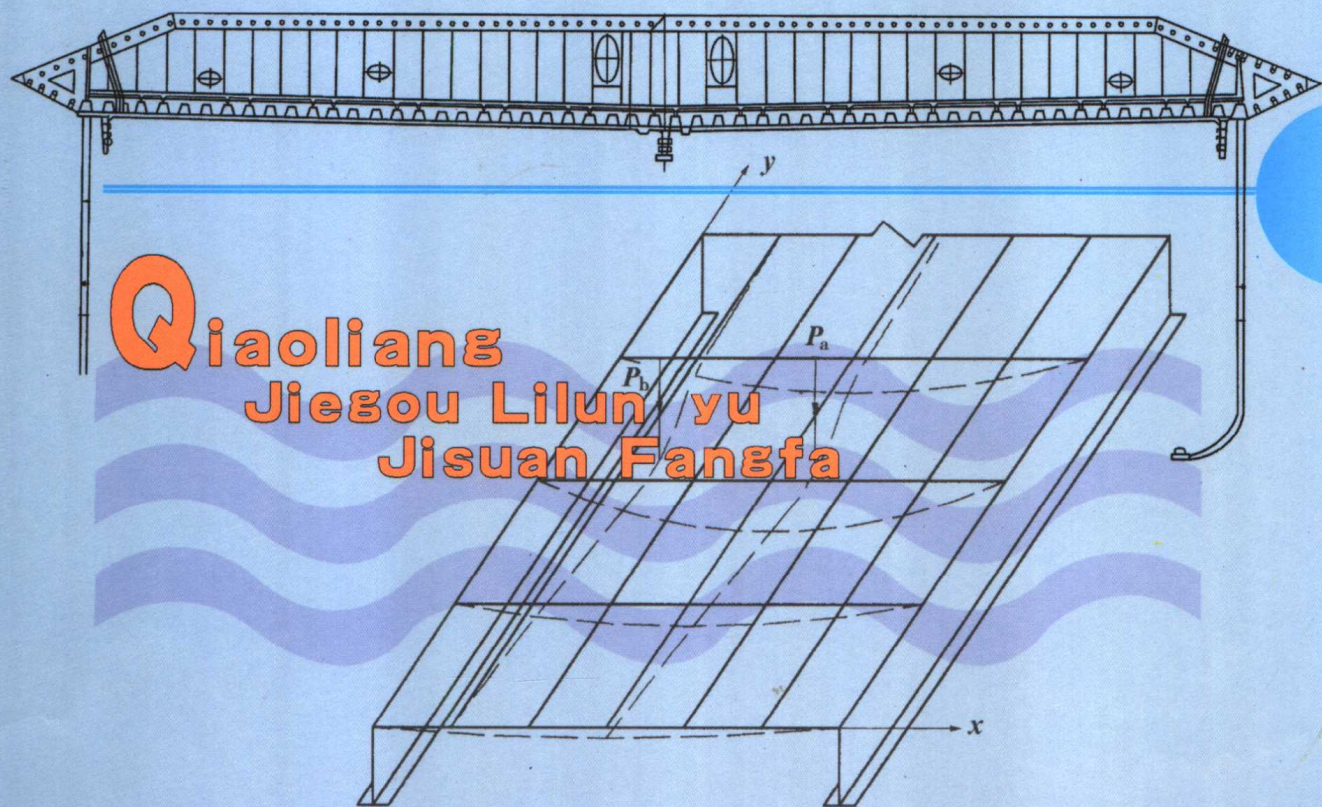




Qiaoliang
Jiegou Lilun yu
Jisuan Fangfa

高等学校教材

桥梁结构理论

贺拴海 编著

与计算方法

 人民交通出版社

高等学校教材

Qiaoliang Jiegou Lilun yu Jisuan Fangfa

桥梁结构理论与计算方法

贺拴海 编著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书全面介绍桥梁结构的高等静力计算理论、原理及方法。内容包括:桥梁结构的线性、非线性整体分析(有限元法、有限条法、子结构法、变形协调法、材料及几何非线性分析);桥面板(构造正交异性板、悬臂板、有效分布宽度、钢桥面板)计算理论;薄壁箱梁理论(剪力滞、约束扭转、畸变);混凝土结构理论(收缩徐变、强度、刚度、裂缝、结合梁);拱桥计算理论(弹性理论、挠度理论);斜弯桥(横向分布、斜桥、弯桥)计算理论;索支承桥(斜拉桥、悬索桥)计算理论;桥梁结构的特殊计算问题(高墩大跨径桥梁稳定、温度效应、承载力、加固、控制)等。着重于理论、原理及方法的叙述、推导、相关应用及评述,与其相关的基础知识(桥梁工程、力学等)未涉及。

本书作为研究生学习用书,亦可作为高等院校教师教学及研究参考,从事桥梁及结构工程专业的高级技术人员可参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

桥梁结构理论与计算方法/贺拴海编著. —北京:人民交通出版社, 2003.8

ISBN 7-114-04687-1

I. 桥… II. 贺… III. ①桥梁结构-理论②桥梁结构-结构计算 IV. U443

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 040091 号

高等学校教材

桥梁结构理论与计算方法

贺拴海 编著

正文设计: 彭小秋 责任校对: 戴瑞萍 责任印制: 张 恺

人民交通出版社出版

(100013 北京和平里东街 10 号 010-64216602)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

北京交通印务实业公司印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 31.5 字数: 785 千

2003 年 8 月 第 1 版

2003 年 8 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数: 0 001~5 000 册 定价: 58.00 元

ISBN 7-114-04687-1

前 言

改革开放以来,我国交通与桥梁事业获得迅速发展,桥梁建设成就斐然,桥梁工程学科整体水平已进入国际先进行列。随着建设需要,桥梁结构的研究工作亦具有与时俱进的特点,新的研究课题不断涌现,新的理论、方法、技术层出不穷。

长安大学(原西安公路交通大学、西安公路学院)从20世纪80年代初开始招收桥梁工程方向研究生。桥梁结构理论作为一门专业学位课历经变迁,从桥面板分析、桥梁上部结构分析与程序设计到桥梁结构分析,经过几代人的教学实践、修订补充,形成了桥梁结构理论课程体系。随着博士生教学和研究需要,其内容的深度不断加大,广度不断拓宽。进入20世纪90年代,随着新的科研成果大量出现、计算机的普及应用,编者着手对本课程体系又进行了大幅度调整,着重于桥梁高等理论、原理、方法及复杂结构问题解决途径的研究和阐述,并结合桥梁工程学科的发展,补充了一些新的内容,如索支承桥的计算、稳定分析、承载力分析、桥梁加固计算、桥梁控制计算及健康监测等,目的在于使桥梁工程方向的研究生打下一个坚实而宽广的从事科学研究的理论基础,供不同研究方向的读者可有选择地进行精读和研究。

本书是在长安大学研究生课程“桥梁结构理论”讲义(1997年开始试用)的基础上,经过多次调整、修订、补充,于2001年底形成初稿,并取现名。全书共8篇29章,内容仅涉及桥梁结构静力问题,包括:桥梁结构整体分析的有限元法、有限条法、能量原理及变形协调法、子结构法,材料、几何非线性分析;构造正交异性桥面板、悬臂桥面板、钢桥面板的计算;薄壁箱梁的剪力滞、约束扭转及畸变理论;混凝土结构的收缩徐变、强度、刚度、裂缝及组合结构分析理论;拱桥、斜桥、弯桥、斜拉桥、吊桥计算理论;桥梁结构的温度效应、稳定问题、承载力、加固、控制计算理论及方法等。全书由贺拴海教授主编,宋一凡教授、邬晓光教授分别编写了第29、28章。完稿后邀请了下列教授对各篇(章)进行了审核校正:浙江大学徐兴教授:第1篇的第1、2、5章,同济大学陈艾荣教授:第3、4章;长安大学宋一凡教授:第2篇的第6、7章,郝宪武教授:第8章,胡兆同教授:第9章;何福照教授:第3篇;徐岳教授:第4篇的第13、14、15章,长沙交通学院李传习教授:第16、17章;长安大学李子青教授:第5篇;黄平明教授:第6篇;北方交通大学雷俊卿教授:第7篇;湖南大学邵旭东教授:第8篇的第25章,哈尔滨工业大学宋建华教授:第26章,长安大学胡大琳教授:第27章,贺拴海教授:第28章,哈尔滨工业大学黄侨教授:第29章。长安大学赵小星高级工程师、刘来君博士、周勇军博士、赵煜博士等为本书编写提供了大量资料;书中插图由研究生张青、许世展、王海洋绘制;研究生任伟、王军、卫红蕊、吕颖钊、肖萍、陈群、周救、许世展、牛俊武、王栋等对文字进行了校核;人民交通出版社的领导及编辑为本书的出版付出了辛勤的劳动,谨在此表示诚挚的感谢。书中参考了众多文献,无论是否列出,在此一并表示衷心感谢和敬意。

由于作者水平有限,书中错误之处难免,敬请读者批评指正。来函(电话、电子信件)请寄:
西安市南二环路中段长安大学公路学院(邮编:710064,电话:029-2334441, E-mail: GL05
@Chd.edu.cn)

作 者
2002年8月于西安

目 录

第1篇 桥梁结构整体分析	1
1 桥梁结构分析的有限元法	1
1.1 桥梁结构有限元法的分析过程	1
1.2 桁架桥结构分析	3
1.3 梁式桥结构分析	4
1.4 刚架桥结构分析	5
1.5 薄壁箱梁桥结构分析	8
1.6 复杂组合截面桥梁结构分析的虚拟层合单元	12
1.7 小结	22
2 梁板式结构分析的有限条法	23
2.1 有限条法	23
2.2 高级有限条	32
2.3 样条有限条法	36
2.4 组合有限条法	39
2.5 小结	42
3 变截面连续梁、拱式结构分析的子结构法	44
3.1 梁式子结构刚度矩阵	44
3.2 拱式子结构刚度矩阵	47
3.3 桥墩子结构刚度矩阵	49
3.4 子结构等效结点力列阵	51
3.5 整体分析及程序设计	54
3.6 小结	56
4 能量原理及组合结构分析的变形协调法	56
4.1 能量原理及斜拉桥分析	56
4.2 中(下)承式拱桥分析的变形协调法	62
4.3 斜拉体系分析的变形协调法	67
4.4 小结	70
5 桥梁结构的材料及几何非线性分析	71
5.1 桥梁结构的非线性问题	71
5.2 桥梁结构材料非线性分析	72
5.3 桥梁结构几何非线性分析	80
5.4 活载非线性分析	86

5.5 小结	86
本章附录	87
第2篇 桥面板分析	91
6 构造正交异性桥面板分析	91
6.1 各向同性板理论	91
6.2 正交材料异性板理论	93
6.3 构造正交异性板理论	93
6.4 构造正交异性板刚度分析比较	99
6.5 按构造正交异性板理论分析简支桥梁结构	101
6.6 小结	105
7 桥面板有效分布宽度	106
7.1 有效分布宽度定义	106
7.2 卡曼(T.V.Kármán)理论	107
7.3 变分原理法	110
7.4 应力函数法	111
7.5 各国规范对有效宽度的规定及评述	113
7.6 小结	113
8 悬臂桥面板计算理论	114
8.1 悬臂桥面板的有效宽度	114
8.2 悬臂桥面板计算的 Sanko-Bakht 法	115
8.3 带边梁的悬臂板计算的 Bakht 法	118
8.4 悬臂桥面板计算的其他方法	119
8.5 小结	121
9 钢桥面板计算理论	122
9.1 钢桥面板的力学特征及分析方法	122
9.2 钢梁翼缘的有效宽度	123
9.3 按正交异性板理论分析钢桥面板	125
9.4 Pleliken - Esslinger 法分析钢桥面板	126
9.5 几种特殊钢桥面板的简化分析	143
9.6 小结	145
第3篇 薄壁箱梁理论	146
10 薄壁箱梁的弯曲理论	146
10.1 梁弯曲的初等理论	146
10.2 箱形梁的弯曲剪应力	150
10.3 薄壁箱梁的剪力滞效应理论	154
10.4 剪力滞效应的变分解法	156
10.5 超静定结构的剪力滞效应	163
10.6 剪力滞效应的比拟杆解法	166

10.7 小结	171
11 薄壁箱梁的扭转理论	174
11.1 薄壁箱梁的自由扭转简介	174
11.2 薄壁箱梁的约束扭转	176
11.3 扭转中心位置	181
11.4 等截面连续梁扭转的三翘曲双力矩方程	181
11.5 有限差分方程的建立及分析	182
11.6 小结	184
12 薄壁箱梁的畸变理论	184
12.1 畸变荷载	184
12.2 用静力平衡法推导直腹板箱梁畸变微分方程	186
12.3 用能量变分法推导斜腹板箱梁的畸变微分方程	193
12.4 畸变微分方程的边界条件及其求解方法	199
12.5 小结	201
第4篇 混凝土及组合结构理论	202
13 混凝土的徐变收缩理论	202
13.1 徐变、收缩及其影响因素	202
13.2 徐变、收缩的数学模型	205
13.3 徐变效应分析	210
13.4 徐变、收缩微分方程	214
13.5 徐变、收缩代数方程	216
13.6 徐变收缩有限元、拟弹性逐步分析法	217
13.7 小结	218
14 混凝土的强度理论	219
14.1 混凝土的本构模型	219
14.2 混凝土破坏准则	229
14.3 混凝土强度设计值	237
14.4 小结	239
15 混凝土结构基本计算理论	240
15.1 钢筋混凝土结构	240
15.2 预应力混凝土结构	248
15.3 混凝土结构的疲劳	251
15.4 小结	254
16 混凝土的裂缝与刚度理论	254
16.1 混凝土的裂缝与刚度	254
16.2 裂缝计算理论	256
16.3 刚度及挠度计算	271
16.4 受弯构件裂缝与刚度的关系及其应用	276
16.5 小结	278

17 钢—混凝土结合梁分析理论	279
17.1 结合梁桥及其力学特性	279
17.2 荷载应力分析	279
17.3 温度应力分析	281
17.4 结合梁中混凝土徐变效应分析	282
17.5 连续结合梁分析	291
17.6 结合梁中混凝土收缩内力计算	295
17.7 考虑钢筋影响时结合梁的温度应力分析	297
17.8 小结	299
第5篇 拱桥计算理论	300
18 拱桥弹性理论	300
18.1 拱的基本平衡微分方程	300
18.2 拱桥弹性理论分析	302
18.3 拱轴线、压力线及其调整	308
18.4 连拱简化计算	310
18.5 小结	317
19 拱桥挠度理论	318
19.1 挠度理论的控制平衡微分方程	318
19.2 挠度理论控制微分方程求解方法	319
19.3 变截面(Ritter 函数)拱的基本解	320
19.4 变截面($I = I_0 \sec \varphi$)拱的基本解	325
19.5 变截面($I = I_0 \sec \varphi, A = A_0 \sec \varphi$)抛物线拱的基本解	328
19.6 等截面拱的摄动法简介	330
19.7 小结	332
第6篇 斜弯桥计算理论	334
20 斜弯桥荷载横向分布计算方法	334
20.1 修正偏心压力法	334
20.2 斜弯梁的柔度系数	337
20.3 斜弯桥横向分布计算的偏心压力法	340
20.4 斜弯桥横向分布计算的梁系法	343
20.5 斜弯桥横向分布计算的 Leonhardt-Homberg 法	345
20.6 小结	348
21 斜桥计算理论	349
21.1 斜桥特征	349
21.2 斜板位移微分方程	351
21.3 单斜梁计算	351
21.4 斜梁桥计算	356
21.5 小结	357

22 弯桥计算理论	358
22.1 弯桥特征	358
22.2 平面弯梁的符拉索夫方程及其解法	360
22.3 纯扭转时简支曲梁分析	363
22.4 曲梁分析的能量原理	365
22.5 非径向支承弯梁计算	369
22.6 小结	374
第7篇 索支承桥计算理论	376
23 悬索桥计算理论	376
23.1 概述	376
23.2 悬索桥作为连续体的静力近似分析	380
23.3 悬索桥施工至成桥状态的精确分析	384
23.4 悬索桥在工作荷载作用下的精细分析	388
23.5 索塔结构分析	390
23.6 小结	391
24 斜拉桥计算理论	393
24.1 概述	393
24.2 斜拉桥恒载状态分析	396
24.3 斜拉桥施工状态分析	400
24.4 斜拉桥的近似计算	406
24.5 斜拉桥的非线性空间分析	407
24.6 小结	408
第8篇 桥梁结构的特殊计算问题	410
25 桥梁结构温度效应理论	410
25.1 温度分布	410
25.2 温度荷载	412
25.3 桥梁结构纵向温差应力通解	419
25.4 任意截面上的纵向温差自应力	421
25.5 T形和I形梁的纵向温差自应力	422
25.6 箱形截面的温差应力	425
25.7 桥梁墩柱温差应力	428
25.8 小结	430
26 高墩大跨径桥梁稳定理论	432
26.1 稳定问题及其求解方法	432
26.2 桥墩、塔的稳定分析	433
26.3 加劲梁稳定分析	439
26.4 拱桥稳定分析	443
26.5 大跨径桥梁结构稳定分析	448

26.6 小结	449
27 桥梁结构承载力	450
27.1 概述	450
27.2 条件线性承载力和条件非线性承载力	451
27.3 条件极限承载力	452
27.4 极限承载力	455
27.5 超载能力与残余承载力	460
27.6 小结	462
28 桥梁控制计算方法	462
28.1 概述	462
28.2 桥梁施工控制计算方法	464
28.3 施工误差调整理论和方法	468
28.4 桥梁施工监测的内容和方法	471
28.5 桥梁施工控制过程	474
28.6 桥梁健康监测简介	478
28.7 小结	481
29 桥梁加固计算方法	482
29.1 概述	482
29.2 粘贴加固结构有限元分析	484
29.3 锚栓钢板加固结构分析	488
29.4 体外预应力加固结构分析	490
29.5 小结	491

第1篇 桥梁结构整体分析

1 桥梁结构分析的有限元法

早在 1850 年问世的矩阵符号,古老的刚架位移法,被 Tumer^[1]等人于 1956 年推广应用到弹性力学的平面问题,并用于分析飞机结构,获得成功,从此奠定了现代有限元法的基础。

现代有限元法在各个领域都得到广泛应用,并不断发展。如由弹性力学平面问题扩展到空间问题和板壳问题,对拱坝、涡轮叶片、飞机、船体及大型桥梁等复杂结构进行了应力分析;由平衡问题扩展到稳定问题与动力问题,对结构在地震力、风力与波浪力作用下的动力反应进行了分析;由弹性问题扩展到弹塑性、粘弹性问题,疲劳与脆性断裂问题;由结构计算问题扩展到结构优化设计问题;由固体力学扩展到流体力学、渗流与固结理论、热传导与热应力问题(例如焊接残余应力、原子反应堆结构的热应力)、磁场问题(例如感应电动机的磁场分析)以及建筑声学及噪声问题;由工程力学扩展到力学的其他领域(例如冰川与地质力学、血管与眼球力学等)。

除传统的杆单元、板单元、块单元、壳单元外,索单元^{[2][3]}、虚拟层合单元^{[4][5]}等的出现,使得复杂结构的分析得以简化。本章在简述传统有限元法基本思路的同时,汇总出桥梁结构分析中常用的单元刚度矩阵,并介绍一种通用三维单元构造方法及虚拟层合单元在桥梁结构分析中的应用。

1.1 桥梁结构有限元法的分析过程

桥梁结构有限元法的分析过程,概括起来可以分为以下六个步骤:

(1) 结构的离散化

结构的离散化是有限单元法分析的第一步。所谓离散化,简单地说就是将要分析的桥梁结构物分割成有限个单元体,并在单元体的指定点设置结点,使相邻单元的有关参数具有一定的连续性,构成一个单元的集合体,以它代替原来的结构。例如分析对象是桁架桥时,那么这种划分十分明显,可以取每根杆件作为一个单元,因为桁架桥本来就是由杆件组成的。但如果分析的对象是连续体,如板桥,那么为了有效地逼近实际的连续体,就需要考虑选择单元的形状和分割方案以及确定单元和结点的数目等问题。有关这方面的内容,在以后各节中会了解到。

(2) 选择位移模式

在完成结构的离散之后,就可以对典型单元进行特性分析。此时,为了能用结点位移表示

单元体的位移、应变和应力,在分析连续体问题时,必须对单元中位移的分布作出一定的假定,也就是假定位移是坐标的某种函数,这种函数称为位移模式或插值函数。

选择适当的位移函数是有限单元法分析中的关键。通常选择多项式作为位移模式。其原因是因为多项式的数学运算(微分和积分)比较方便,并且由于所有光滑函数的局部都可以用多项式逼近。至于多项式的项数和阶次的选择,则要考虑到单元的自由度和解的收敛性要求。一般来说,多项式的项数应等于单元的自由度数,它的阶次应包含常数项和线性项等。这里所谓单元的自由度是指单元结点独立位移的个数。关于这一问题,一般有限元法书中已有介绍。

根据所选定的位移模式,就可以导出用结点位移表示单元内任一点位移的关系式,其矩阵形式是

$$\{f\} = [N]\{\delta\}^e \quad (1.1.1)$$

式中: $\{f\}$ ——单元内任一点的位移列阵;

$\{\delta\}^e$ ——单元的结点位移列阵;

$[N]$ ——形函数矩阵,它的元素是位置坐标的函数。

(3)分析单元的力学特性

位移模式选定以后就可以进行单元的力学特性分析,包括下面三部分内容:

①利用几何方程,由位移表达式(1.1.1)导出用结点位移表示单元应变的关系式:

$$\{\epsilon\} = [B]\{\delta\}^e \quad (1.1.2)$$

式中: $\{\epsilon\}$ ——单元内任一点的应变列阵;

$[B]$ ——单元应变矩阵。

②利用本构方程,由应变表达式(1.1.2)导出用结点位移表示单元应力的关系式:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^e \quad (1.1.3)$$

式中: $\{\sigma\}$ ——单元内任一点的应力列阵;

$[D]$ ——与单元材料有关的弹性矩阵。

③利用变分原理建立作用于单元上的结点力和结点位移之间的关系式,即单元的平衡方程:

$$\{F\}_0^e = [K]_0^e \{\delta\}^e \quad (1.1.4)$$

式中: $[K]_0^e$ ——单元坐标系下的单元刚度矩阵,且

$$[K]_0^e = \iiint [B]^T [D] [B] dx dy dz \quad (1.1.5)$$

上式的积分应遍及整个单元的体积。若单元坐标系与结构坐标系不一致时,还需用坐标转换矩阵 $[T]$ 进行转换,即

$$[K]^e = [T]^T [K]_0^e [T] \quad (1.1.6)$$

在以上三项中,导出单元刚度矩阵是单元特性分析的核心内容,在以后各节中将根据所分析的桥梁结构形式给出。

(4)建立整个结构的平衡方程

这个过程包括两个方面的内容:一是将各个单元的刚度矩阵集成成整个结构的整体刚度矩阵;二是将作用于各单元的等效结点力列阵集成总的荷载列阵。于是得到以整体刚度矩阵 $[K]$ 、荷载列阵 $\{F\}$ 以及整个结构的结点位移列阵 $\{\delta\}$ 表示的整个结构的平衡方程

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (1.1.7)$$

(5)求解未知结点位移

考虑几何边界条件,将方程作适当修改之后,根据方程组的特点,选择合适的计算方法,由式(1.1.7)解出未知位移。

(6)计算单元应力及所需要的结果

利用已求出的结点位移,由式(1.1.3)计算各单元应力,加以整理得出所要求的结果。

1.2 桁架桥结构分析

桁架桥结构一般均为空间结构,在桁架结点平滑的假定下,可按空间杆单元进行分析。每个桁架杆即为一个单元,如图 1.2.1 所示,取结构坐标系为 (x, y, z) ,单元坐标系为 (x_0, y_0, z_0) ,则单元结点位移列阵为 $\{\delta\}^e = [u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j]^T$,结点力列阵为 $\{F\}^e = [F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}]^T$ 。单元坐标系下单元刚度矩阵为

$$[K]_0^e = \begin{bmatrix} [k]_0^e & -[k]_0^e \\ -[k]_0^e & -[k]_0^e \end{bmatrix} \quad (1.2.1)$$

其中

$$[k]_0^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

坐标转换矩阵 $[T]$ 为

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & 0 \\ 0 & [t] \end{bmatrix} \quad (1.2.2)$$

其中

$$[t] = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ -a_y/l_x & a_x/l_x & 0 \\ -a_x a_z/l_x & a_y a_z/l_x & l_x \end{bmatrix}$$

式中: E ——单元材料弹性模量;

A ——杆单元截面面积;

$$a_x = (x_j - x_i)/l$$

$$a_y = (y_j - y_i)/l$$

$$a_z = (z_j - z_i)/l$$

$$l_x = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

l ——单元长度,

$$l = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

经运算,在结构坐标系中单元刚度矩阵为

$$[K]^e = \begin{bmatrix} [k]^e & -[k]^e \\ -[k]^e & -[k]^e \end{bmatrix} \quad (1.2.3)$$

其中

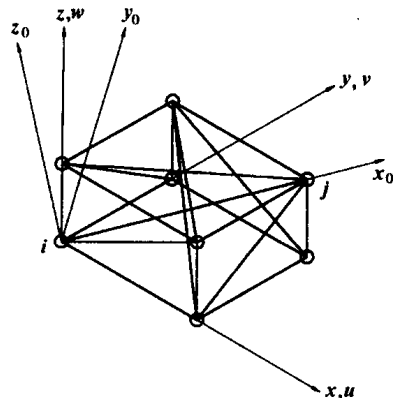


图 1.2.1 桁架桥及其单元

$$[k]^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} a_x^2 & & & \\ a_x a_y & a_y^2 & & \\ a_x a_z & a_y a_z & a_z^2 & \\ & & & \text{对称} \end{bmatrix}$$

在初步设计时,可用合适的方法将空间问题简化为平面问题,用平面桁架来计算,如图1.2.2所示。这时,结点上的 $y(y_0)$ 方向的变位被取消,结点位移列阵为 $\{\delta\}^e = [u_i, w_i, u_j, w_j]^T$, 结点力列阵为 $\{F\}^e = [F_{xi}, F_{zi}, F_{xj}, F_{zj}]^T$, 单元坐标系下单元刚度矩阵表达式同式(1.2.1),但 $[k]_0^e$ 为

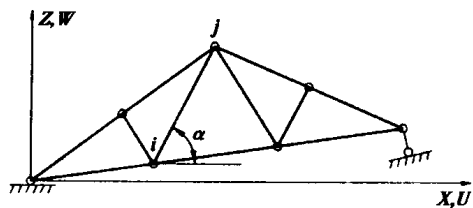


图 1.2.2 平面桁架及其单元

$$[k]_0^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.2.4)$$

结构坐标系下单元刚度矩阵表达式同式(1.2.3),但 $[k]^e$ 为

$$[k]^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} c^2 & cs \\ cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (1.2.5)$$

式中: $l = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$

$c = \cos \alpha$

$s = \sin \alpha$

α —— x 与 x_0 的夹角。

1.3 梁式桥结构分析

常见的多梁式简支、连续及悬臂梁桥,采用有限元方法分析时,既可取板梁组合单元,也可取抗扭梁单元。如图 1.3.1 所示,此种梁单元的结点位移列阵为 $\{\delta\}^e = [w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}]^T$, 结点力列阵为 $\{F\}^e = [F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}]^T$, 则

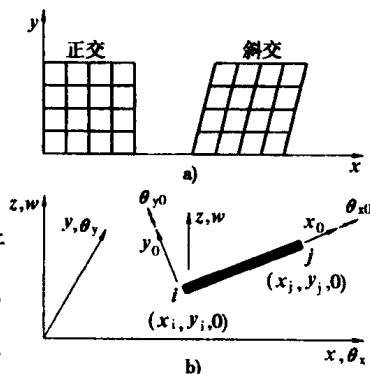


图 1.3.1 梁式桥及其单元

$$[K]_0^e = \begin{bmatrix} 12EI_y/l^3 & & & & & \\ 0 & GJ/l & & & & \\ -6EI_y/l^2 & 0 & 4EI_y/l & & & \\ -12EI_y/l^3 & 0 & 6EI_y/l^2 & 12EI_y/l^3 & & \\ 0 & -GJ/l & 0 & 0 & GJ/l & \\ -6EI_y/l^2 & 0 & 2EI_y/l & 6EI_y/l^2 & 0 & 4EI_y/l \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.3.1)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & 0 \\ 0 & [t] \end{bmatrix} \quad (1.3.2)$$

其中

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & s \\ 0 & -s & c \end{bmatrix}$$

式中: I_y ——梁单元截面绕 y_0 轴的主惯矩;

J ——梁单元截面的抗扭惯矩。

其他符号意义同前。

对于单梁式梁桥,单元坐标系和结构坐标系一致(图 1.3.2)。去掉扭转位移,单元结点位移向量可写为 $[\delta]^e = [w_i, \theta_i, w_j, \theta_j]^T$, 结点力列阵 $\{F\}^e = [F_{zi}, M_{yi}, F_{zj}, M_{yj}]^T$, 则

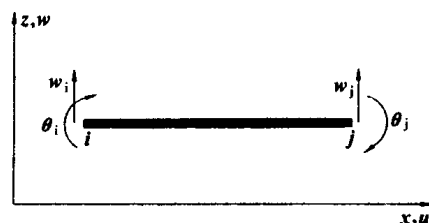


图 1.3.2 梁及其单元

$$[K]_0^e = [K]^e = \frac{2EI_y}{l} \begin{bmatrix} 6/l^2 & & & \\ -3/l & 2 & & \\ -6/l^2 & 3/l & 6/l^2 & \\ -3/l & 1 & 3/l & 2 \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.3.3)$$

考虑剪切变形影响时,梁单元刚度矩阵为

$$[K]^e = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} \frac{12}{l^2(1+\Phi_z)} & & & \\ -\frac{6}{l(1+\Phi_z)} & \frac{4+\Phi_z}{1+\Phi_z} & & \\ -\frac{12}{l^2(1+\Phi_z)} & \frac{6}{l(1+\Phi_z)} & -\frac{12}{l^2(1+\Phi_z)} & \\ -\frac{6}{l(1+\Phi_z)} & \frac{2-\Phi_z}{1+\Phi_z} & \frac{6}{l(1+\Phi_z)} & \frac{4+\Phi_z}{1+\Phi_z} \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.3.4)$$

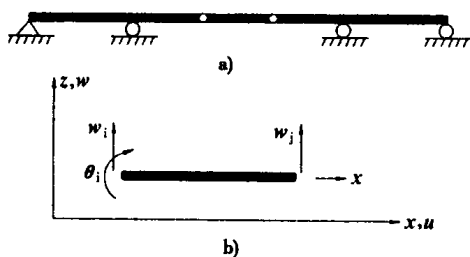


图 1.3.3 铰接悬臂梁单元

式中: Φ_z ——剪切影响系数,

$$\Phi_z = 12EI_y / GA_z l^2$$

A_z ——杆截面沿 z 轴方向的有效抗剪面积;

G ——材料抗剪模量;

其他符号意义同前。

分析悬臂梁桥时,会遇到一端铰接另一端刚接的梁单元,如图 1.3.3 所示。此种梁单元的左结点有两个自由度,右结点有一个自由度,单元结点位移列阵为 $\{\delta\}^e = [w_i, \theta_i, w_j]^T$, 结点力列阵为 $\{F\}^e = [F_{zi}, M_{yi}, F_{zj}]^T$, 单元刚度矩阵为

$$[K]_0^e = [K]^e = \frac{3EI_y}{l} \begin{bmatrix} l^{-2} & & \\ -l^{-1} & 1 & \\ -l^{-2} & l^{-1} & l^{-2} \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.3.5)$$

1.4 刚架桥结构分析

空间梁单元是分析刚架桥的常用单元。如图 1.4.1 所示,单元两端各有 6 个自由度,结点位移列阵为 $\{\delta\}^e = [u_i, v_i, w_i, \theta_{ix}, \theta_{iy}, \theta_{iz}, u_j, v_j, w_j, \theta_{jx}, \theta_{jy}, \theta_{jz}]^T$, 结点力列阵为 $\{F\}^e = [F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}, F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}]^T$, 单元刚度矩阵为

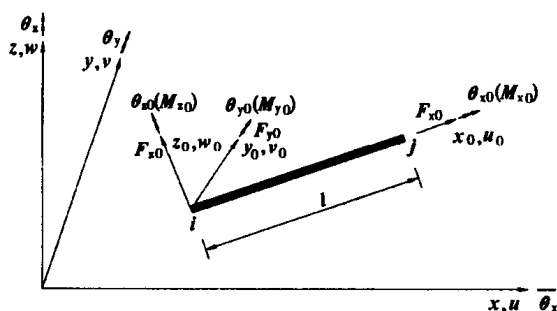


图 1.4.1 空间梁单元

$$[K]_0^e = \begin{bmatrix} AE/l & & & & & & & & & & & \\ 0 & 12EI_x/l^3 & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 12EI_y/l^3 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & GJ/l & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -6EI_y/l^2 & 0 & 4EI_y/l & & & & & & & \\ 0 & -6EI_x/l^2 & 0 & 0 & 0 & 4EI_x/l & & & & & & \\ -AE/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & AE/l & & & & & \\ 0 & -12EI_x/l^3 & 0 & 0 & 0 & -6EI_x/l^2 & 0 & 12EI_x/l^3 & & & & \\ 0 & 0 & -12EI_y/l^3 & 0 & -6EI_y/l^2 & 0 & 0 & 0 & 12EI_y/l^3 & & & \\ 0 & 0 & 0 & -GJ/l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GJ/l & & \\ 0 & 0 & -6EI_y/l^2 & 0 & 2EI_y/l & 0 & 0 & 0 & -6EI_y/l^2 & 0 & 4EI_y/l & \\ 0 & 6EI_x/l^2 & 0 & 0 & 0 & 2EI_x/l & 0 & -6EI_x/l^2 & 0 & 0 & 0 & 4EI_x/l^2 \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.4.1)$$

考虑剪切变形影响时,其单元刚度矩阵为

$$[k]_0^e = \begin{bmatrix} \frac{EI}{l} & & & & & & & & & & & \\ 0 & \frac{12EI_x}{l^3(1+\Phi_y)} & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_x)} & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & & & & & & & & \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_x)} & 0 & \frac{(4+\Phi_x)EI_y}{l(1+\Phi_y)} & & & & & & & \\ 0 & -\frac{6EI_x}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_x}{l(1+\Phi_x)} & & & & & & \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & & & & \\ 0 & -\frac{12EI_x}{l^3(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_x}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & -\frac{12EI_x}{l^3(1+\Phi_y)} & & & & \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_x)} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_x)} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3(1+\Phi_x)} & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & & \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_x)} & 0 & \frac{(2-\Phi_x)EI_y}{l(1+\Phi_x)} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2(1+\Phi_x)} & 0 & \frac{(4+\Phi_x)EI_y}{l(1+\Phi_x)} & \\ 0 & \frac{6EI_x}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & \frac{(2-\Phi_y)EI_x}{l(1+\Phi_y)} & 0 & -\frac{6EI_x}{l^2(1+\Phi_y)} & 0 & 0 & 0 & \frac{(4+\Phi_y)EI_x}{l(1+\Phi_y)} \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (1.4.2)$$