

光 学 译 丛

第一机械工业部情报所

前 言

镀膜技术和光学非球面加工，是光学工艺的两个重要部分。近年来，随着空间技术、激光技术和电影电视事业的发展，促进了这两种工艺的提高。我们本着“洋为中用”的精神，选译了国外有关镀膜技术和非球面加工的一些文献，现将它们编印成册，供有关方面参考。前者着重于薄膜理论和膜系设计的论述，后者着重于加工方法的介绍。

在编译过程中，京字126部队的朱震和周一民，北京玻璃研究所的梁民基，北京 2729 信箱的吕茂钰、王存恩以及沈阳仪器仪表研究所的孟涛等同志给予我们大力支持，在此表示衷心感谢。

由于水平所限，加之实践知识缺乏，书中错误一定不少，敬希读者批评指正。

译者 1974年12月

目 录

光 学 镀 膜 技 术

1. 薄膜光学F·ABELÈS (1)
2. 多层膜的自动设计(I)木村信义 (33)
3. 多层膜的自动设计(II)木村信义 (42)
4. 光学薄膜系统的全自动合成 J·A·Dobrowolski (60)
5. 多层膜自动设计的最小二乘法 O. S. Heavens Heather M. Liddell (72)
6. 窄带全介质薄膜滤光器的极值控制 H·A·Macleod (79)
7. 光学镀膜中膜厚的测量和控制横田英嗣 (101)

光 学 非 球 面 加 工 技 术

1. 光学透镜的非球面加工J·F·Wökler R·Schulze (109)
2. 光学非球面制造工艺的研究 友近中野等 (121)
3. 关于非球面制作方法的研究报告 穴户昂郎 (127)
4. 非球面透镜的离子束溅射加工 则尾谷口等 (167)

光学镀膜技术

薄膜光学

F·ABELES

一、非镀膜表面，反射和折射

§ 1.1 麦克斯韦方程

研究薄膜系统的光学特性，从理论观点来说就是研究平面电磁波通过分层介质的传播。因此，我们在未正式讨论主题之前，首先简单回顾一下麦克斯韦方程。在这里它是我们探讨问题的理论基础，可写成如下的形式：

$$\text{Curl} \mathbf{E} + \frac{1}{C} \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Curl} \mathbf{H} - \frac{1}{C} \dot{\mathbf{D}} - \frac{4\pi}{C} \mathbf{J} = 0 \quad (2)$$

打点的表示对时间的微分。这些矢量方程与五个矢量参量的空间和时间导数有关，这五个矢量参量为：电矢量 $\mathbf{E}$ ，磁感应矢量 $\mathbf{B}$ ，磁矢量 $\mathbf{H}$ ，电位移 $\mathbf{D}$ ，电流密度 $\mathbf{J}$ 。方程(1)和(2)还要用另外几个关系式作补充，它们描述在电磁场作用下的物质特性，称其为物质方程。在这里我们只考虑各向同性物质，那么物质方程式可取简单的形式，其为：

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (5)$$

这里， σ 是电导率， ϵ 是介电常数， μ 是导磁率。

在本文，我们全部采用高斯单位制。即，电学参量($\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{J}$)以静电单位来量度，磁性参量($\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$)用电磁单位来量度。常数 C 为光在真空中的速度，近似地等于 3×10^{10} cm/秒。

为了能够在 σ ， ϵ 和 μ 不连续的表面上来研究电磁波的反射和折射，就必须应用边界条件。我们将利用这样的条件：电矢量和磁矢量的切向分量(也即与不连续平面平行的分量)通过界面时是连续的。这两个边界条件对于我们的研究是充分的，因为把(3)、(4)和(5)式代入方程(1)和(2)，可把麦克斯韦方程式写成如下的形式：

$$\text{curl} \mathbf{E} + \frac{\mu}{C} \dot{\mathbf{H}} = 0 \quad (6)$$

$$\text{curl} \mathbf{H} - \frac{\epsilon}{C} \dot{\mathbf{E}} + \frac{4\pi\sigma}{C} \mathbf{E} = 0 \quad (7)$$

这是两个与矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 有关的偏微分方程。

最后，我们还必须引入坡印廷(Poynting)矢量 $\mathbf{S}$ ，它的大小表示每秒穿过与 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 方向垂直的单位面积上的总能量。

§1.2 平面波传播

现在我们来研究角频率为 ω 的单色波, 也即我们假定电矢量和磁矢量分别为 $E(x, y, z) \exp(i\omega t)$ 和 $H(x, y, z) \exp(i\omega t)$, 则方程 (6) 和 (7) 就可写为

$$\text{curl} E(x, y, z) + \frac{i\omega\mu}{C} H(x, y, z) = 0 \quad (8)$$

$$\text{curl} H(x, y, z) - \frac{i\omega\varepsilon'}{C} E(x, y, z) = 0 \quad (9)$$

式中 $\varepsilon' = \varepsilon + 4\pi\sigma/\omega$ 。用消元法消去电矢量 $E(x, y, z)$ 或磁矢量 $H(x, y, z)$, 则可得波方程为:

$$\left. \begin{aligned} \Delta E(x, y, z) + \frac{\varepsilon'\mu\omega^2}{C^2} E(x, y, z) &= 0 \\ \Delta H(x, y, z) + \frac{\varepsilon'\mu\omega^2}{C^2} H(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

我们假定这个单色波是在 z 方向传播的平面波, 则 E 和 H 只为 z 的函数, (10) 式可写成:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 E}{dz^2} + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{C^2} E &= 0 \\ \frac{d^2 H}{dz^2} + \frac{\omega^2 \varepsilon' \mu}{C^2} H &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这表明, 两个矢量分量的形式为 $a \exp(-iKz) + b \exp(iKz)$, a 和 b 是常数, $K = (\omega/c) \sqrt{(\varepsilon'\mu)}$ 。

还可以表明, 至少对平面波来说, E 和 H 是垂直于传播方向的 (在这里即为 z 方向)。此外, E , H 和 z 方向构成一个右手正则三元矢量组。电矢量 E 和磁矢量 H 的大小为 $\mu^{\frac{1}{2}} H = \varepsilon'^{\frac{1}{2}} E$ 。在非吸收介质中 ($\sigma = 0$), 有 $\varepsilon' = \varepsilon$, 而坡印廷矢量 S 的大小为

$$S = (\varepsilon/\mu)^{\frac{1}{2}} c E^2 / 4\pi = (\mu/\varepsilon)^{\frac{1}{2}} c H^2 / 4\pi$$

§1.3 在平面介质分界面上平面波的反射和折射

1. 斯涅耳定律

当平面波入射到两个各向同性的均匀介质的平面分界面上时, 为了求出这种情况下的反射定律和折射定律, 上述的麦克斯韦方程连同其边界条件都是所必须的。我们首先假定两个介质是非吸收的, 也即可用实数 ε 和 μ 来表征。我们先讨论斜入射的情况, 坡印廷矢量的方向 (也即波的传播方向) 与平面分界面法线方向不一样。图 1 表示出我们所用的表示法。平面 xoy 把用 ε_0, μ_0 和 ε_1, μ_1 表征的两种介质分开。平面 xoz 是入射面, 就是说入射波的电矢量和磁矢量具有空间时间相关性, 可表示成 $\exp\{i[\omega t - K(x \sin \phi_0 + z \cos \phi_0)]\}$ 形式, ϕ_0 是入射角。反射波和透射波分别在 (l, m, n_r) 和 (l, m, n_t) 方向上传播。它们的矢量含有

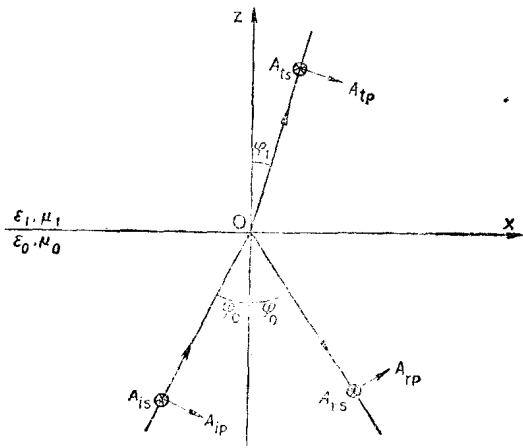


图 1 研究平面波反射和折射所用的表示法

因子 $\exp\{i[\omega t - K_0(l_r x + m_r y + n_r z)]\}$ 和 $\exp\{i[\omega t - k_1(l_1 x + m_1 y + n_1 z)]\}$, K_0 和 K_1 是上面定义过的 K 系数, 也即

$$K_0 = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad K_1 = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$$

在两介质的分界面上 ($z = 0$ 的平面), 我们必须指出, 电矢量和磁矢量的切向分量是连续的。这就表示在上述两指数中 x , y 和 t 的各对应系数必定相同, 若 y 的系数相等, 我们取 $0 = m_r = m_1$, 其表明各矢量的传播方向在包含分界面法线的同一平面上。 x 的系数相等, 若取 $l_r = \sin \phi'_0$, $l_1 = \sin \phi_1$, 则有 $\sin \phi_0 = \sin \phi'_0$ 和 $K_0 \sin \phi_0 = K_1 \sin \phi_1$ 。这样我们便得到反射定律和折射定律。可以看出我们仍没使用矢量振幅。

2. 菲涅耳公式

现在我们来求菲涅耳公式, 可以不必用已经讨论过的指数, 因为斯涅尔定律已经保证了其等式全在 $z = 0$ 的平面内。我们把每个矢量分解为两个分量, 一个平行于分界面 (记为 p), 一个垂直于分界面 (记为 s), 并利用等式 $\epsilon^{\frac{1}{2}} |E| = \mu^{\frac{1}{2}} |H|$, 再考虑 E , H 及坡印廷矢量所构成的右手正则三元矢量组, 则入射的反射波和透射波的电矢量分量及磁矢量分量, 假定不考虑指数因子, 则有

$$\begin{aligned} E_x^{(i)} &= A_{ip} \cos \phi_0, \quad E_x^{(r)} = A_{rp} \cos \phi_0, \quad E_x^{(t)} = A_{tp} \cos \phi_1, \\ E_y^{(i)} &= A_{is}, \quad E_y^{(r)} = A_{rs}, \quad E_y^{(t)} = A_{ts}. \end{aligned}$$

$$H_x^{(i)} = -(\epsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}} A_{is} \cos \phi, \quad H_x^{(r)} = (\epsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}} A_{rs} \cos \phi_0, \quad H_x^{(t)} = -(\epsilon_1/\mu_1)^{\frac{1}{2}} A_{ts} \cos \phi_1,$$

$$H_y^{(i)} = (\epsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}} A_{ip}, \quad H_y^{(r)} = -(\epsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}} A_{rp}, \quad H_y^{(t)} = (\epsilon_1/\mu_1)^{\frac{1}{2}} A_{tp},$$

边界条件是 $E_x^{(i)} + E_x^{(r)} = E_x^{(t)}$, $H_x^{(i)} + H_x^{(r)} = H_x^{(t)}$ 等。对它们求解, 我们便得到反射波和透射波的振幅:

$$A_{rs} = \frac{y_0 \cos \phi_0 - y_1 \cos \phi_1}{y_0 \cos \phi_0 + y_1 \cos \phi_1} A_{is},$$

$$A_{ts} = A_{is} + A_{rs} = \frac{2y_0 \cos \phi_0}{y_0 \cos \phi_0 + y_1 \cos \phi_1} A_{is},$$

$$A_{rp} = \frac{y_0 \cos \phi_1 - y_1 \cos \phi_0}{y_0 \cos \phi_1 + y_1 \cos \phi_0} A_{ip}$$

$y_0 = (\epsilon_0/\mu_0)^{\frac{1}{2}}$ 和 $y_1 = (\epsilon_1/\mu_1)^{\frac{1}{2}}$ 是两个介质的导纳, 当 $\mu_0 = \mu_1 = 1$ 时, 简化为各介质的折射率。在那个情况下, 振幅仅用 ϕ_0 和 ϕ_1 表示, 也就是

$$A_{rs} = -\frac{\sin(\phi_0 - \phi_1)}{\sin(\phi_0 + \phi_1)} A_{is},$$

$$A_{ts} = \frac{2 \sin \phi_1 \cos \phi_0}{\sin(\phi_0 + \phi_1)} A_{is},$$

$$A_{rp} = -\frac{\lg(\phi_0 - \phi_1)}{\lg(\phi_0 + \phi_1)} A_{ip},$$

$$A_{tp} = \frac{2 \sin \phi_1 \cos \phi_1}{\sin(\phi_0 + \phi_1) \cos(\phi_0 - \phi_1)} A_{ip},$$

这些公式就是菲涅耳公式, 是由菲涅耳在 1823 年根据他的光弹性理论最先推导出来的。我们可以注意, 当 $\phi_0 + \phi_1 = \frac{1}{2}\pi$ 时 $A_{rp} = 0$, 这时的入射角可用 $\phi_{0p} = n_1/n_0$ 表示, 我们称其为偏振角或布鲁斯特 (Brewster) 角。

现在我们研究一下入射波的能量在反射波和透射波之间是如何分配的, 前面已经指出,

波传递的能量是由坡印廷矢量所给定的，每秒入射在单位分界面上的能量总值为

$$I^{(i)} = S^{(i)} \cos \phi_0 = \frac{cn_0}{4\pi} A_i^2 \cos \phi_0$$

而且反射波和透射波的公式相同，有

$$I^{(r)} = S^{(r)} \cos \phi_0 = \frac{cn_0}{4\pi} A_r^2 \cos \phi_0,$$

$$I^{(t)} = S^{(t)} \cos \phi_1 = \frac{cn_1}{4\pi} A_t^2 \cos \phi_1,$$

我们不须标出 s 和 p ，因为这些表示式不论对 s 方向振动还是对 p 方向振动都是适用的。我们把 $R = I^{(r)}/I^{(i)}$ 和 $T = I^{(t)}/I^{(i)}$ 分别称为反射率和透射率，从前述的公式我们可以看到

$$R_s = \frac{I_s^{(r)}}{I_s^{(i)}} = \left(\frac{y_0 \cos \phi_0 - y_1 \cos \phi_1}{y_0 \cos \phi_0 + y_1 \cos \phi_1} \right)^2 = \frac{\sin^2(\phi_0 - \phi_1)}{\sin^2(\phi_0 + \phi_1)}$$

$$T_s = \frac{I_s^{(t)}}{I_s^{(i)}} = \frac{4y_0 y_1 \cos \phi_0 \cos \phi_1}{(y_0 \cos \phi_0 + y_1 \cos \phi_1)^2} = \frac{\sin^2 \phi_0 \sin^2 \phi_1}{\sin^2(\phi_0 + \phi_1)},$$

$$R_p = \frac{I_p^{(r)}}{I_p^{(i)}} = \left(\frac{y_0 \cos \phi_1 - y_1 \cos \phi_0}{y_0 \cos \phi_1 + y_1 \cos \phi_0} \right)^2 = \frac{\lg^2(\phi_0 - \phi_1)}{\lg^2(\phi_0 + \phi_1)},$$

$$T_p = \frac{I_p^{(t)}}{I_p^{(i)}} = \frac{4y_0 y_1 \cos \phi_0 \cos \phi_1}{(y_0 \cos \phi_1 + y_1 \cos \phi_0)^2} \\ = \frac{\sin^2 \phi_0 \sin^2 \phi_1}{\sin^2(\phi_0 + \phi_1) \cos^2(\phi_0 - \phi_1)}$$

可以证明能量是守恒的，因为 $R_s + T_s = R_p + T_p = 1$ 。图 2 表示出，在折射率 $n_0 = 1$ （空气）和 $n_1 = 1.516$ （玻璃）两种介质的分界面上，反射率 R_s 和 R_p 随 ϕ_0 变化的情况。

3. 第二介质是吸收时的情况

即使第二介质是吸收时菲涅尔公式也是有效的。与上述情况不同的只是这种介质的介电常数 ϵ_1' 为复数。现在我们令 $\mu_0 = \mu_1 = 1$, $n_1' = \sqrt{\epsilon_1'} = n_1 - ik_1$ 。由斯涅尔定律，则为 $n_0 \sin \phi_0 = (n_1 - ik_1) \sin \phi_1$ ，这说明 ϕ_1 必须是复角。本文不讨论吸收介质中的波形。为了写出菲涅尔方程，我们必须晓得 $n_1' \cos \phi_1$ 值是一个复数量，令其为 $p_1 - iq_1$ ，则有

$$(p_1 - iq_1)^2 = (n_1' \cos \phi_1)^2 = n_1'^2 (1 - \sin^2 \phi_1) \\ = n_1'^2 - n_0^2 \sin^2 \phi_0$$

它可等效于两个含有未知数 p_1 和 q_1 的方程：

$$p_1^2 - q_1^2 = n_1^2 - K_1^2 - n_0^2 \sin^2 \phi_0, \\ p_1 q_1 = n_1 K_1$$

反射波的矢量振幅（复数）为

$$A_{rs} = \frac{n_0 \cos \phi_0 - p_1 + iq_1}{n_0 \cos \phi_0 + p_1 - iq_1} A_{is}$$

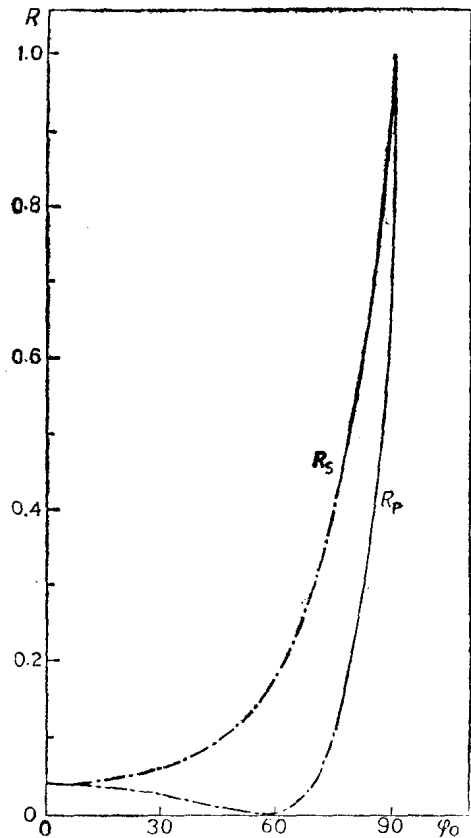


图 2 在折射率 $n_0 = 1$ （空气）和 $n_1 = 1.516$ （玻璃）两介质分界面上，反射率 R_s 和 R_p 随 ϕ_0 变化的情况

$$A_{rp} = \frac{n_0(p_1 - iq_1) - [(p_1 - iq_1)^2 + n_0^2 \sin^2 \phi_0] \cos \phi_0}{n_0(p_1 - iq_1) + [(p_1 - iq_1)^2 + n_0^2 \sin^2 \phi_0] \cos \phi_0} A_{ip}$$

用 p_1 和 q_1 去表示入射角为 ϕ_0 的吸收介质是沒必要的。因为 A_{rs} 和 A_{rp} 是一种表示该介质特点的代数函数，其可方便地取代 n_1 和 K_1 的无理函数。现在我们对透射波电矢量的振幅是不感兴趣的，即使当 A_{is} 和 A_{ip} 是实数时，振幅 A_{rs} 和 A_{rp} 也是复数。复数 $A_{rs} = |A_{rs}| \exp(i\delta_{rs})$ 和 $A_{rp} = |A_{rp}| \exp(i\delta_{rp})$ 的辐角是反射波上的位相变化。现在反射率用复数 A_{rs}/A_{is} 和 A_{rp}/A_{ip} 的模平方来给定，图 3 示出了两种不同金属的 R_s 和 R_p 随入射角的变化情况，这两种金属在可见区 ($\lambda = 5460 \text{ \AA}$) 时，Ag ($n = 0.055, K = 3.32$)；Cu ($n = 0.76, K = 2.46$)。我们可以看到， R_p 始终不为零，而 R_s 则是 ϕ_0 的递增函数， R_p 首先下降，直到最小，然后再增加。当掠入射时 ($\phi_0 = 90^\circ$)， R_s 和 R_p 都等于 1。

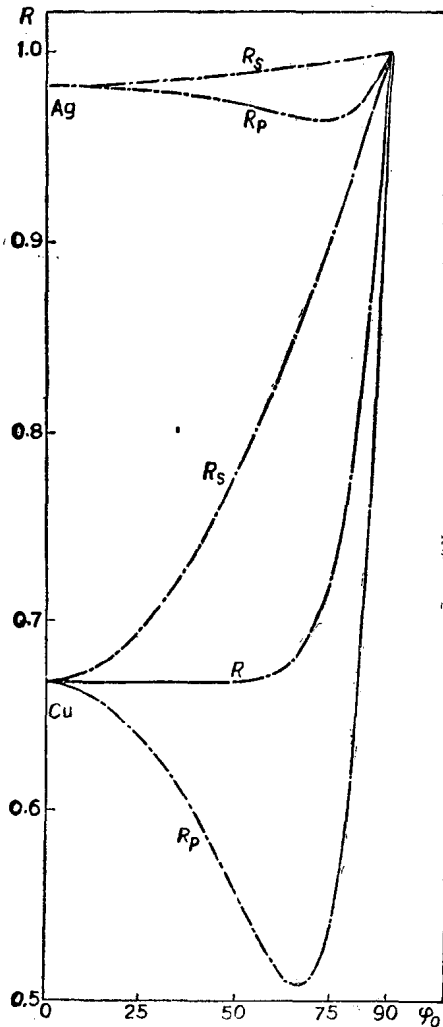


图 3 在空气-金属介面处反射率 R_p 和 R_s 随 ϕ_0 的变化

两种金属对汞绿光 ($\lambda = 5460 \text{ \AA}$) 具有非常不同的反射率；我们取：Ag ($n = 0.055, K = 3.32$) 和 Cu ($n = 0.76, K = 2.46$)， $R = \frac{1}{2}(R_s + R_p)$

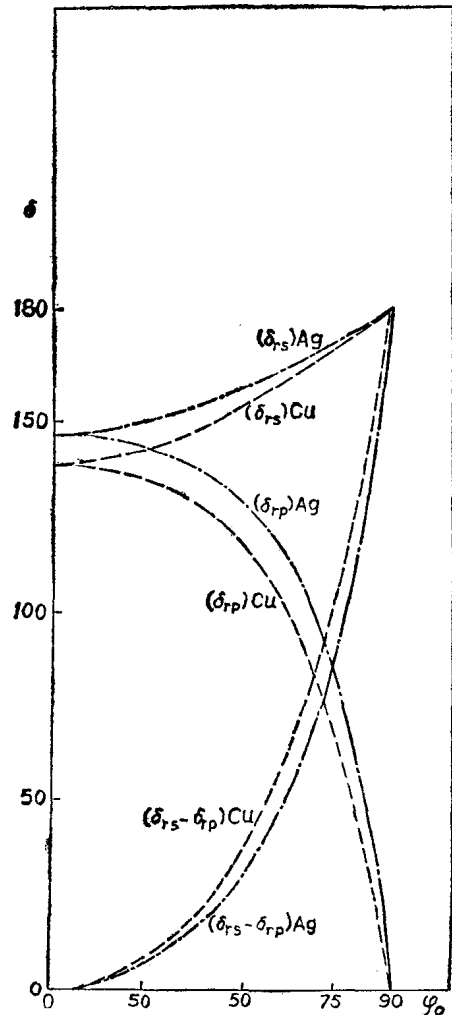


图 4 Ag 和 Cu 的相位 δ_{rs} 和 δ_{rp} 以及相位差 $\Delta = \delta_{rs} - \delta_{rp}$ 随 ϕ_0 的变化

R_p 的最小值总是发生在入射角较大的情况下, 在可见区和红外区至少 $\phi_0 \geq 65^\circ$ 。 $R_{p, \min}$ 的强度大都是 K/n 的函数, 且随 K/n 而增加。

实际上, 当 $\delta_{rs} \neq \delta_{rp}$ 时, 具有一个很重要结论: 线性偏振的入射光, 其既不是 s —偏振光, 也不是 p —偏振光, 而在吸收介质上反射后成为椭圆偏振光。反射光的分析通常是适用于确定金属的复数折射率的。图 4 表示出在同样的金属和波长时, δ_{rs} 、 δ_{rp} 和 $\Delta = \delta_{rp} - \delta_{rs}$ 随 ϕ_0 的变化。我们可以看出, 当 R_p 近于最小时, $\Delta \approx -90^\circ$ 。

对于非偏振自然光, 在 s 和 p 振动方向的传递强度是一样的。因此, 反射率是 R_s 和 R_p 的平均值为 $R(\phi_0) = \frac{1}{2} [R_s(\phi_0) + R_p(\phi_0)]$, 图 3 示出了铜 (Cu) 的 R 值, 我们可以看到从垂直入射到 $\phi_0 \approx 50^\circ$ 时, R 保持同样的数值。

4. 全反射

全反射是值得专门叙述一下的。在这里, 虽然第二介质是非吸收的 ($K_2 = 0$), 我们仍用复数角 ϕ_1 ($n_0 \sin \phi_0 > n_1$, 使 $\sin \phi_1 > 1$, 也即 ϕ_1 是假想的)。前面的公式, 作如下的修改仍然可用。即使 $p_1 = 0$, $q_1^2 = n_0^2 \sin^2 \phi_0 - n_1^2$, 则有

$$A_{rs} = \frac{n_0 \cos \phi_0 + i q_1}{n_0 \cos \phi_0 - i q_1} A_{is} = A_{is} \exp(i \delta_{rs})$$

$$A_{rp} = \frac{-i n_0 q_1 - n_1^2 \cos \phi_0}{-i n_0 q_1 + n_1^2 \cos \phi_0} A_{ip} = A_{ip} \exp(i \delta_{rp})$$

由于 $R_s = R_p = 1$, 所以有全反射, 但在反射时要有相位偏移, 相移量用 δ_{rs} 和 δ_{rp} 表示。图 5 示出了 $n_0 = 1.5$, $n_0 = 2$, n_1 等于单位 1 时 δ_{rs} 、 δ_{rp} 和 $\Delta = \delta_{rp} - \delta_{rs}$ 随 ϕ_0 的变化情况, 必须强调指出所有数值都是按我们规定的相位原点而给出的。也即与其它作者所给定的数值有 $\pm 180^\circ$ 的差别。

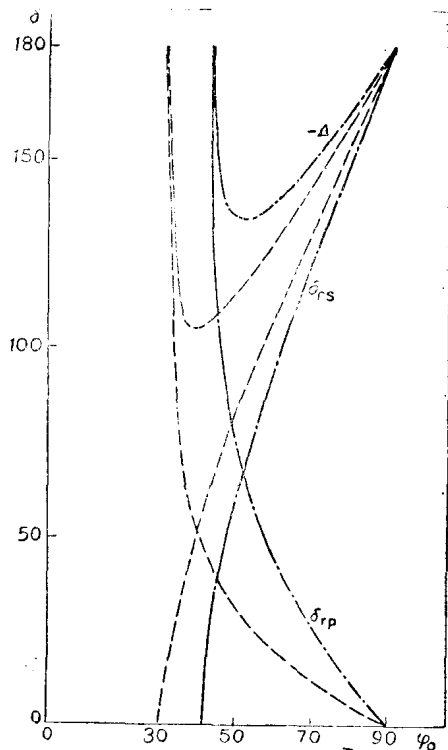


图 5 δ_{rs} 、 δ_{rp} 和 $-\Delta$ 在反射时随 ϕ_0 的变化
实线: $n_0 = 1.5$; 虚线 $n_0 = 2$; 所有曲线 $n_1 = 1$

二、薄膜的制备

薄膜制备所用的最广泛的方法是在高真空中蒸发, 这里我们不打算叙述薄膜生产的具体方法。该技术正在不断地进步, 今天是最先进的方法, 也许在很短的时间内将会落后。例如, 几年前, 所谓高真空还是指 10^{-6} 托 (1 托 = 1 毫米汞柱) 的压力, 后来主要由于空间研究的需要, 现已进入超高真空的时代, 大量使用的镀膜装置, 真空室有着很大的尺寸, 真空度已达 10^{-11} 托。论述超高真空镀膜机的文章, 请读者参阅卡斯威尔 (Caswell) 的著作。在大多数实验室一直使用的传统高真空系统, 是由派热克斯 (Pyrex) 玻璃钟罩或不锈钢钟罩制成的, 其先由初级泵 (机械式) 抽真空, 再用扩散泵抽真空。通常油扩散泵都带有液态氮冷阱, 以避免油污染真空室。真空室一些残余气体比其它气体活跃的多, 所以说不仅具有低压是重要的, 而且在给定压力下保证真空的性质也是重要的。超高真空设备的优点之一是能够获得“清洁”的真空, 因为这种设备的泵采用电离原理, 可免除油蒸气和水蒸气。清理基

底的方法每个试验室都各不相同, 它们为了适于自己的需要都积累一些特殊的经验。

必须注意, 每种物质都有其自己的蒸发技术, 甚至两种性质相近的物质, 其蒸镀方法也总是有一些不同的。但尽管如此, 一些共同的考虑事项还是适用于金属或介质材料的蒸发技术的。蒸镀金属材料时要非常快, 而对于介质材料, 这就未必如此了。采用加热的基底, 这对大多数介质材料是适用的, 但金属材料则应蒸镀在冷却的基底上, 或者至少要使基底保持在室温的情况下, 以后尽可能进行真空退火。影响薄膜光学特性的因素有: 被蒸镀材料的纯度, 蒸发时的速度和压力, 基底温度, 残余气体和蒸气的发射角度。实际上, 蒸发条件是决定薄膜以后的使用特性的要素。

薄膜制备有各种方法, 现在主要采用的有: *a*) 按照蒸发材料的焦耳效应来加热, *b*) 阴极溅射, *c*) 感应加热, *d*) 采用电子枪。此外, 某些新的方法也已提出, 如用激光束。蒸镀过程的膜层厚度通常是需要控制的, 为此已提出了好些方法。我们仅举其中几项: *a*) 测量薄膜的反射率和透射率, *b*) 测量电阻, *c*) 采用辅助振动晶体, 蒸镀膜层的质量可改变振动晶体的频率, 借此可达到控制的目的, *d*) 测量电离电流, 其给出了与蒸发速度有关的信息; *e*) 采用偏振干涉计 (Savart 板), 这是 1958 年范黑尔 (Van Heel) 和瓦兹 (Walt her) 所推荐的。在所有情况下, 必须特别注意保证膜厚均匀性。为此, 要尽可能使基底旋转, 或采用几个蒸发源。在任何情况下, 要尽量保持蒸发源和基底之距离一样。有关这些问题的更详细的论述请参阅 1958 年赫兰 (Holland) 的著作。

三、薄膜特性理论

薄膜光学特性的理论并不是一个很难的课题, 我们没必要去讨论它的全部内容和特点。有关这方面的书已有好些, 读者如欲详细探讨可任选参考 (赫文斯 [1955], 梅尹尔 [1950], 梅兹菲塞尔 [1953], 瓦希契克 [1960], 沃尔特 [1956])。这里, 我们只扼要论述一些理论原则, 这对我们了解薄膜的工作特性和进行薄膜特性计算都已足够了。

§ 3.1 垂 直 入 射

1. 薄膜的等效矩阵表示

这里, 我们采用平面波和时间一谐波, 并假定 Z 轴在限定薄膜的平面法线方向上, 而且该平面在 X 和 Y 方向上是无界的。忽略薄膜面积的有限性这是不严格的, 只当探讨全反射时才这样 (请看爱卡逊的著作 [1961])。首先讨论垂直入射的情况 (即沿 Z 方向传播), 因为从这种情况可很容易推论出斜入射的情况。假定薄膜是各向同性的, 并用复介质常数 $\tilde{\epsilon} = \tilde{n}^2 = (n - ik)^2$ 来表示它 ($\tilde{n}$ 是复数折射率), 磁导率为 μ , 厚度为 d 。因子 $\exp(i\omega t)$ (这里 ω 是波的角频) 可以略去, 因为它已包含在所有电磁场的表示中。麦克斯韦方程推导出电场 E 的振幅 (复数) 二次微分方程 (波动方程), 它的解是在 $z = \text{常数}$ 的平面中。

$$E(z) = de^{-ikz} + be^{ikz}$$

a 和 b 是两个积分常数, 可用边界条件和初始条件来确定, 而且

$$K = \frac{\omega}{c} (\tilde{\epsilon}\mu)^{\frac{1}{2}} = \frac{2\pi}{\lambda} (\tilde{\epsilon}\mu)^{\frac{1}{2}}$$

我们略去了任何与 x 和 y 的相关项, 同时也略去时间相关项, 取 x 轴在电矢量的方向上。

磁场 H 是与电场有关的, 通过麦克斯韦方程可表示成

$$H(z) = g(ae^{-ikz} + be^{ikz})$$

这里 $g = \sqrt{\tilde{\epsilon}/\mu}$, H 平行于 y 方向。

我们的第一个问题是在给定薄膜的入射和出射处求出 E 和 H 间的振幅关系。在这里, 我们沿用了 1947 年赫平 (Herpin) 所提出的方法。该方法采用矩阵矢量 $[A(z)]$ 是方便的, 其分量是 $E(z)$ 和 $H(z)$, 因而矢量矩阵就可定义为

$$[A(z)] = \begin{bmatrix} E(z) \\ H(z) \end{bmatrix}$$

我们的问题是找出 $[A(z)]$ 和 $[A(z+d)]$ 间的关系。

首先来构造矩阵矢量 $[Z]$, 其定义为

$$[Z(z)] = \begin{bmatrix} X(z) \\ Y(z) \end{bmatrix}$$

这里,

$$X(z) = gE + H = 2gae^{-ikz}, \quad Y(z) = gE - H = 2gbe^{-ikz}$$

$$[Z(z+d)] = [P][Z(z)]$$

这里,

$$[P] = \begin{bmatrix} e^{-i\beta} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta} \end{bmatrix}, \quad \beta = kd$$

X, Y 和 E, H 之间的关系可表示成如下的矩阵形式:

$$[Z(z)] = [T][A(z)] \quad (13)$$

矩阵 $[T]$ 可用下式求出,

$$[T] = \begin{bmatrix} g & 1 \\ g & -1 \end{bmatrix}$$

变换方程 (13), 对于 $z+d$ 平面, 我们可写成

$$[A(z+d)] = [T]^{-1}[Z(z+d)]$$

因此可得

$$[A(z+d)] = [T]^{-1}[Z(z+d)] = [T]^{-1}[P][Z(z)] = [T]^{-1}[P][T][A(z)].$$

这是我们所期望的关系式, 把上式写成如下稍微不同的形式会更方便:

$$[A(z)] = [T]^{-1}[P]^{-1}[T][A(z+d)]$$

现在只是矩阵相乘的问题, 则可表示成

$$[A(z)] = \begin{bmatrix} \cos\beta & (i/g)\sin\beta \\ ig\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} [A(z+d)] = [M(d)][A(z+d)] \quad (14)$$

等式 (14) 是非常重要的, 因为它实际上可解决薄膜光学特性的计算问题。大家知道, 电矢量和磁矢量的切向分量在通过 $\tilde{\epsilon}$ 和 μ 的不连续表面时是连续的。我们假定薄膜从 z 延伸到 $z+d$, 也即膜厚为 d 。那么 $[A(z)]$ 表示平面 z 中 (其或者在薄层中, 或者在入射介质中) 的电磁场; 完全相似, $[A(z+d)]$ 表示平面 $z+d$ 中 (其或者在薄膜中, 或者出射介质中) 的电磁场。我们始终用初始介质折射率 n_0 和最终介质的折射率 n_s (半无限) 来表示。

2. 薄膜堆的等效矩阵

现在,我们来讨论由量 $\tilde{\epsilon}_1, \tilde{\epsilon}_2$ 和 μ_1, μ_2 表征的两个相毗连的膜层,第一个从 $z = 0$ 到 $z = z_1$, 第二个从 $z = z_1$ 到 $z = z_1 + z_2$, 如果 $[M_1(z_1)]$ 和 $[M_2(z_2)]$ 是薄膜的 $[M]$ 矩阵, 则

$$[A(0)] = [M_1(z_1)][A(z_1)] \text{ 和 } [A(z_1)] = [M_2(z_2)][A(z_1 + z_2)]$$

显然可得

$$[A(0)] = [M_1(z_1)][M_2(z_2)][A(z_1 + z_2)]$$

这个结果可从 $0 \leq z \leq z_1$, $z_1 \leq z \leq z_1 + z_2$, $z_1 + z_2 \leq z \leq z_1 + z_2 + z_3 \dots$ 一直推论到 N 层膜的情况。于是我们可得

$$[A(0)] = [M_1(z_1)][M_2(z_2)] \dots [M_N(z_N)][A(z_1 + z_2 + \dots + z_N)]$$

此式是我们希望求得的结果。很明显为了确定平面单色波在垂直于薄膜平面方向上的传播, 我们才以两个薄膜的两个矩阵 $[M]$ 的方式表示成后一种形式, 这个矩阵 $[M]$ 称为薄膜的特征矩阵。

值得注意, $[M]$ 是单位模的, 它的行列式等于 I 。在膜层迭加的情况下, 它的特征矩阵可用矩阵乘法法则求得, 其仍然是单位模。实际上, $[M]$ 的模是与能量守恒有关的一个常数。

矩阵乘法是不可交换的, 很清楚, $[M]$ 的乘积中的因子次序是重要的, 那就得到这样一个物理根据: 即膜系对其构成的次序一定是敏感的。

对于相反方向传播的情况, 同一个膜系的特征矩阵可为:

$$[M'] = [M_N][M_{N-1}] \dots [M_2][M_1]$$

此式表明, $[M]$ 和 $[M']$ 的区别只是主对角线的元素互换了一下。

在我们的讨论中, 我们用两个与厚度无关的光学参数 $\tilde{\epsilon}$ 和 μ 来表示每种介质。实际上, 大家知道, 在光谱的光学区域内 $\mu = 1$ 。在我们的意图中 μ 的明确用途很清楚是使 $\tilde{\epsilon}$ (或 $\tilde{n}$) 以两个不同途经, 一个是通过 K , 一个是通过 g , 来加入电磁场方程。前者是波的传播常数, 后者是它的导纳。当斜入射时, 即使我们今后将一直令 $\mu = 1$, 这个特点仍是很重要的。传播常数是波的传播方向的函数。而导纳是波的偏振函数。斯涅耳折射定律, 也适用于在膜层中传播的情况, 其仅与 K 有关, 可写成 $K \sin \phi = \text{常数}$, ϕ 是波面法线与 z 轴的夹角。

§ 3.2 倾斜入射

我们必须分别来探讨这样两种情况, 一是电矢量垂直于入射面 (S —偏振), 一是电矢量在入射面内 (P —偏振)。在其它情况下, 很容易设想, 由于对称的道理, 线偏振的入射波会引起同样形式的反射波和透射波。由 S —偏振波和 P —偏振波的线性组合, 可以得到任何其它形式的偏振波。因此, 我们只限于研究这两种形式的波。

1. S —偏振

$[A]$ 是电矢量和磁矢量在 $z = \text{常数}$ 的平面上的投影所构成的矩阵矢量。膜的特征矩阵仍是用式 (14) 求出, 只是以 $g \cos \phi$ 取代 g , 以 $(2\pi d n \cos \phi) / \lambda$ 给出 β 。 ϕ 的定义已经给定了。为了数值计算, 采用由 $\tilde{n} \cos \phi$ 定义的“有效折射率”是方便的。如果薄膜是吸收的, 则角 ϕ 是复数的, 则有

$$\tilde{\epsilon} \cos^2 \phi = \tilde{\epsilon} - n_0^2 \sin^2 \phi。$$

此式是斯涅尔折射定律的推广。我们采用如下的记法:

$$\tilde{n} \cos \phi = p - iq, p^2 - q^2 = n^2 - K^2 - n_0^2 \sin^2 \phi, pq = nK。$$

我们必须切记,“有效折射率” $p-iq$ 是在第一层介质中的入射角 ϕ_0 的函数,该介质始终假定是非吸收的。对于非吸收的薄膜,除发生全反射的情况外,都是 $p^2=n^2-n_0^2\sin^2\phi_0$, $q=0$ 。

2. P—偏振

现在,我们只考虑电矢量的 x 分量,其可写成

$$E_x = E \cos \phi = (ae^{-iKz \cos \phi} + be^{iKz \cos \phi}) \cos \phi$$

在 y 方向上的磁矢量,

$$H_y = g(ae^{-iKz \cos \phi} - be^{iKz \cos \phi})$$

很明显,我们也可以采用与上述参数成比例的替换量,即

$$E_x = ae^{-iKz \cos \phi} + be^{iKz \cos \phi}$$

$$H_y = \frac{g}{\cos \phi} (ae^{-iKz \cos \phi} - be^{iKz \cos \phi})$$

这说明,如果我们用 $g/\cos \phi$ 取代了 g ,以 $(2\pi d n \cos \phi)/\lambda$ 给出 β ,则就可得到P—偏振的公式。令 $\tilde{n}/\cos \phi = A - iB$ 是很方便的,从如下的关系式可计算出 A 和 B :

$$\frac{\tilde{n}}{\cos \phi} \tilde{n} \cos \phi = \tilde{n}^2$$

也即,

$$(A - iB)(p - iq) = (n - iK)^2 = (p - iq)^2 + n_0^2 \sin^2 \phi_0$$

所以,可借助 P 和 q 来计算出 A 和 B

$$A = p \left(1 + \frac{n_0^2 \sin^2 \phi_0}{p^2 + q^2} \right), \quad B = q \left(1 - \frac{n_0^2 \sin^2 \phi_0}{p^2 + q^2} \right).$$

§ 3.3 反射和透射振幅

我们已经看到,第一层介质和最后一层介质之间的关系是可以求出的。实际上,我们的问题可按如下思路来解决:给定入射波的振幅(令其为1),求出反射波和透射波的振幅(复数)。我们首先讨论垂直入射,令 $r = R^{1/2} \exp(i\delta_r)$ 和 $t \exp(-izx n_0 D/\lambda) = \tau \exp(i\delta_\tau)$ 来表示反射波振幅和透射波振幅。我们可用矩阵元素为 m_{ij} ($i, j = 1, 2$)的矩阵 $[M]$ 来表示膜系。等式(14)与如下两个公式是等效的:

$$1 + r = (m_{11} + g_s m_{12}) t \exp(-2\pi i n_0 D/\lambda)$$

$$g_0 (1 - r) = (m_{21} + g_s m_{22}) t \exp(-2\pi i n_0 D/\lambda) \quad (15)$$

g_0 和 g_s 是开始介质和最终介质(基底)的 g 值, D 是膜的总厚度。我们令通过膜层的第一层和最后一层时的电磁场切向分量是连续的。解(15)式可得:

$$r = \frac{g_0(m_{11} + g_s m_{12}) - (m_{21} + g_s m_{22})}{g_0(m_{11} + g_s m_{12}) + (m_{21} + g_s m_{22})} \quad (16)$$

$$t = \frac{2g_0 \exp(2\pi i n_0 D/\lambda)}{g_0(m_{11} + g_s m_{12}) + (m_{21} + g_s m_{22})} \quad (17)$$

我们称反射能量和透射能量与入射波的能量之比为反射率和透射率。根据这个定义,采用麦克斯韦方程(坡印廷矢量),就可以得出,薄膜堆的反射率是 R ,透射率是 $T = (n_s/n_0)\tau^2$ 。

公式(16)和(17)还给出反射相位偏移(δ_r)和透射相位偏移(δ_τ)。这可用干涉测量法测出。从图6可以看到,这些测量并没有精确给出其量值,而给出了 $\psi_r = \delta_r + (4\pi n_0 D)/\lambda + \delta_0$ 和 $\psi_\tau = \delta_\tau + (2\pi n_0 D)/\lambda$, δ_0 是在 n_0-n_s 分界面处的反射相位偏移。

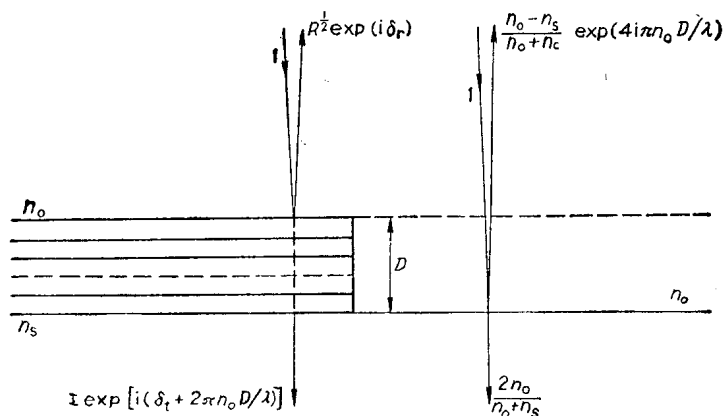


图6 反射和透射的相位偏移

从矩阵 $[M']$ 的数值可以清楚, 我们设波的传播是从最后介质 (g_s) 到开始介质 (g_o):

$$r' = \frac{g_s(m_{22} + g_o m_{12}) - (m_{21} + g_o m_{11})}{g_s(m_{22} + g_o m_{12}) + (m_{21} + g_o m_{11})} \quad (18)$$

$$t' = \frac{2g_s \exp(2\pi i n_o D/\lambda)}{g_s(m_{22} + g_o m_{12}) + (m_{21} + g_o m_{11})} \quad (19)$$

打'的数值表示从基底到第一层介质传播的情况。如果 $r' = R'^{1/2} \exp(i\sigma r')$ 和 $t' \exp(-2\pi i n_o D/\lambda) = \tau' \exp(i\delta t')$, 则当两端介质是非吸收时 (n_o 和 n_s 为实数), 那么很容易看到 $\delta'_t = \delta_r$ 。这里, 被测量的相位变化是 $\psi'_t = \delta'_t$, 也即, 干涉测量直接给出 δ'_t 值。

本节所得到的全部公式, 可很容易推广到斜入射的情况, 而且也可按 §3.2 节所指出的那样来推出 S —偏振和 P —偏振的情况。基底是有限制的, 其可为吸收的, 也可为非吸收的。这里我们只给出在非吸收基底上镀有单层膜时的反射率表达式和透射率表达式:

$$R = R' = \frac{(n_o - n_s)^2 \cos^2 \beta + [(n_o n_s/n) - n]^2 \sin^2 \beta}{(n_o + n_s)^2 \cos^2 \beta + [(n_o n_s/n) + n]^2 \sin^2 \beta} \quad (20)$$

$$T = 1 - R = \frac{4n_o n_s}{(n_o + n_s)^2 \cos^2 \beta + [(n_o n_s/n) + n]^2 \sin^2 \beta} \quad (21)$$

§3.4 一般定理

了解膜系的一些一般特性是很有用的, 而且也是不难论证的。

(a) 对于给定膜系和给定的波偏振, 只要 ϕ_o 和 ϕ_s 角遵守折射定律, 则一定 $T = T'$ 。

我们只证明在垂直入射时这一特性的情况, 而垂直入射的结论是很容易推广到斜入射情况的。从式 (16) 和 (17) 很容易看到,

$$T = (n_s/n_o) |t|^2 = (n_o/n_s) |t'|^2 = T'$$

但必须强调指出, $R = R'$ 的相等性一般并不保证, 仅当所有介质都是非吸收时才可实现, 所以它只有 $T = T'$ 的结果 (的确, 当所有介质都是非吸收时, 能量守恒就要求 $R = 1 - T$ 和 $R' = 1 - T'$)。

(b) 非吸收薄膜似乎在 $\sin \beta = 0$ 时是不起作用的。换句话说, 薄膜的光学厚度 $nd \cos \phi$ 是 $\frac{1}{2} \lambda$ 的整数倍时, 对平面波的传播没有影响。因为这种薄膜的特征矩阵是单位矩阵, 所以上述这一特性是很易令人理解的。

(c) 另外一些膜系特性就不那么容易证明, 这里我们只引用它的结论。我们来研究一下图 7 所示的吸收膜系和非吸收膜系 (S_1), 它是以两个非吸收半无限介质 n_1 和 n_s 为界的, R_0 和 T_0 是它的反射率和透射率。现在我们用非吸收膜系 (S_2) 取代介质 n_1 , S_2 膜系是以非吸收的半无限介质 n_0 为界, 令 R_1 和 T_1 是 (S_2) + (S_1) 膜系的反射率和透射率, 则有

$$\frac{T_0}{1 - R_0} = \frac{T_1}{1 - R_1}$$

如果 $A = 1 - (R + T)$ 是介质的吸收率, 则我们可以写成

$$\frac{A_0}{T_0} = \frac{A_1}{T_1}$$

只要入射角是遵守折射定律 $n_0 \sin \phi_0 = n_1 \sin \phi_1 = n_s \sin \phi_s$, 则这个特性也是适用于斜入射情况的, 而且也可使用偏振去计算各种量值。

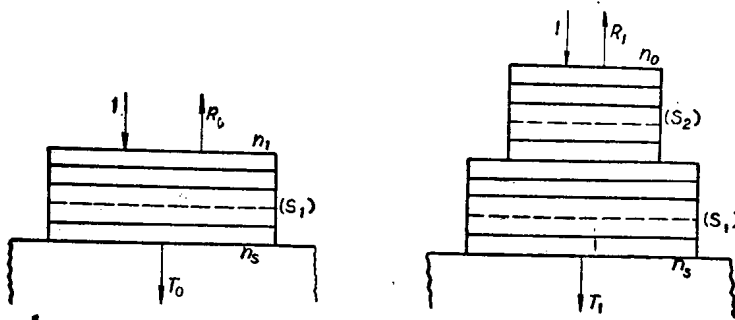


图 7 $A_0/T_0 = A_1/T_1$ 原理的图解表示

(d) 现在来研究两个非吸收半无限介质之间的非吸收膜堆。各种相位偏移之间是存在如下的关系的。

$$\delta_r + \delta_r' - 2\delta_t = \pm \pi$$

相位原点, δ_r 和 δ_r' 是在入射波的开始不连续平面上, δ_t 是在最后的不连续平面上。

注意到 rr'/t^2 是实数, 这些特性是不难证实的。

§ 3.5 计算方法

这里我们将介绍几种不同的方法, 这些方法已经用于单层膜和多层膜的特性计算。若想更全面地了解这些方法, 请读者参阅如下一些作者的文献和著作: 考滕 (COTTON, 1950), 梅勒 (MALÉ, 1950), 勒冈斯 (LEURGANS, 1951), 卡德 (KARD, 1956), 班宁 (BERNING, 1960), 赫文斯 (HEAVENS, 1960), 班宁 (BERNING, 1963)。

1. 矢量图解法

适用于非吸收组合膜层, 特别适用于两层或三层的低反射膜层, 其可以用作近似法。完全不考虑多次内反射, 反射波的复振幅可写成:

$$r = r_1 + r_2 e^{-i2\beta_1} + r_3 e^{-i2(\beta_1 + \beta_2)} + \dots$$

这里 r_i 是第一, 第二, ... 等分界面上的菲涅尔反射系数。对于垂直入射, 则有

$$r_1 = (n_0 - n_1)/(n_0 + n_1), \quad r_2 = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2) \text{ 等}$$

这种图解法已用于消色差减反射组合膜的设计 (TURNER, 1950)。在这里, 我们给出这样一个图解实例, $n_0 = 1$, $n_1 = 1.41$, $n_2 = 2.00$, $n_s = 1.62$, $\beta_1 = 72.5^\circ$, $\beta_2 = 2\beta_1 = 145^\circ$, V_1, V_2

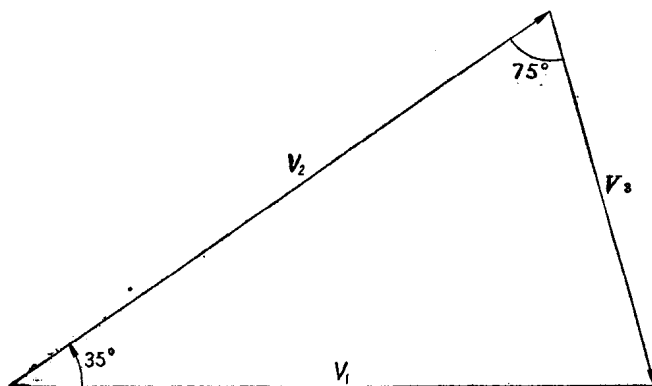


图8 双层减反膜的矢量图解法

和 V_3 是非涅尔系数 r_1, r_2, r_3 (图8) 的振幅。

2. 导纳图

这种方法是根据导纳概念提出的, 多层膜任一点上的导纳被定义为在那一点上磁矢量和电矢量切向分量的比值: H_{tan}/E_{tan} 。由于 E_{tan} 和 H_{tan} 是连续的, 所以导纳在通过分界面时也是连续的。现在已经提出各种导纳图, 如斯米奇 (Smith) 图, 其最初是为了解决某些电子工程问题而提出的 (Smith 1934 和 1944 年)。导纳图应用的更详细讨论, 读者可参阅班宁 (1963) 的文章。

3. 数值计算法

在这里我们只稍微提一下这种方法的文献出处。在班宁 (1960) 的文章中已经讨论过这种方法的程序。1964 年, 姆克里金和库尔逊 (McCRACKIN & Colson) 也提出一种程序, 其可计算多层膜的椭圆特性。

4. 模拟计算法

在下列文章中讨论了三种模拟计算法。其一是姆内尔和迪克桑 (McNeilre & Dixon, 1954) 的文章; 其二是班杜尔和吉阿库默的文章 (BADOUAL & GIACOMO, 1964); 最近的文章是帕比尼和普罗特的著作 (PAPINI & PERROT, 1964)。

四、单层膜的光学特性

§ 4.1 镀在非吸收基底上的非吸收膜

1. 减反膜 (增透膜)

用光学薄膜减少平面平行板和透镜表面上所不希望有的反射, 已是光学领域惯用的作法。在垂直入射的非吸收膜情况下, 欲达到减反射, 由 (20) 式可看出必须使 $\cos\beta = 0$ 和 $n_0 n_s = n^2$ 。 $\cos\beta = 0$ 表示膜层的光学厚度是 $\frac{1}{4} \lambda_0$ 的奇数倍, λ_0 是 $R = 0$ 时的波长; $n_0 n_s = n^2$ 表示可选的膜层材料。对于 $n_s \approx 1.5$ 的最常用玻璃, $n_1 = 1.23$ 的膜层材料可得到理想的减反膜层。可惜, 具有这样低的折射率而又耐用的薄膜材料是不太多的。通常多用 $n_1 = 1.38$ 的氟化镁来制备玻璃基底的减反膜。氟化镁膜层很耐用, 可使通常玻璃的表面反射率从 40% 减少到 12%。图 9 示出了膜层对各种色光的效果, 两个介质的色散忽略不计。横座标的尺度

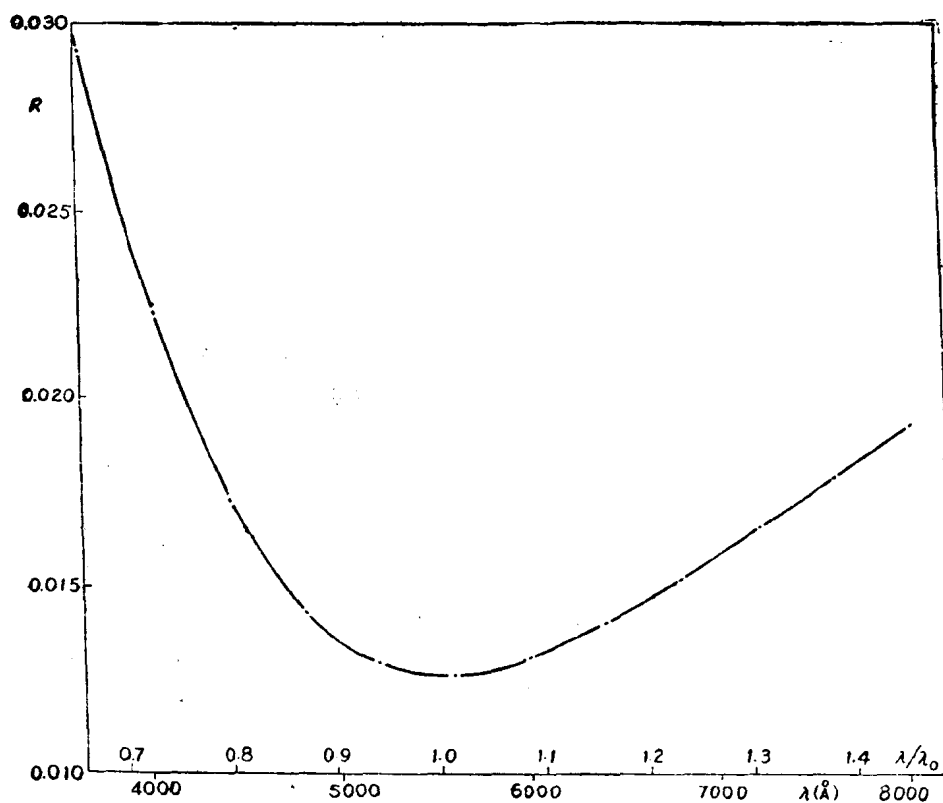


图9 R 随 λ/λ_0 的变化曲线

λ 是在 $n_s = 1.52$ 的玻璃基底上镀 $n = 1.38$ 的氟化镁膜层时的波长；膜层的光学厚度 $d = \lambda_0/4n$ ， λ 的尺度是在 $\lambda_0 = 5520 \text{ \AA}$ ($d = 1000 \text{ \AA}$) 时取定

是 λ/λ_0 ，我们是在 $\lambda_0 = 5520 \text{ \AA}$ 时给出 λ 值。只要用 d_0/d ($d_0 = \lambda_0/4n$) 来取代 λ_0/λ ，那么该曲线还可表示 R 随膜厚的变化。

图 10 表示出在 $n_s = 1.52$ 的玻璃基底上镀 $n = 1.38$ 的氟化镁膜层时，入射角的影响和斜入射时偏振的效应。曲线 1 相应于厚度 $d_1 = 1000 \text{ \AA}$ ，曲线 2 相应于 $d_2 = 2000 \text{ \AA}$ ，波长为 $5520 \text{ \AA}$ 。厚度的选择要使得 $nd_1 = 5520/4 = nd_2/2$ 。也可采用折射率略低于氟化镁的冰晶石材料（在可见光谱中部的折射率 $n = 1.34$ ）。但人们总是选用氟化镁，因为它可以获得坚固而耐用的膜层。

2. 高反射膜

当需要增加基底反射率时，为不引起任何吸收，通常是采用高折射率材料的膜层。当基底镀单层膜时，且膜层的光学厚度是 $\frac{1}{4}$ 波长的奇数倍，则它的反射率可用如下表达式给出：

$$R_H = \left(\frac{n_0 n_s - n^2}{n_0 n_s + n^2} \right)^2 \quad (22)$$

当 $n_s > n_0 n$ 时， R_H 是 n 的增函数。表 1 表示出 R_H 随 n 而变化的情况，其 $n_s = 1.52$ ， $n_0 = 1$ 。我们可以看到，当在玻璃上镀制 $n = 3$ 的膜层材料时，其它射率可增加大约 0.5。

高反膜镀制最常用的材料是硫化锌 (ZnS) 和氧化钛 (TiO_2)。后者又名金红石 (Rutile)，比较难于蒸发，通常只是来蒸发纯钛，钛在氧的气氛中加热就会氧化。虽然这种材料具有较