

普通高等职业教育规划教材

工程力学

杜建根 陈庭吉 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



普通高等职业教育规划教材

工 程 力 学

主 编	杜建根	陈庭吉
副主编	李友虎	
参 编	朱品武	孙河先
主 审	陈少艾	



机 械 工 业 出 版 社

本教材是根据教育部关于高职高专基础课教学基本要求、高职高专人才培养目标及规格的主要精神,并兼顾到学生继续学习和深造的需要而编写的。

本教材包括刚体静力分析、杆件承载能力分析、运动分析与动力分析基础三篇共十八章。第一篇包括刚体静力分析基础、物体的受力分析、力系的等效与简化、物体的重心与形心、力系的平衡方程及其应用共五章。第二篇包括杆件基本变形时的内力分析、应力分析、应力状态、强度失效判据与设计准则、杆件的强度设计、刚度设计、压杆稳定性设计、疲劳失效与抗疲劳设计共八章。第三篇包括点的平面曲线运动、刚体的基本运动、点和刚体的合成运动、动力分析基础、动静法共五章。

本教材在传统内容的继承、现代科技成果的引进以及知识的传授、能力和素质的培养等方面进行了积极探索,在教材体系、课程内容、表述方法等方面也都作了一些新的尝试,是一部内容新、体系新、重视基础、强调应用、注重能力培养的新教材。

本教材各章均附有丰富的复习思考题和习题,习题均附有答案以供学生自我检查和教师参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/杜建根,陈延吉主编. —北京:机械工业出版社,2002.7
普通高等职业教育规划教材
ISBN 7-111-10022-0

I. 工... II. ①杜...②陈... III. 工程力学—高等学校:技术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 055419 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
责任编辑:季顺利 版式设计:张世琴 责任校对:李秋荣
封面设计:姚毅 责任印制:路琳
北京机工印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
2004 年 1 月第 1 版·第 3 次印刷
1000mm×1400mm B5·12.125 印张·468 千字
定价:25.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

本教材是为了适应我国高职高专教育飞速发展的需要,根据教育部关于高职高专工程力学教学基本要求,兼顾学生继续学习和深造的需要而编写的,可作为高职高专院校、成人高等教育机电类、近机类各专业教材。

本教材在编写时作了一些新的探索和尝试,力图使教材符合当前高等职业教育教改的总趋势,努力体现“弱化理论推导,强化实际分析;弱化繁琐计算,强化定性分析;弱化学科系统,强化工程应用”的思想。同时注意了对学生自我获取知识及创新能力的培养与训练。

本教材在编写过程中得到了河南工业职业技术学院、武汉船舶职业技术学院的有关领导和武汉船舶职业技术学院教务处虞天国老师的大力支持,在此一并表示感谢。

参加本教材编写的有:河南工业职业技术学院杜建根老师(第一、四、五章)、孙河先老师(第二、三章),武汉船舶职业技术学院陈庭吉老师(绪论、第六~十章、附录B)、李友虎老师(第十一、十二、十三、十八章、附录A)、朱品武老师(第十四~十七章)。杜建根、陈庭吉任主编,李友虎任副主编。武汉船舶职业技术学院陈少艾老师任主审。

本教材在编写过程中,参考了国内外已公开出版的许多书籍和资料,并从中直接引用了部分习题、例题及图表,在此谨向有关作者表示敬意。

限于作者水平,书中不妥和疏漏在所难免,欢迎读者批评指正。

编者

目 录

前言

绪论 1

第一篇 刚体静力分析

第一章 刚体静力分析基础 4

第一节 力的概念及其性质 4

第二节 力的投影与合力投影定理 ... 8

第三节 力矩 15

第四节 力偶 21

复习思考题 25

习题 27

第二章 物体的受力分析 30

第一节 约束与约束力 30

第二节 受力图 34

复习思考题 37

习题 38

第三章 力系的等效与简化 41

第一节 力的平行移动 41

第二节 力系的简化 42

复习思考题 46

习题 48

第四章 物体的重心与形心 49

第一节 重心的概念及其坐
标 49

第二节 确定物体重心和形心
位置的方法 53

复习思考题 58

习题 58

第五章 力系的平衡方程及其
应用 60

第一节 平面力系的平衡方程
及其应用 60

第二节 机械工程中的摩擦与自锁 74

第三节 空间力系的平衡方程
及其应用 87

复习思考题 94

习题 97

第二篇 构件的承载能力

第六章 杆件基本变形时的内力
分析 112

第一节 内力与截面法 112

第二节 杆件基本变形时的内力
分析 114

习题 126

第七章 杆件基本变形时的应力
分析 129

第一节 轴向拉伸与压缩时的
应力 129

第二节 圆轴扭转时横截面上 的切应力	134	第六节 组合变形杆件的强度 设计	193
第三节 梁弯曲时横截面上的正 应力	137	复习思考题	201
复习思考题	142	习题	202
习题	144	第十一章 杆件的刚度设计	209
第八章 应力状态	147	第一节 杆件轴向拉(压)时的变形 计算	209
第一节 一点处的应力状态	147	第二节 圆轴扭转时的刚度设计	215
第二节 二向应力状态分析	149	第三节 梁弯曲时的刚度设计	219
第三节 三向应力状态简介	155	复习思考题	227
复习思考题	158	习题	228
习题	158	第十二章 压杆的稳定性设计	231
第九章 强度失效判据与设计 准则	160	第一节 压杆稳定的概念	231
第一节 工程中常用材料在轴向载 荷作用下的力学性能	160	第二节 细长中心压杆的临界载荷和 欧拉公式的适用范围	233
第二节 材料失效与构件失效	169	第三节 中小柔度压杆的临界应力	237
第三节 许用应力与安全因数	170	第四节 压杆的稳定性计算	240
第四节 强度失效判据与设计准则	171	第五节 提高压杆稳定性的措施	242
复习思考题	176	复习思考题	244
第十章 杆件的强度设计	178	习题	245
第一节 静力强度设计概述	178	第十三章 疲劳失效与抗疲劳 设计	247
第二节 轴向拉伸(压缩)时杆件的 强度设计	178	第一节 交变应力与疲劳失效	247
第三节 联接件的强度设计	182	第二节 材料的疲劳极限	249
第四节 圆轴扭转时的强度 设计	187	第三节 影响构件疲劳极限的 主要因素	251
第五节 梁弯曲时的正应力强度 设计	190	第四节 提高构件疲劳强度的 途径	253
		复习思考题	255

第三篇 运动分析与动力分析基础

第十四章 点的平面曲线运动	258	运动	258
第一节 用自然坐标法描述点的 运动		第二节 用直角坐标法描述点的 运动	264

复习思考题	268	第一节 质点动力学的基本方程 ...	307
习题	269	第二节 刚体基本运动时的动力学	
第十五章 刚体的基本运动	273	基本方程	312
第一节 刚体的平动	273	第三节 动能定理	319
第二节 刚体绕定轴转动	274	复习思考题	329
复习思考题	281	习题	330
习题	281	第十八章 动静法	335
第十六章 点和刚体的合成		第一节 惯性力与动静法	335
运动	285	第二节 弹性构件的动应力分	
第一节 合成运动的概念	285	析	341
第二节 点的速度合成定理	286	复习思考题	348
第三节 牵连运动为平动时点的加速		习题	348
度合成定理	290	附录	351
第四节 刚体平面运动	292	附录 A 梁弯曲时的变形表	351
复习思考题	301	附录 B 型钢规格表	354
习题	303	附录 C 习题参考答案	368
第十七章 动力分析基础	307	参考文献	379

绪 论

一、工程力学在高等职业技术教育中的地位与作用

力学是一门传统而又古老的学科。它的形成与发展,始终都与生产发展与技术进步密切相关。它既是一门基础学科,也是一门能直接用于工程实际的技术学科。其内容、理论和研究方法,不仅能为学生进一步学习专业课奠定基础,而且在他们的整个知识结构与能力结构的构筑过程中,起到相当大的作用。从大学生整体知识链来看,力学处于关键部位;从学习基础知识向学习专业知识过渡方面看,力学起着承前启后的桥梁作用;从认识世界的方式看,力学在从抽象思维方式向解决工程实际问题的方式转变过程中起中介作用。由此看来,工程力学不仅对学习专业知识是重要的,而且对开发学生智力、培养学生敏锐的观察能力、丰富的想像能力、科学的思维能力和创新能力以及解决生产实际问题的能力与水平都将产生重大影响。

二、工程力学的内容

工程力学应用于工程实际,直接为发展生产力服务,它的研究对象正是各种工程实际问题。在高等职业技术教育中,工程力学的主要任务是为机械零部件设计提供基本的力学理论、计算方法和试验技术。因此,本教材安排了三部分内容:

第一篇 杆件静力分析:主要研究力系简化与刚体在力系作用下的平衡问题。力系是指作用在刚体上的一群力。刚体是指受力后不变形的物体,它是一种理想化的模型。所谓力系的简化,是指用简单的力系代替复杂的力系;所谓平衡,是指物体相对地球静止或作匀速直线运动的状态。本篇的内容是其他两篇的基础,也常常直接用于解决工程问题。

第二篇 杆件承载能力分析:主要研究物体在外力作用下会产生什么样的变形,内力以及它们对杆件正常工作会产生什么样的影响。因此,本篇研究对象的力学模型不再是刚体,而是变形固体。本篇研究的主要问题是变形固体的强度、刚度和稳定性,又统称为构件的承载能力。强度是指构件抵抗破坏的能力;而刚度是指构件抵抗变形的能力;所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。设计机械零部件时,既要保证所设计的构件安全可靠地工作,又要考虑经济性。本篇的主要任务就是为解决这一对矛盾提供理论与方法。

第三篇 运动分析与动力分析:主要任务是从几何的角度研究物体的运动以及运动与受力的关系。本篇研究对象的力学模型是质点和质点系。

所谓质点是指具有一定质量,但可以不计形状与大小的物体;所谓质点系是

指一群具有某种联系的质点，它包括刚体、变形体、流体以及由若干物体构成的机构；刚体可视为由无数质点组成的不变系统。在运动分析中，由于不考虑质量，因此，质点又称为点或动点，刚体又称为几何形体。

运动分析关系到机构或机器能否实现其预定的功能，而动力分析则关系到强度、振动和机械平衡等问题，它们对零部件的安全和机器的寿命都会产生直接的影响。

上述内容无疑都是所有工程技术人员必备的知识。

三、如何学习工程力学

既然工程力学如此重要，那么如何才能学好它呢？对于高等职业学校的学生来说，学习工程力学要注意以下几点：

(1) 会听课：要用心去听课，听老师是如何引出概念、如何阐明理论、如何分析问题和解决问题的。这样才能很快抓住知识的要领。

(2) 会发问：即要学会提出问题。对新概念、新理论要多问几个“为什么”，弄清新旧知识之间的联系与区别。因为只有深入思考，才能提出问题，而提出问题又能促进更深刻的思考，这样才能领会所学知识。

(3) 会总结：学完一章或一篇后，要将主要内容进行提纲挈领的归纳和总结，将书本上的知识变成自己的知识。

(4) 会应用：工程力学的知识源于实际，因此也必须用于实际。学习这门课程必须联系实际，要作一定数量的习题。可以说，不联系实际、不做习题是学不好工程力学的。

(5) 会创新：学是为了用，而用就是要创新。工程力学产生与发展的历程，就是不断创新的历程。照葫芦画瓢、墨守陈规是学不好工程力学的。只有学会创新，才能把知识变成分析问题与解决问题的能力。

工程力学的奠基人、伟大的科学家伽俐略说：“力学是一门美丽而有用的科学”。让我们一起把“美丽”变成动力，把动力变成能力，把能力用于祖国的现代化建设之中。

第一篇 刚体静力分析

静力分析主要研究物体在力系作用下的平衡规律，包括物体的受力分析、力系的简化与平衡条件。

力系是指作用于物体上的一群力。对物体作用效果相同的力系，称为**等效力系**。在不改变力系对物体作用效果的前提下，用一个简单的力系来代替复杂的力系，这一过程称为**力系的简化**。若一个力与一个力系等效，则该力称为力系的**合力**，而力系中各力称为合力的**分力**。

在一般工程问题中，**平衡**是指物体相对于地球静止或匀速直线运动的状态。例如，机床的床身、在直线轨道上匀速运动的火车等，都是物体平衡的实例。作用于平衡物体上的力系，称为**平衡力系**，平衡力系所应满足的条件，称为**平衡条件**。

任何物体在力的作用下都要发生变形，但工程问题中的这种变形通常是很小的，在研究物体的运动规律时可以略去不计，这时将物体抽象为刚体。所谓刚体，是指在力的作用下，**大小和形状不变的物体**。静力分析的研究对象为刚体或刚体系统。

静力分析在工程实际中有着广泛的应用，例如在设计平衡的机械零部件时，首先要分析其受力，再应用平衡条件求出未知力，最后研究机械零部件的承载能力。此外，物体受力分析的方法和力系简化的理论，也是动力分析的基础。

第一章 刚体静力分析基础

本章主要研究力、力偶的概念及性质，力的投影和力矩的计算。力和力偶是组成力系的两个基本要素，力的投影和力矩分别表征了力对物体的移动效应和转动效应。

第一节 力的概念及其性质

一、力的概念

力是物体间相互的机械作用，这种作用有两种效应：一种是使物体的运动状态发生变化，称为力的**运动效应**或**外效应**；另一种是使物体产生变形，称为力的**变形效应**或**内效应**。

力的外效应包括移动效应和转动效应。例如，作用在自由刚体上的力，若力过刚体的质心，则力对刚体只产生移动效应；若力不过刚体的质心，则力对刚体既有移动效应也有转动效应。

实践证明，力对物体的作用效应取决于力的**三要素**：力的大小、方向和作用点。

力是具有大小和方向的量，所以力是**矢量**，且作用于物体上的力是**定位矢量**。本书中以粗体字母表示矢量，而以相应的细体字母表示该矢量的大小。

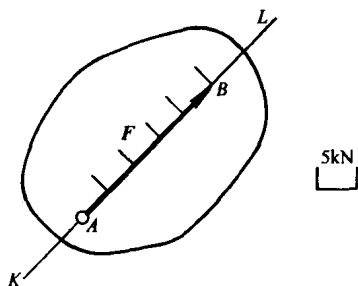


图 1-1

力的三要素可以用有向线段来表示，称为力的**图示**。线段的长度按一定比例表示力的大小，线段的方位和箭头的指向表示力的方向，线段的起点或终点表示力的作用点（图 1-1）。过力的作用点，沿力矢量的方位画出的直线，称为力的**作用线**。图 1-1 中直线 KL 为力 F 的作用线。

在国际单位制中，力的单位为牛（N）或千牛（kN）， $1\text{kN}=10^3\text{N}$ 。

二、力的性质

性质 1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为作用于该点的一个合力，合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来决定（图 1-2）。

如用 F_R 表示力 F_1 和 F_2 的合力，则性质 1 的矢量表达式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

即合力的矢量等于各分力的矢量和。

力的平行四边形法则，是力系简化的基础。它表明作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力；反之，一个力也可分解为同一平面内的两个分力，但分力并不是唯一的。在工程实际中，常把一个力 F 沿直角坐标轴方向分解，从而得到两个相互垂直的分力 F_x 和 F_y ，称为力的正交分解（图 1-3），分力的大小为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中， α 为力 F 与 x 轴之间的夹角。

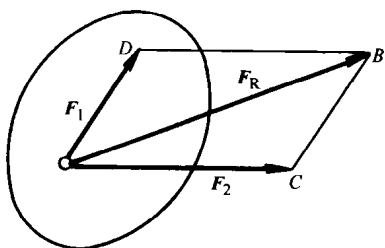


图 1-2

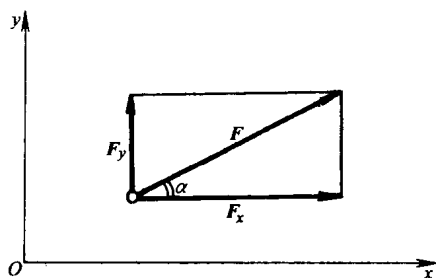


图 1-3

性质 2 二力平衡条件

作用于同一刚体的两个力，使刚体处于平衡的充分和必要条件是：这两个力大小相等，方向相反，且作用在同一条直线上（图 1-4）。

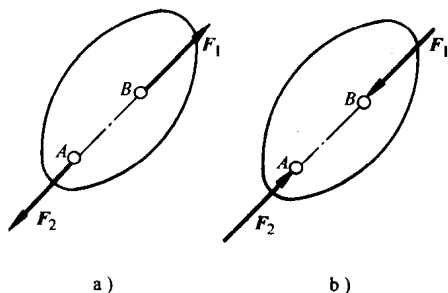


图 1-4

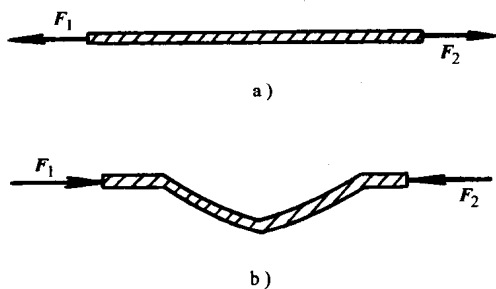


图 1-5

这一性质给出了刚体在最简单力系作用下的平衡条件。需要指出的是，这一条件对于变形体而言，只是平衡的必要条件，而不是充分条件。例如图 1-5 所示的绳索，当受到大小相等、方向相反的拉力时可以平衡（图 1-5a）；当受到大小相等、方向相反的压力时，则不能平衡（图 1-5b）。

在两个力作用下处于平衡的构件，称为二力构件。二力构件上的力必须满足二力平衡条件，在物体的受力分析中，据此可以确定二力构件中未知力作用线的

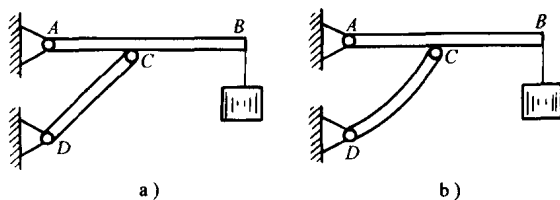


图 1-6

位置。如图 1-6a、b 中的 DC 杆都是二力构件。

性质 3 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等，方向相反，沿着同一直线，并分别作用在这两个物体上。

这一性质说明，力总是成对出现的，有作用力，必定有反作用力，二者总是同时存在，同时消失。一般习惯上将作用力与反作用力用同一字母表示，其中一个加一撇以示区别。

应当注意，不要把这一性质与二力平衡条件相混淆。作用与反作用定律中的两个力分别作用在两个物体上，而二力平衡条件中的两个力一般作用在同一刚体上。

思考：如图 1-7 所示，一重为 G 的物体用绳子吊在天花板上，试分析重物与绳子、绳子与天花板、重物与地球之间的作用力和反作用力。

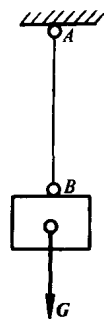


图 1-7

性质 4 力的可传性原理

由于力对于刚体只有运动效应，因此，作用于刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任意一点，而不改变原力对刚体的作用效应（图 1-8），力的这一性质称为力的可传性。

例如，在日常生活中用绳拉车，或者沿着同一直线，以同样大小的力推车，对车将产生相同的运动效应。根据力的可传性，作用于刚体上力的三要素可改为：力的大小、方向和作用线。由于作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑移矢量。

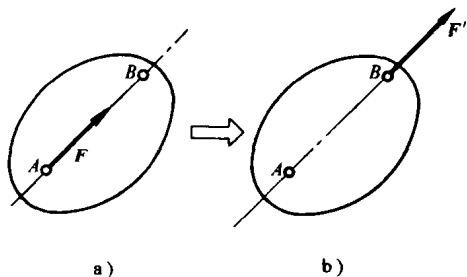


图 1-8

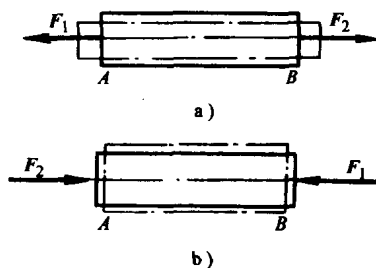


图 1-9

应当指出,在研究力对物体的变形效应时,力是不能沿作用线移动的,例如图 1-9a 所示的可变形直杆,沿杆的轴线在两端施加大小相等、方向相反的一对力 F_1 和 F_2 时,杆将产生拉伸变形。如果将力 F_1 沿其作用线移至 B 点,将力 F_2 沿其作用线移至 A 点(图 1-9b),杆将产生压缩变形。因此,力的可传性原理对变形体不适用。

三、集中力与分布力

力总是作用在一定的面积或体积内的,称为分布力(又称为分布载荷)。当力的作用范围与物体相比很小时,可以近似地看作一个点,该点为力的作用点,作用于一点的力称为集中力。

分布在一定体积内的力,如重力,称为体分布力。分布在一定面积上的力,如水坝上的水压力等,称为面分布力。分布在一定长度上的力称为线分布力(又称为线分布载荷)。线分布载荷的大小用载荷集度 q 表示,某点的载荷集度是指该点单位长度上受力的大小,它表示该点所承载荷的强弱程度,其单位为 N/m 或 kN/m 。当 $q = \text{常数}$ 时,表示各点的载荷大小都相等,称为均布载荷;当 $q \neq \text{常数}$ 时,表示各点的载荷不相等,称为非均布载荷。

如图 1-10a 所示梁的自重可看作是沿轴线分布的均布载荷。如图 1-10b 所示在梁的 CB 段上作用有载荷集度为 q 的均布载荷,可以证明,其合力的大小等于载荷集度 q 与其分布长度 l 的乘积,即 $F_q = ql$,合力的作用线过分布长度的中点,方向与均布载荷相同。

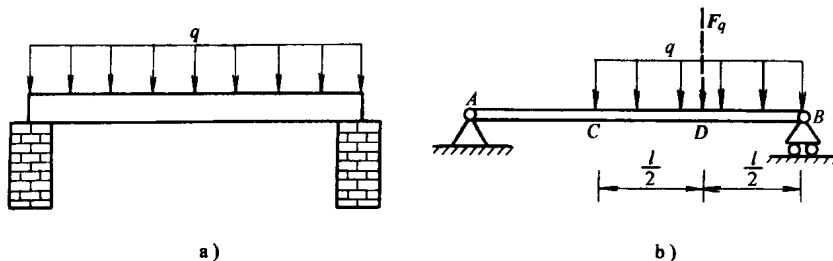


图 1-10

如图 1-11a 所示水坝受到的静水压力分布在坝与水的接触面上,为面分布载荷。可将坝体简化为单位宽度的变截面梁,原来作用在坝体上的静水压力,可以简化为变截面梁上的线分布载荷,如图 1-11b 所示,由于压强沿水的深度为线性分布,因此,此变截面梁上的载荷为非均布载荷。

四、力系的分类

为了便于研究力系的简化和平衡条件,通常将力系按其各力作用线的分布情况进行分类:各力的作用线都在同一平面内的力系,称为平面力系;各力作用线不在同一平面内的力系,称为空间力系。在这两类力系中,各力的作用线相交于

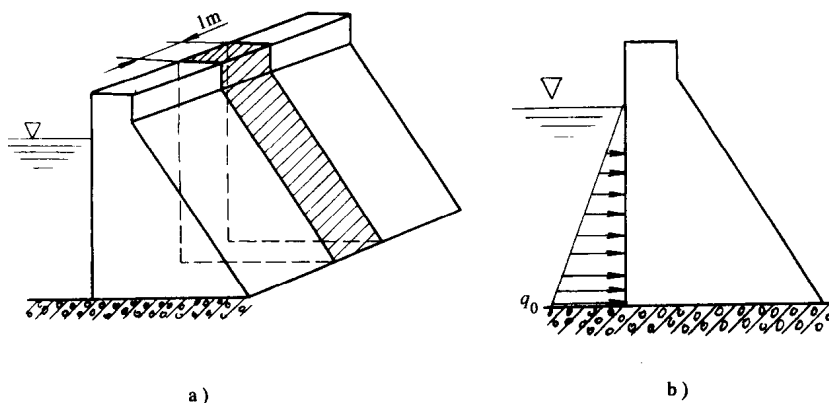
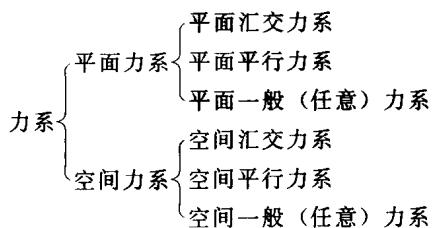


图 1-11

一点的力系，称为汇交力系；各力的作用线互相平行的力系，称为平行力系；各力的作用线不全交于一点，也不全平行的力系，称为一般力系或任意力系。



第二节 力的投影与合力投影定理

一、力在平面直角坐标轴上的投影

设力 F 作用在物体上某点 A ，而点 B 为力 F 矢量终点（图 1-12）。在力 F 所在的平面内取直角坐标系 Oxy ，从力 F 的起点 A 和终点 B 分别向 x 轴作垂线，垂足分别为 a 和 b ，将线段 ab 的长度冠以适当的正负号，称为力 F 在 x 轴上的投影，用 F_x 表示。并且规定：当从力起点的投影 a 到力终点的投影 b 的指向与坐标轴 x 的正向一致时，力的投影 F_x 取正值；反之，取负值。同样，在图 1-12 中线段 cd 的长度冠以适当的正负号，称为力 F 在 y 轴上的投影，用 F_y 表示。由图 1-12 可知，投影 F_x 和 F_y 可用下列式子计算

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

式中， α 为力 F 与 x 轴所夹的锐角。

由力的投影的定义可知：

(1) 当力与坐标轴垂直时，力在该轴上的投影等于零。

- (2) 当力与坐标轴平行时, 力在该轴上投影的绝对值等于力的大小。
 (3) 当力平移或坐标轴平移 (正方向不变) 时, 力在轴上的投影不变。

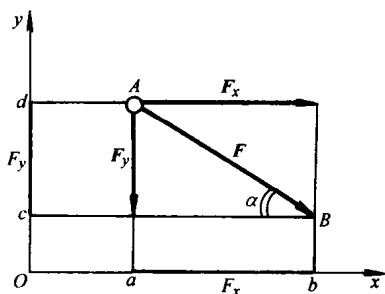


图 1-12

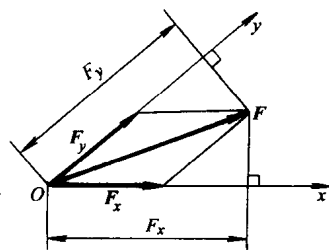


图 1-13

在图 1-12 中还画出了力 F 沿直角坐标轴方向的分力 F_x 和 F_y 。在直角坐标系中, 分力 F_x 、 F_y 的大小, 分别等于力 F 在同一轴上投影 F_x 、 F_y 的绝对值。但应注意, 力在坐标轴上的投影是代数量, 而分力是矢量, 且分力必须作用在原力的作用点上。当坐标轴 Ox 和 Oy 不垂直时, 分力 F_x 、 F_y 的大小, 不等于力 F 在同一轴上投影 F_x 、 F_y 的绝对值 (图 1-13)。

在直角坐标系中若已知力 F 的投影 F_x 、 F_y , 则可求出力 F 的大小和方向

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中, α 为力 F 与 x 轴所夹的锐角。

【例 1-1】 试分别计算图 1-14 中各力在 x 、 y 轴上的投影。已知 $F_1=100\text{N}$, $F_2=150\text{N}$, $F_3=F_4=200\text{N}$, 各力的方向如图所示。

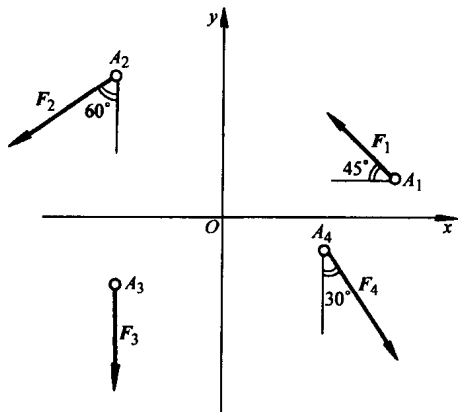


图 1-14

解 由式 (1-2) 可得出各力在 x 、 y 轴上的投影为

$$F_{1x} = -F_1 \cos 45^\circ = -100\text{N} \times 0.707 = -70.7\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100\text{N} \times 0.707 = 70.7\text{N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -150\text{N} \times 0.866 = -129.97\text{N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 30^\circ = -150\text{N} \times 0.5 = -75\text{N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 200\text{N} \times 0 = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -200\text{N} \times 1 = -200\text{N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 60^\circ = 200\text{N} \times 0.5 = 100\text{N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin 60^\circ = -200\text{N} \times 0.866 = -173.2\text{N}$$

二、合力投影定理及其应用

设平面汇交力系由 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 组成(图1-15a),应用力的可传性原理将各力分别沿其作用线移到汇交点(图1-15b),连续应用力的平行四边形法则,可以将平面汇交力系合成为一个过汇交点的合力 F_R (图1-15c),且合力的矢量等于各分力的矢量和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n \quad (1-4)$$

式(1-4)两边同时分别向 x, y 轴投影,可得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

上式即合力投影定理:合力在坐标轴上的投影,等于各分力在同一轴上投影的代数和。

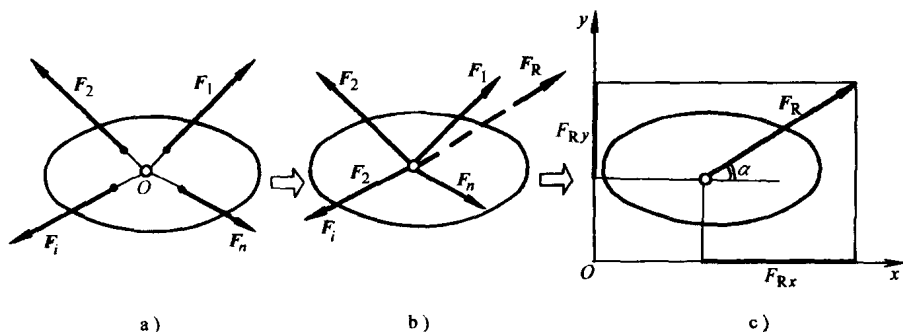


图 1-15

应用合力投影定理,可以求出平面汇交力系合力 F_R 的大小和方向

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中, α 为合力 F_R 与 x 轴所夹的锐角,合力的作用线通过力系的汇交点 O ,具体指向可由 F_{Rx} 和 F_{Ry} 的正负确定。

【例 1-2】 如图 1-16a 所示平面汇交力系,已知 $F_1=30\text{N}$, $F_2=100\text{N}$, $F_3=20\text{N}$,试求该力系的合力。

解 建立直角坐标系(图 1-16a)。由式(1-5)计算合力 F_R 在 x, y 轴上的投影为

$$F_{Rx} = \sum F_x = F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ + F_3 \cos 45^\circ = -9.88\text{N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ - F_3 \sin 45^\circ = 87.46\text{N}$$