集中参数元件任一端点的电流等于从其它端点流出电流的代数和,且其任一端点对参考点的电位均为确定值。

不满足集中化假设的元件称为分布参数元件,由分布参数元件构成的电路叫做分布参数电路,而分布参数电路理论是建立在集中参数电路理论基础上的,一个分布参数电路可以看成是一串集中参数电路序列的极限,所以本书只讨论集中参数电路理论。

在电路系统理论中,电路通常也称网络或系统。一般网络定义为由许多不同个体根据某种机理或要求而交织在一起的,具有某种功能的集合体;系统定义为由若干相互作用和相互依赖的事物组合成的,具有特定功能的有机整体。一般讨论抽象规律时多用网络概念,研究具体问题时常用电路一词,而把系统看成是比电路更复杂、规模更大的组合体。但是近年来由于大规律集成化技术的发展及各种复杂电路系统部件的采用,使系统、网络、电路及器件这些名词的划分发生了困难,它们当中的许多问题互相渗透,需要统一处理、分析和研究。因此,在电路系统理论中,电路、网络、系统三词通用,不再区别。

在电路系统理论中,为了定量地描述电路的状态或元件的特性,普遍采用两类变量:基本变量和复合变量。

基本变量为电压 $U(t)$ 、电流 $i(t)$ 、电荷 $q(t)$ 、磁链 $\Phi(t)$ 。在国际单位制(SI)中,它们的单位分别为伏特(V)、安培(A)、库仑(C)、韦伯(Wb),它们之间的关系可用以下公式表示:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.1-2)$$

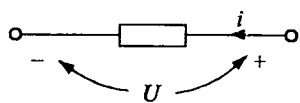
$$U(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (1.1-3)$$

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1.1-4)$$

$$\Phi(t) = \int_{-\infty}^t U(\tau) d\tau \quad (1.1-5)$$

电压和电流都是标量,为了分析和计算的需要,应选定参考方向。它们彼此原是可以独立无关地任意假定,但为了方便,通常采用关联一致的参考方向,即规定电流的参考方向与参考电压“+”极到“-”极的方向一致,或说电流与电压降的参考方向一致,如图1-1所示。根据关联参考方向列写电路方程,进行分析计算时,若所求得的电压或电流为正值,则该电压或电流的实际方向与参考方向一致;若所求得的电压或电流为负值,则该电压或电流的实际方向与参考方向相反。

复合变量为功率 $P(t)$ 和能量 $W(t)$ 。它们的单位分别为瓦特(W)和焦耳(J),它们之间的关系用以下公式表示:



$$P(t) = U(t)i(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (1.1-6)$$

$$W(t) = \int_{-\infty}^t P(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t U(\tau)i(\tau) d\tau \quad (1.1-7)$$

图1-1 关联一致参考方向图示

在关联参考方向的条件下,若功率为正值,则表示吸收功率;若功率为负值,则表示产生功率。

在关联参考方向的条件下,若能量为正值,则表示电路从外界吸收能量;若能量为负值,则表示电路向外界提供能量。

在实际应用中,有时感到 SI 单位太大或太小,一般可加上如表 1-1 所示的国际单位制的词头,构成 SI 的十进倍数或分数单位。

表 1-1 SI 倍数与分数词头

分率	名称	符号	倍率	名称	符号
10^{24}	尧 yotta	Y	10^{-1}	分 deci	d
10^{21}	泽 zetta	Z	10^{-2}	厘 centi	c
10^{18}	艾 exa	E	10^{-3}	毫 milli	m
10^{16}	拍 peta	P	10^{-6}	微 micro	μ
10^{12}	太 tera	T	10^{-9}	纳 nano	n
10^9	吉 giga	G	10^{-12}	皮 pico	p
10^6	兆 mega	M	10^{-16}	飞 femto	f
10^3	千 kilo	k	10^{-18}	阿 atto	a
10^2	百 hecto	h	10^{-21}	仄 zepto	z
10	十 deca	da	10^{-24}	幺 yotta	y

1.2 基尔霍夫电流定律与电荷守恒公理

集中参数电路是由集中参数元件按一定规律联接而成的。电路中每一个二端元件称为一条支路,而把两条或两条以上支路的联接点称为节点,例如图 1-2 中的 n_1, n_2, n_3 ;为了电路分析的方便,一般也可将流过同一电流的几个元件的组合称为支路,例如图 1-2 中有三条支路 b_1, b_2, b_3 ;电路中的任一闭合路径称为回路,例如图 1-2 中的 l_1, l_2, l_3 ;如果回路内部不含有另外支路,而又常将这种回路称为网孔,例如 l_1, l_2 。

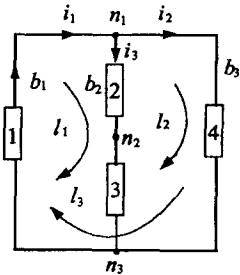


图 1-2 支路、节点、回路图示

电路中流经支路的电流称为支路电流,支路两端的电压称为支路电压,它们是电路分析中用得最多的两个变量,电路的基本规律,也将用它们来描述。

电路的基本规律包括两个方面,一个是电路整体应遵守的规律,另一个是电路局部的各个组成部分应遵守的规律。或者说,一个是电路元件互联为一个电路整体支路电压和支路电流各自应遵守的基本规律,另一个是每一个支路元件上电压与电流应遵守的基本规律。前者我们称为电路的拓扑规律,即基尔霍夫定律;后者称为电路的元件规律,或称支路电压—电流关系(VCR)。本章只讨论前者,后者在第 2 章介绍。

基尔霍夫定律是德国物理学家基尔霍夫(Kirchhoff)于 1847 年确立的。该定律由电压定律和电流定律组成,它们分别是建立在电荷守恒公理和能量守恒公理基础上的,下面分别介绍。

电荷守恒公理 电路中的电荷既不能创生,也不能消灭,只能在电路中连续运动,而不能在电路中任一节点上堆积,即每一瞬间电荷的堆积率为零。对电路中任一节点或高斯面有

$$\sum_{k=1}^B q_k(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.2-1)$$

或

$$\sum_{k=1}^B q_k(t_{0-}) = \sum_{k=1}^B q_k(t_{0+}) \quad (\forall t) \quad (1.2-2)$$

基尔霍夫电流定律 对于任一集中参数电路中的任一节点,在任一时刻,流出(或流入)该节点的所有支路电流的代数和为零。

将电荷守恒公理应用于集中参数电路,因为

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

将(1.2-1)式两边微分,即

$$\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^B q_k(t) = \sum_{k=1}^B \frac{dq_k(t)}{dt} = \sum_{k=1}^B i_k(t) = 0 \quad (1.2-3)$$

(1.2-3)式我们称为基尔霍夫电流定律(KCL)。

KCL也可以表述为如下形式:

$$\sum_{k=1}^B i_{k\lambda}(t) = \sum_{k=1}^B i_{k\mu}(t) \quad (\forall t) \quad (1.2-4)$$

例 1.1 图 1-2 电路中, 节点 n_1 的 KCL 可表述为

$$-i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$

或

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t)$$

通常我们约定流进节点的电流为负, 流出节点的电流为正。 i_k 为流进节点的第 k 支路的电流, B 为节点处的支路数。

基尔霍夫电流定律还可以推广到任一高斯面(即任意形状的封闭曲面), 所以 KCL 又可以这样表述: 对于任一集中参数电路中的任一高斯面, 在任一时刻, 流出高斯面的所有支路电流的代数和为零, 即

$$\sum_{k=1}^B i_k(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.2-5)$$

例 1.2 图 1-3 晶体管放大器中, 高斯面 S_1 的电流应满足:

$$I_c = I_b + I_e$$

这正是晶体管的电流分配关系。

不难证明 KCL 的上述两种表述(即节点和高斯面)是等价的。

KCL 只适用于集中参数电路, 不适用于分布参数电路。

KCL 仅仅是对集中参数电路中任意节点或高斯面加的一种线性拓扑约束, 与各支路元件的性质无关。对于一个有 N 个节点, B 条支路的电路来说, 独立的 KCL 方程只有 $N-1$ 个, KCL 方程是一个以 $+1, 0, -1$ 为系数的线性齐次方程, ± 1 和 0 仅仅表示支路电流与节点或高斯面的关联关系, 而与 $i_k(t)$ 本身数值的正负无关。

KCL 可以采用矩阵形式表述, 这将留待以后讨论。

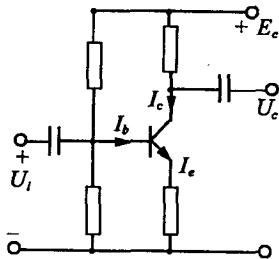


图 1-3 晶体管放大器

1.3 基尔霍夫电压定律与能量守恒公理

能量守恒公理 任一时刻电路中的能量既不能创生, 也不能消灭, 只能由一种形式的能量转变为另一种形式的能量, 即能量守恒。对电路中任一回路有

$$\sum_{k=1}^B W_k(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.3-1)$$

基尔霍夫电压定律 对于任一集中参数电路中的任一回路, 在任一时刻, 沿此回路任一方方向巡行一周, 则回路中各支路电压的代数和为零。

将能量守恒公理应用于集中参数电路, 因为

$$U(t) = \frac{dW(q)}{dq}$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

若对(1.3-1)式两边微分,即

$$\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^B W_k(t) = \sum_{k=1}^B \frac{dW_k(t)}{dt} = \sum_{k=1}^B \frac{dW_k(t)}{dq} \cdot \frac{dq(t)}{dt} = \sum_{k=1}^B U_k(t) i_k(t) = 0$$

因为对任一回路而言,可以证明支路电流 $i_k(t)$ 并非线性相关,即 $\sum_{k=1}^B i_k(t) \neq 0$, 所以必有

$$\sum_{k=1}^B U_k(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.3-2)$$

(1.3-2)式即为基尔霍夫电压定律(KVL)的数学表达式。

在公式(1.3-2)中, U_k 为回路中的第 k 条支路电压, B 为回路中的支路数。回路的巡行方向可以任意选取,可选顺时针方向,也可选逆时针方向。当支路电压的参考方向与巡行方向一致时,取正;反之,取负。

例 1.3 已知电路如图 1-4 所示,且 $U_1 = 3V$, $U_2 = 5V$, $U_4 = -7V$, 试求 U_3 。

解 选顺时针巡行方向为回路电流方向,由 KVL 得

$$-U_1 + U_2 + U_3 - U_4 = 0$$

即

$$\begin{aligned} U_3 &= U_1 - U_2 + U_4 \\ &= 3 - 5 + (-7) \\ &= -9 \quad (V) \end{aligned}$$

同样,KVL 只适用于集中参数电路,不适用于分布参数电路。

KVL 也仅仅是对集中参数电路任一回路中各支路电压加的一种线性拓扑约束,与各支路元件性质无关。KVL 的独立方程数等于 $B - (N - 1)$ 。

KVL 方程是一个以 $+1, 0, -1$ 为系数的线性齐次方程, ± 1 和 0 仅仅表示支路电压与回路的关联关系,而与 $U_k(t)$ 本身数值的正负无关。

KCL 和 KVL 奠定了集中参数电路分析计算的基础,而它们的物理实质是电荷守恒公理与能量守恒公理,所以电路理论的基础是这两个公理。

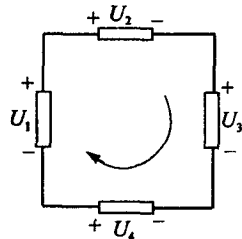


图 1-4

1.4 特勒根定理

集中参数电路拓扑结构约束规律除了基尔霍夫电流定律和电压定律之外,还有特勒根(Tellegen)定理。

特勒根定理 对于任一个具有 N 个节点, B 条支路的集中参数电路,若其支路电压和支路电流用矢量表示:

$$U_b(t) = [U_{b1}(t), U_{b2}(t), \dots, U_{bB}(t)]^T$$

$$i_b(t) = [i_{b1}(t), i_{b2}(t), \dots, i_{bB}(t)]^T$$

则不论各支路元件性质是什么,恒有

$$U_b^T(t) i_b(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.4-1)$$

或

$$\sum_{k=1}^B U_{bk}(t) i_{bk}(t) = 0 \quad (\forall t) \quad (1.4-2)$$

式中, U_{bk} 和 i_{bk} 表示第 k 条支路的支路电压和支路电流。

特勒根定理是由基尔霍夫定律推导出来的,定理证明将在以后给出。显然 KCL, KVL 和特勒根定理只要任意两个即可表征电路中支路电流或支路电压的约束关系,所以只有两个是独立的。特勒根定理为电路理论计算提供了重要途径。同样特勒根定理也只适用于集中参数电路,也仅仅是对 U_b, i_b 的线性拓扑约束,与电路元件的性质无关。

特勒根定理的(1.4-1)式和(1.4-2)式是等价的,因为任一支路的 $U_{bk}(t) \cdot i_{bk}(t) = P_k(t)$,所以特勒根定理的物理意义的解释是:在任一时刻,任一集中参数电路的各支路所吸收或提供的瞬时功率之和为零。或者说,集中参数电路中独立电源向电路提供的功率总和,恒等于电路中所有无源元件吸收的功率总和,即瞬时功率守恒。

特勒根定理还可以进一步推广到两个同构网络,即两个拓扑结构相同,支路取向和编号相同,但支路元件性质不一定相同的网络。

广义特勒根定理 若两个集中参数元件构成的同构网络 π 和 π' ,其支路电压和电流分别为 $U_b(t), i_b(t)$ 和 $U'_b(t), i'_b(t)$,则对任一时刻 t ,恒有

$$\left. \begin{aligned} U_b^T(t) i'_b(t) &= 0 & (\forall t) \\ U'^T_b(t) i_b(t) &= 0 & (\forall t) \end{aligned} \right\} \quad (1.4-3)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^B U_{bk}(t) i'_{bk}(t) &= 0 & (\forall t) \\ \sum_{k=1}^B U'_{bk}(t) i_{bk}(t) &= 0 & (\forall t) \end{aligned} \right\} \quad (1.4-4)$$

显然,(1.4-3)式和(1.4-4)式是等价的。

因为 U_{bk} 与 i'_{bk} 不是同一个网络中同一条支路上的电压和电流,它们的乘积没有什么物理意义,所以广义特勒根定理仅仅是同构网络必须遵守的一个数学关系。但是由于其表述的是电压和电流乘积,所以又可以称之为似功率守恒。

广义特勒根定理也可以理解为同一个集中参数电路在不同的时刻支路电压与电流的乘积,即

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^B U_{bk}(t_1) i'_{bk}(t_2) &= 0 & t_1 > 0 \\ \sum_{k=1}^B U'_{bk}(t_2) i_{bk}(t_1) &= 0 & t_2 > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4-5)$$

在实际工作中,由于电路元件的数值受各种外在因素的影响而变化,所以支路电压和电流也将随之而变化。通常我们把变化后的网络称为扰动网络,则特勒根第三定律可作如下表述:

特勒根第三定理 若任一集中参数网络 π 的扰动网络 π' 的支路电压矢量和电流矢量为

$$U_b(t) = U_b(t) + \Delta U_b(t)$$

$$i_b(t) = i_b(t) + \Delta i_b(t)$$

则对任一时刻恒有

$$i_b^T(t) \Delta U_b(t) = U_b^T(t) \Delta i_b(t) \quad (\forall t) \quad (1.4-6)$$

特勒根定理是电路理论中非常重要的定理,应用非常广泛,进一步的讨论留待以后进行。

习 题 一

1. 已知一音频电路的最高工作频率为 25kHz,是否能用集中参数电路元件来表示?
2. 电视机用一根 10m 的馈线和它的天线相互联接,当接收的信号频率为 203MHz(即 10 频道),试问:
 - (1) 馈线接天线端点与接电视机端点瞬时电流是否相等?
 - (2) 馈线是否可用集中参数元件逼近?
3. 在图 1-5 中,已知 $U_1 = 10V$, $U_2 = 5V$, $U_4 = -3V$, $U_6 = 2V$, $U_7 = -3V$, $U_{12} = 8V$,能否求出所有支路电压?若能,试确定它们。若不能,试求出尽可能多的支路电压。
4. 在图 1-5 中,若采用关联一致参考方向,且已知 $I_1 = 2A$, $I_4 = 5A$, $I_7 = -5A$, $I_{10} = -3A$, $I_3 = 1A$,试求出尽可能多的支路电流。

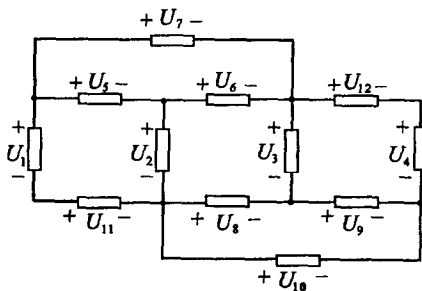


图 1-5

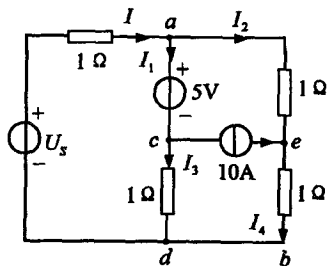


图 1-6

5. 若图 1-5 所示电路,支路电压和支路电流采用关联一致参考方向,试证明:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$I_6 + I_7 + I_8 + I_{10} = 0$$

6. 已知图 1-6 中, $U_{ob} = 5V$,试求 U_S 。

7. 根据题6中所求得各支路电压和支路电流的数值, 验证特勒根定理的正确性。

8. 已知线性时不变电阻网络如图1-7所示, 当 $R_2 = 1\Omega$ 时, 若 $U_1 = 6V$, 则 $I_1 = 1A$, $U_2 = 1V$; 当 $R_2 = 2\Omega$ 时, 若 $U'_1 = 5V$, 则 $i_1 = 1A$, 试求第二种情况下的电压 U'_2 。

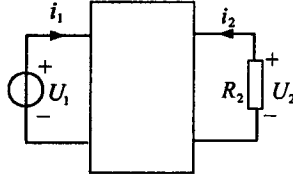


图 1-7