

国家工科基础力学教学基地研究成果

理论力学

LILUN LIXUE

■ 贾启芬 刘习军 王春敏
主 编

 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

理论力学

(多学时)

贾启芬 刘习军 王春敏 主编

 天津大学出版社

内 容 提 要

本书是国家工科基础力学教学基地天津大学的研究成果之一。

全书共三篇,分别从不同层次和角度论述了静力学、运动学和动力学的基本概念、基本理论和基本方法。书中贯穿牛顿力学和分析力学两条主线,并以务实、应用为根本,重点介绍最具有理论力学课程特点的基本内容。

本书采用模块式结构,内容丰富,通俗易懂,由浅入深。它可作为工科高等院校各专业及高职、高专各专业的理论力学(多学时)教材,同时也可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/贾启芬,刘习军,王春敏主编. —天津:
天津大学出版社, 2003. 10
ISBN 7-5618-1833-5

I. 理… II. ①贾… ②刘… ③王… III. 理论力学—高等学校—教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 082965 号

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨风和
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
网 址 www.tjup.com
电 话 营销部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印 刷 河北省昌黎县人民胶印厂
经 销 全国各地新华书店
开 本 185mm × 260mm
印 张 28.25
字 数 705 千
版 次 2003 年 10 月第 1 版
印 次 2003 年 10 月第 1 次
印 数 1-3 000
定 价 35.00 元

前 言

本教材是作者在多年教学实践、教学改革和教学研究的基础上,结合天津大学理论力学教研室几代人的教学经验编写而成的。该教材以适应 21 世纪高等教育改革的要求为主要目标,其显著特点有以下几点。

1. 教材理顺了理论力学作为一门技术基础课所应涵盖的主要内容,明确了它在培养学生能力方面的地位和作用。内容包含静力学、运动学、动力学三个部分。理论力学所涉及的力学理论具有相对的稳定性。但是,编者也注意到,现代力学的研究正以前所未有的方式将经典力学规律与计算机分析相结合,解决现代工程问题,使经典力学内容的重要程度发生了变化。因此,教材强化静力学、运动学和动力学过程分析的程式化数学模型的建立。

2. 为突出培养学生面对工程正确建立模型的能力及正确处理力学模型以得到力学性态的能力,教材中增加了大量的从工程实际、自然界和日常生活中简化而来的习题。力学课程对培养这种能力具有得天独厚的条件,书中编入大量要求学生自己选择研究对象并列写微分方程的习题。

3. 反映近代科学技术和工程实际的发展状况,教材具有一定的先进性。为适应 21 世纪科学技术的飞速发展以及力学与其他学科交叉综合的特点,教材增加了综合型、设计型和探索型的开放性研究内容,以发挥学生参与实践和课题研究的积极性。

4. 本书是为高等工业院校学生编写的教材,适用于多学时理论力学课程类型。它符合各专业理论力学课程标准大纲,广泛联系工程实际,立足于高等工科院校应用类专业的教育。课程内容及其构造方式,具有针对性、应用性和综合性的特点。

本书分为三篇 21 章。第 1~4 章介绍了静力学的主要理论和应用。第 5~10 章重点讨论了运动学基础和点的合成运动、刚体的平面运动、刚体定点运动、刚体一般运动、刚体的合成运动等内容,为深入学习动力学打下基础。第 11~21 章分别对牛顿定律、普遍定理、分析力学基础和振动等进行了论述。

本书的编写得到了天津大学理论力学教研室全体教师的支持,并继承了萧龙翔等主编的《理论力学》(1995 年版)和贾启芬等编写的《工程静力学》、《工程动力学》(1999 年版)优点。本书主编为天津大学贾启芬、刘习军,天津市工业职业技术学院王春敏。天津大学理论力学教研室的张琪昌、曹树谦、丁千、吴志强、张文德等参与了课程体系和内容的讨论与实践工作。参加本书编写、制图及审校等工作的有钟顺、黄元英、王德利、郎作贵等。

张琪昌教授担任本书的主审,毕学涛教授担任复审,提出了许多宝贵的意见。在此谨向他们表示衷心的感谢。本书在编写过程中,参考了国内外一些优秀教材,并选用了其中的部分例题和习题,在此也一并致谢。

书中如有错误和不妥之处,请读者不吝指正。

编 者

2003 年 3 月于天津大学

目 录

绪 论	(1)
-----------	-------

第一篇 静力学

引 言	(4)
第 1 章 静力学基础	(6)
1.1 力与力系	(6)
1.2 静力学公理	(7)
1.3 力的投影	(9)
1.4 力矩	(11)
1.5 约束与约束力	(14)
1.6 物体的受力分析和受力图	(19)
习 题	(23)
第 2 章 力系的简化	(28)
2.1 汇交力系	(28)
2.2 力偶系	(29)
2.3 任意力系	(31)
2.4 重心	(38)
习 题	(43)
第 3 章 力系的平衡	(46)
3.1 力系的平衡条件与平衡方程	(46)
3.2 单个物体平衡方程的应用	(49)
3.3 静定问题与超静定问题	(51)
3.4 物系平衡问题的应用	(52)
习 题	(59)
第 4 章 静力学应用问题	(66)
4.1 平面静定桁架	(66)
4.2 摩 擦	(71)
4.3 考虑滑动摩擦的平衡问题	(76)
习 题	(79)

第二篇 运动学

引 言	(83)
第 5 章 点的运动学	(85)
5.1 点的运动的矢径表示法	(85)

5.2	点的运动的直角坐标表示法	(86)
5.3	点的运动的弧坐标表示法	(88)
	习 题	(98)
第 6 章	刚体的基本运动	(102)
6.1	刚体的平行移动	(102)
6.2	刚体的定轴转动	(103)
6.3	定轴转动刚体内各点的速度与加速度	(104)
6.4	定轴轮系的传动比	(108)
6.5	以矢量表示刚体的角速度和角加速度,以矢积表示点的速度和加速度	(110)
	习 题	(113)
第 7 章	点的合成运动	(117)
7.1	点的绝对运动、相对运动和牵连运动	(117)
7.2	点的速度合成定理	(117)
7.3	点的加速度合成定理	(122)
	习 题	(129)
第 8 章	刚体的平面运动	(136)
8.1	刚体平面运动的运动方程	(136)
8.2	求平面图形内各点速度的基点法	(138)
8.3	求平面图形内各点速度的瞬心法	(140)
8.4	平面图形内各点的加速度、加速度瞬心	(146)
8.5	运动学理论的综合应用	(150)
	习 题	(155)
第 9 章	刚体定点运动和刚体一般运动	(162)
9.1	刚体定点运动的运动方程	(162)
9.2	刚体定点运动的欧拉定理及无限小角位移合成定理	(163)
9.3	定点运动刚体的角速度及角加速度	(166)
9.4	定点运动刚体内各点的速度和加速度	(167)
9.5	刚体的一般运动	(173)
9.6	牵连运动为一般运动时点的加速度合成定理	(174)
第 10 章	刚体的合成运动	(177)
10.1	刚体绕两个相交轴转动的合成	(177)
10.2	刚体绕两个平行轴转动的合成	(178)
	习 题	(182)

第三篇 动力学

引 言	(187)
第 11 章 动力学基础	(188)
11.1 牛顿定律及质点运动微分方程	(188)
11.2 质点动力学的两类基本问题	(191)

11.3	质点的相对运动微分方程	(192)
11.4	地球自转的影响	(195)
11.5	质点系的基本惯性特征	(198)
11.6	转动惯量的转轴公式、惯性积及惯量矩阵	(202)
11.7	惯量椭球和惯量主轴	(204)
	习 题	(205)
第 12 章	动能定理	(210)
12.1	动能	(210)
12.2	力的功	(212)
12.3	动能定理	(217)
12.4	功率、功率方程	(223)
12.5	势力场、势能和机械能守恒定律	(225)
	习 题	(226)
第 13 章	动量定理	(233)
13.1	动 量	(233)
13.2	力的冲量	(234)
13.3	动量定理	(235)
13.4	质点系动量定理的应用	(236)
13.5	质心运动定理	(241)
13.6	变质量质点的运动微分方程	(249)
	习 题	(252)
第 14 章	动量矩定理	(258)
14.1	动量矩	(258)
14.2	动量矩定理	(261)
14.3	动量矩定理的应用	(262)
14.4	刚体绕定轴的转动微分方程	(265)
14.5	质点系相对于质心的动量矩定理	(268)
14.6	刚体平面运动微分方程	(269)
14.7	普遍定理的综合应用	(272)
	习 题	(281)
第 15 章	碰 撞	(289)
15.1	碰撞的特征及分类	(289)
15.2	碰撞的基本定理	(291)
15.3	两物体的对心碰撞	(291)
15.4	碰撞冲量对定轴转动物体的作用——撞击中心	(296)
15.5	碰撞冲量对平面运动物体的作用	(298)
	习 题	(301)
第 16 章	达朗贝尔原理	(306)
16.1	达朗贝尔原理	(306)

16.2	刚体惯性力系的简化	(310)
16.3	定轴转动刚体的轴承约束力	(315)
16.4	静平衡和动平衡简介	(319)
	习 题	(323)
第 17 章	虚位移原理及动力学普遍方程	(330)
17.1	虚位移的基本概念	(330)
17.2	虚位移、虚功	(333)
17.3	虚位移原理及应用	(337)
17.4	用广义力表示质点系的平衡条件及质点系在势力场中的平衡问题	(346)
17.5	动力学普遍方程	(351)
	习 题	(354)
第 18 章	拉格朗日方程与哈密顿原理	(360)
18.1	拉格朗日方程	(360)
18.2	拉格朗日方程的首次积分	(366)
18.3	哈密顿正则方程	(369)
18.4	哈密顿原理	(372)
	习 题	(375)
第 19 章	定点转动刚体动力学	(378)
19.1	定点运动刚体的动量矩	(378)
19.2	赖柴尔定理	(379)
19.3	陀螺近似理论	(380)
19.4	三个自由度的陀螺	(381)
19.5	两个自由陀螺的陀螺效应	(384)
19.6	定点运动刚体的动力学方程	(387)
19.7	一般运动刚体动力学方程	(390)
	习 题	(391)
第 20 章	单自由度系统的振动	(394)
20.1	单自由度系统的自由振动	(394)
20.2	计算固有频率的能量法	(399)
20.3	单自由度系统的衰减振动	(401)
20.4	单自由度系统的受迫振动	(404)
20.5	简谐激励受迫振动理论的应用	(413)
	习 题	(415)
第 21 章	两自由度系统的振动	(420)
21.1	两自由度系统的自由振动	(420)
21.2	两自由度系统的受迫振动	(425)
21.3	动力减振器	(427)
	习 题	(429)

附 录	(432)
附录一 典型的约束和约束力	(432)
附录二 常见材料的滑动摩擦因数	(433)
附录三 简单均质刚体的转动惯量与惯性积	(434)
附录四 常用物理量的单位和量纲	(438)
参考文献	(439)

绪 论

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。具体地说,其任务是:①研究描述物体机械运动的方法;②分析物体产生机械运动的物理因素;③探讨物体作机械运动的条件。

运动是物质的固有属性。它包括宇宙中发生的一切变化和过程。机械运动是指物体之间或物体内各部分之间相对位置发生变化的过程。它是物质运动最简单的形式,也是人们随时都可见到的一种运动形式。固体的运动和变形、流体的流动均属机械运动。理论力学属于经典力学的范畴,所研究的内容是速度远小于光速(3×10^8 m/s)的宏观物体的运动。换句话说,理论力学的理论,不适用于原子、电子等微观粒子的运动,也不适用于接近光速的物体运动。经典力学的应用范围是有局限性的。但是,工程技术中所遇到的物体都是宏观物体,其速度远低于光速,所以有关的力学问题仍应用经典力学的理论来解决。

在日常生活和工程技术中,处处可以看到机械运动。学习理论力学,懂得机械运动的规律,就能够理解周围许多机械运动现象。例如,公路和铁路在转弯处,为什么外侧要比内侧高?直升机的尾部为什么要安装一个小螺旋桨?发射人造地球卫星至少需要多大速度?卫星怎样围绕地球运动?诸如此类的问题都可由理论力学的原理得到解答。

当然,学习理论力学的主要目的,不仅仅在于解释日常所见的机械运动现象,而且在于掌握并应用机械运动的规律,更好地服务于工程实际。土建、水利工程结构物的设计和施工,机械的制造和运转,人造卫星、宇宙飞船的发射和运行等,都有着大量的力学问题。尽管这些问题并不是单靠理论力学知识就能解决的,但在解决这些问题时,理论力学的知识却是不可缺少的。

在理论力学中,关于机械运动规律的基本理论又是别的许多学科(如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、振动理论、机械原理等)的基础,因此学习理论力学,也是为学习这一系列学科作好准备。

理论力学研究内容主要包括以下几个方面。

- 1) 静力学 主要研究受力物体平衡时作用力应满足的条件。
- 2) 运动学 从几何的角度来研究物体运动的变化规律。
- 3) 动力学 研究受力物体的运动与作用力之间的关系。

在形成理论力学的概念和系统理论的过程中,抽象化和数学演绎这两种方法起着重要的作用。客观事物总是复杂多样的。人们在占有大量来自实践的材料之后,必须根据研究问题的性质,抓住主要的、起决定作用的因素,撇开次要的、偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系。这就是力学中普遍采用的抽象化方法。如果物体运动的范围远远大于其本身的大小,或它的形状对其运动的影响可以忽略不计,那么该物体可简化为有质量而无几何尺寸的点。这种力学模型称为质点。例如,人们在研究天体或卫星在空间的运动轨道时,可将它们定义为质点。如果物体的运动与其尺寸有关,则该物体可定义为由多个质点组成的系统。这类力学模型称为质点系。如果在研究物体的运动时,物体的变形可忽略不计,那么该物体力学模型为一种特殊的质点系,即物体内任意两点的距离保持不变。这类质点系称为刚体。多个刚体组成的系统称为刚体系。例如在对大量的机械、车辆等对象进行运动分析时,当构成工程对象各部件的变形对其运动性态影响可不予考虑时,各部件的力学模型可定义为刚体,整个对象

则为刚体系。质点、质点系、刚体与刚体系通称为离散系统。它们是理论力学的研究对象。

理论力学是一门技术基础课。对多数工科专业的学生来说,理论力学又是从纯数理学科过渡到专业学科过程中要学习的与工程技术有关的第一门力学课程。本课程有以下几个显著特点。

(1)理论系统完整,数学演绎严密,逻辑性强。这个特点的形成与学科的发展历史密切相关。力学是古老的学科。众所周知,艾萨克·牛顿(1643—1727)于1666年发现万有引力定律,并在总结前人研究成果的基础上,提出动力学的基本定律,奠定了动力学的理论基础。微积分出现后,力学的研究方法很快完善起来。许多著名的科学家集数学与力学的研究于一身,数学与力学学科出现了齐头并进、蓬勃发展的局面。在这一时期,1696年约翰·伯努利(1667—1748)用解析方法研究受重力的质点在各种不同曲线上运动时开创了变分法,并于1717年精确表述了力学基本原理——虚位移原理;欧拉建立了刚体运动微分方程;达朗贝尔建立了著名的达朗贝尔原理;拉格朗日发表了用严格数学分析方法处理力学问题的《分析力学》一书;其他科学家也多有建树,创立了有逻辑结构、完美的力学体系,终于使力学成为严密的理论科学。从此力学的研究也由对实际现象的综合、观测和归纳而得到经过实践检验为正确理论的研究方法,转变为以牛顿定律为基础,利用数学演绎得出结论并受实践检验的研究方法,形成了与数学学科相同的特点。

这里应着重指出,力学在以基本定律为基础进行数学演绎研究的同时,还应重视实验研究。在力学发展的过程中,开卜勒(1571—1630)、伽利略(1564—1642)通过大量的观测和实验,总结出针对行星运转、落体及抛射体等物理现象的理论(一般称为现象性理论),这表明在牛顿以前,观测和实验为经典力学的建立起到不可磨灭的作用。同样,牛顿定律成为人们普遍接受的基本定律,不是在其提出之日,而是在数次重大的天文观测中,它都经得住考验之时。其中的一次是在1864年,即牛顿发表《自然哲学的数学原理》的177年之后,法国科学家勒威耶根据牛顿定律的计算,提出在天王星之外还有海王星的预言。通过天文观测,果然发现了这颗新的行星,其位置的日心经度的观察值与理论值之间只差 $0^{\circ}52'$!这也就在实践中检验了牛顿定律的正确性。随着科技水平的提高,实验仪器和实验技术的日益完善,实验成了力学研究中的重要方法。它可以对各种自然条件进行精密的控制,对某些现象和因素进行独立的研究,从而摆脱许多偶然因素的干扰。

(2)理论密切联系工程实际。理论力学是大学本科中第一门联系工程实际的理论课程,有利于培养学生工程概念。从力学的发展历史看,理论力学原是数学物理中的一个分支,由于它的一些原理和理论在自然科学和工程技术中有着广泛的应用,因而逐步发展成为一个独立的学科。可以说,理论力学起源于工程技术,并和它一齐发展。事实上,力学在理论上的每一重大进展都是具有工程背景的。18世纪由于航海事业的发展,提出了关于船舶的摇摆运动规律问题,推动了刚体定点运动的研究,欧拉建立了刚体定点运动微分方程,形成了以牛顿—欧拉方程为代表的矢量方法;其后,随着机器生产的迅速发展,将自由度较多的受约束系统动力学的研究提到日程上来,《分析力学》应运而生,产生了以拉格朗日方程为代表的数学分析方法;20世纪50年代以后,由于现代科学技术的发展,出现了多个刚体组成的且作大位移运动的机械系统,如航天器、机器人等,与此同时,也出现了计算速度高的数字计算机,在这种背景下产生了力学新分支——多刚体系统动力学。总之,力学与生产实践密切结合,随着生产的发展而发展。显然,探索力学的内在规律也是力学发展的动力。

从另一角度看,一般的机器与机械或者是传递、转换某种运动,或者是实现某种特定的运动,它们都是物体或物体系统机械运动的具体体现。因此,理论力学的习题,绝大多数都是从工程实际中简化而来的,有的习题本身就是一个简单的工程实际问题。在自然界以至人类的日常生活中,物体的机械运动到处可见,这是在技术理论课程中少见的。

需要指出的是,除了工业部门的工程外,还有一些非工业工程也都与力学密切相关,如体育工程就是一例。棒球在球棒击打前后,其速度大小和方向都发生了变化,如果已知这种变化即可确定棒球受力;反之,如果已知击球前棒球的速度,根据被击后球的速度,就可确定球棒对球所需施加的力。赛车的结构为什么前细后粗,为什么车轮前小后大?这些都是力学的基础知识广义工程的概念。

(3)以建立力学模型和描述其数学物理方程作为研究方法。在大学本科中,理论力学是第—门这样的课程。它需要学生自己选择研究对象,并对其进行合理的简化,然后建立描述研究对象力学特征的数学方程。自然界和工程技术中的实际问题是复杂多样的,工程动力学课程阐述的内容都依据问题的性质和所要求的精度,略去次要的和偶然的因素,进行合理的简化,经过受力分析和运动分析,列写运动微分方程来描述它。建立模型和建立数学方程是科技人员必备的本领,是其业务素质的重要组成部分。本课程对培养学生这种能力具有得天独厚的条件,书中要求学生自己选择研究对象并列写运动微分方程的习题比比皆是。学生通过解题将使自己从习惯于运用公式求解问题的基础上产生一个飞跃,迈上一个新台阶。

第一篇 静 力 学

引 言

静力学是研究物体受力及平衡一般规律的科学。所谓物体的平衡,是指物体相对某一惯性参考系保持静止或匀速直线平移的运动状态。今后,如不作特别说明,本书均以固结在地球表面的参考系作为惯性参考系。

理论力学的研究对象是从实际中抽象出来的理想化模型。静力学研究的基本对象是刚体。所谓刚体,是指在力的作用下其内部任意两点之间的距离永远保持不变的物体。事实上,在受力状态下不变形的物体是不存在的。不过,当物体的变形很小,在所研究的问题中把它忽略不计,并不会对问题的性质带来本质的影响时,该物体就可以近似看做刚体。刚体是在一定条件下研究物体受力和运动规律时的一种科学抽象。这种抽象不仅使问题大大简化,也能得到足够精确的结果。几个刚体通过一定联系组成的系统称为**刚体系**,又称**物体系统**或**物系**。静力学中所说的物体或物系均指刚体或刚体系,所以静力学也称为**刚体静力学**。

在静力学中,将研究以下三个问题。

(1)物体的受力分析。

(2)力系的简化(或等效替换)。力系是指作用在物体上的一群力。将作用在物体上的一个力系用另一个力系代替,而不改变原力系对物体的作用效果,则称此两力系等效或互为等效力系。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系对物体的作用,称为力系的简化。

在研究力系等效替换时,物体并不一定处于平衡状态,因此,可以仅研究作用力的替换,而暂不考虑物体的运动。例如飞行中的飞机,受到升力、牵引力、重力、空气阻力等作用,这群力错综复杂地分布在飞机的各部分,每个力都影响飞机的运动。要想确定飞机的运动规律,必须了解这群力的总的作用效果,这就需要用简单的等效力系来代替这群复杂的力,然后再进行分析。所以研究力系的简化是为了导出力系的平衡条件,同时也是为动力学提供基础。

(3)力系的平衡条件及其应用。当物体处于平衡时,其所受的力系称为**平衡力系**。此时,力系中的力应满足一定的关系,这种关系称为**力系的平衡条件**。表示这种平衡条件的数学方程式称为**力系的平衡方程**。平衡方程揭示了作用于物体上的力的关系。通过求解这些方程,可以得到待求的各种未知量,这是静力学的核心任务。

研究力系的平衡有着广泛的意义。在工程实际中,许多问题是物体的平衡问题,例如,机械设计中零部件的静强度计算,土木工程中房屋、桥梁以及水坝、闸门、船体、车体的强度设计等等,都需要依据静力学的平衡条件求各物体所受的力。对于一些速度变化不大的物体,也可以近似按静力学方法分析研究,得到满足一定精度要求的结果。

在静力学中,采用的研究模型是刚体。虽然静力学的研究对象是刚体,但所导出的平衡条

件对于必须考虑变形的物体也有实际意义。刚体的平衡条件是变形体平衡的必要(但非充分)条件。由多个刚体组成的机构、弹性体、塑性体、流体、流变体都是变形体,各种变形体在力作用下各自具有特殊的变形规律,而上述平衡的必要条件则适用于一切变形体。

第 1 章 静力学基础

1.1 力与力系

1.1.1 力

力是物体之间的相互机械作用。这种作用使物体的运动状态发生变化或使物体变形。前者称为力的外效应或运动效应,后者称为力的内效应或变形效应。一般来讲,这两种效应是同时存在的。静力学的研究对象是刚体,所以不考虑力的内效应,只研究力的外效应。

力对物体的作用效果与三种因素有关:力的大小、方向和作用点。这三个因素称为力的三要素。因此,力是矢量,且是定位矢量。力可以用一个定位的有向线段来表示,见图 1-1。线段的长度代表力的大小(一般地定性表示即可),线段的方位和指向代表力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点。线段所在的直线称为力的作用线。在书写中,通常用拉丁文白斜体大写字母上加箭头作为力的矢量符号,如 $\vec{F}$ 。本书用黑斜体大写字母 F 表示力矢量,用白斜体字母 F 表示力的大小。

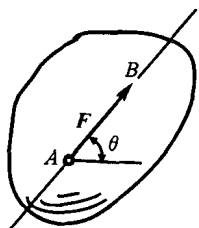


图 1-1

按照力的相互作用的范围来区分,力可以分为集中力与分布力两类。

1. 集中力

集中力指作用于物体某一点上的力。事实上,集中力是一个抽象出来的概念,任何两物体之间的相互作用不可能局限于无面积大小的一个点上,只不过当这种作用面积与物体尺寸比较很小时,可以近似认为作用在一个点上。另外,对刚体而言,一些分布力的作用效果可以用一个与之等效的集中力来代替,以使问题得到简化,如重力用一等效集中力作用于刚体重心上。

尽管集中力是抽象的结果,但它却是最重要、最普遍的一种力,大多数力的作用可以用集中力来描述。下文如不作特别说明,所有的力均指集中力。

2. 分布力

这是指作用在构件整个或一部分长度或面积上、体积上的力,例如风、雪、水、气等的压力,都是分布力。沿长度分布的力其大小用符号 q 表示,

$$q = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta L}$$

式中: ΔL 是确定力大小的点附近很小的一段长度; ΔF 是作用于该段长度内的分布力的合力; q 叫做分布力的集度。如果力的分布是均匀的,称为均匀分布力,简称均布力。均质等截面管道每单位长度的重量都相等,其迎风面每单位面积(指投影面积)所受的风压力也都相等。这些都是均布力的例子。

在国际单位制中,力的单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。

1.1.2 力系的分类

力系依作用线分布情况的不同分为下列几种类型。

1. 平面力系

所有力的作用线都在同一平面内的力系称为平面力系。平面力系又可分为：①平面汇交力系；②平面平行力系；③平面任意力系。

2. 空间力系

所有力的作用线不在同一平面内的力系称为空间力系。空间力系又可分为：①空间汇交力系；②空间平行力系；③空间任意力系。

由于平面力系可视为空间力系的特殊情况，而汇交力系和平行力系又可视为任意力系的特殊情况，所以空间任意力系是力系的最复杂、最普遍、最一般的形式，其他各种力系都可看成是它的一种特殊情况。

1.2 静力学公理

静力学的演绎必须以若干条公理为出发点。这些公理是人类经过长期的缜密观察和经验积累而得到的结论，它可以在实践中得到验证。公理不可能用更简单的原理去代替，也无须证明而为大家所公认。静力学公理概括了力的基本性质，是建立静力学理论的基础。

1.2.1 公理1 力的平行四边形规则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点，合力的大小和方向，由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，如图 1-2(a) 所示。或者说，合力矢等于这两个力矢的几何和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

此公理总结了最简单的力系简化的规则和基本方法，它是较复杂力系简化的基础。

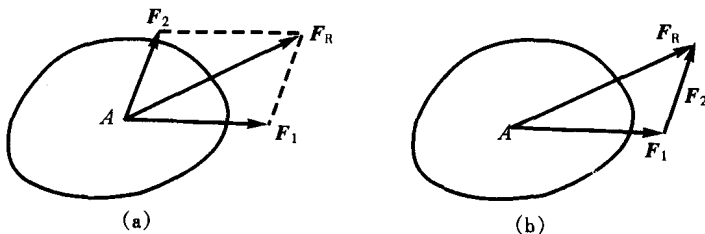


图 1-2

另外，可以用力平行四边形的一半来表示这一合成过程，如图 1-2(b) 所示，即依次将 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 首尾相接，最后，三角形的封闭边，即为此二力的合力 $\mathbf{F}_R$ 。力的这一合成法则称为力的三角形定则。力三角形定则与绘制此二力的次序无关。注意，这里的各力均应按比例画出。

平行四边形法则是力的合成法则，同时也提供了将一个力 $\mathbf{F}$ 分解为作用于同一点的两个分力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的方法。与合成过程不同，这里分解的结果并不是惟一的，如图 1-3(a) 所示；除非给定必要的限制条件，其中最重要的一种分解是正交分解，分解结果才是惟一的，如图 1-3(b) 所示。

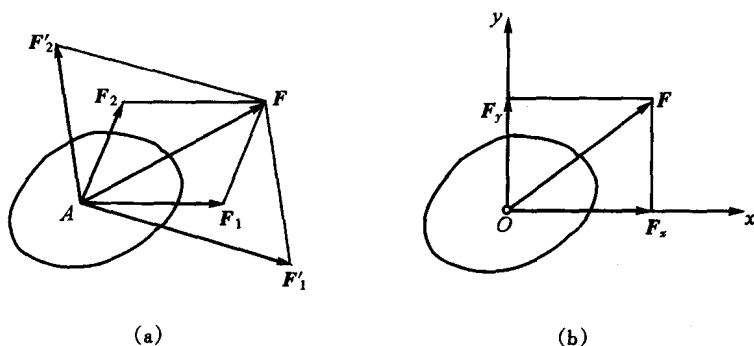


图 1-3

1.2.2 公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且在同一直线上,即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-2)$$

此公理揭示了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体,这个条件是既必要又充分的;但对于非刚体,这个条件是不充分的。例如,软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

只在两力作用下平衡的刚体称为二力体或二力构件。二力构件为直杆时称为二力杆,如图 1-4(b)所示。

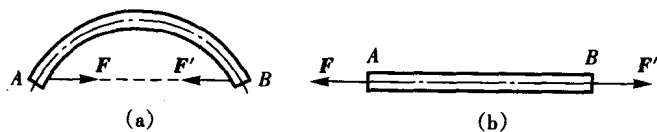


图 1-4

1.2.3 公理 3 加减平衡力系公理

在任意力系中加上或减去任何平衡力系,并不影响原力系对刚体的作用效果。此公理为力系的简化提供了依据。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某一点的力可沿其作用线移至该刚体上的任一点而不改变该力对刚体的作用效果,如图 1-5 所示。

由此可知,力对刚体的作用决定于力的大小、方向和作用线。在此,力是有固定作用线的滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受不平行的三个力作用而平衡时,此三力的作用线必共面且汇交于一点,如图 1-6 所示。