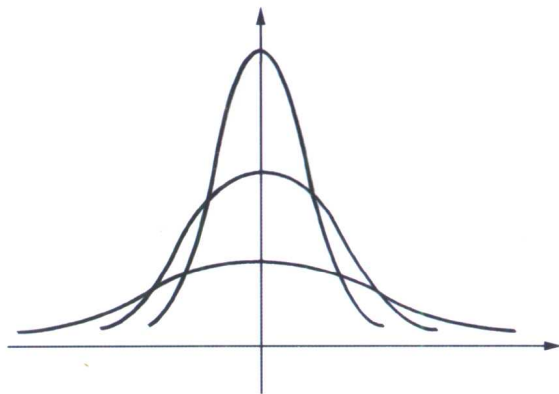


高等学校适用教材

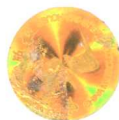
WUCHA LILUN YU CELIANG BUQUEDINGDU
PINGDING

误差理论与 测量不确定度评定

李金海 主编



中国计量出版社



高等学校适用教材

误差理论与 测量不确定度评定

李金海 主编

中国计量出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

误差理论与测量不确定度评定/李金海主编. —北京: 中国计量出版社,
2003. 11

高等学校适用教材

ISBN 7-5026-1786-8

I. 误… II. 李… III. ①误差理论—高等学校—教材②测量—不确定
度—评价—高等学校—教材 IV. 0241. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 094108 号

内 容 提 要

本书系统地阐述了误差理论、测量不确定度评定和测量数据的处理方法。内容包括: 绪论、误差的基本概念、误差的性质、测量不确定度的评定与表示、直接测量数据的处理、间接测量数据的处理、线性参数的最小二乘法处理、回归分析。各章附有习题供使用者选用。书后附有常用数据表。

本书注重理论和测量实践相结合, 书中配有较多应用实例, 有关术语及测量不确定度评定方法符合国际标准和国家计量技术规范的规定。

本书可作为高等学校质量技术监督类专业、测控技术与仪器类等相关专业教材, 也可供科研单位、检测/校准机构和生产单位从事计量检定、检测/校准、产品检验、精密测试、质量管理及科学实验的人员使用。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话(010)64275360

E-mail jlfbx@ 263. net. cn

北京市迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787 mm×960 mm 16 开本 印张 18.25 字数 308 千字

2003 年 11 月第 1 版 2003 年 11 月第 1 次印刷

*

印数 1—3 000 定价: 28.00 元

质量技术监督高校教材

编审委员会

主任 张玉宽

副主任 马纯良 孙秀媛

委员 瞿兆宁 裴晓颖 黄夏 何伟仁 李小亭

张艺 宋明顺 杨建华 吴宁光 史菊英

赵玉禄 孙克强 周志明 张莉莉 王庆仁

许吉彬 刘宝荣 韦录强 张万岭 孙振江

陈小林 朱和平 李素琴 刘宝兰 刘文继

张桂琴

出版前言

随着我国加入世界贸易组织，社会主义市场经济和质量技术监督事业的迅速发展，迫切需要大量的质量技术监督专业人才。质量技术监督高等专业教育在质量技术监督教育事业中占有重要地位，对提高在职人员的素质、改善队伍结构、培养新生力量具有重要意义。大力发展质量技术监督高等专业教育，将对质量技术监督事业产生深远的影响。

近年来，全国各地质量技术监督院校办学条件不断改善，招生规模不断扩大，教学质量和水平不断提高。与此同时，在质量技术监督教育中，高等教育所占比重不断增大。为了适应这种形势，加快质量技术监督院校教材建设的步伐，根据质量技术监督院校对专业教材的实际需求，我们组织全国质量技术监督及相关院校和单位编写了有关标准化、计量、质量等方面的系列专业基础课和专业课教材。

这套教材主要是根据质量技术监督高等专业教育的需要编写的。在目前情况下，存在多种形式的质量技术监督高等和中等专业教育，因此，在编写过程中从内容选取、结构设计、深浅程度等方面考虑了适用的多样性。质量技术监督普通中等专业教育、职业教育和人员技术培训等，可参考本套教材的基本内容，适当调整使用。

原国家质量技术监督局政策法规宣传教育司进行了本套教材的前期组编工作。参加教材审定工作的院校和单位有：中国计量学院、河北大学质量技术监督学院、四川省技术监督学校、山东省质量工程学校、广西计量学校、河南省质量工程学校、天津市渤海职业中等专业学校、吉林省技术监督职工中专学校、北京市

质量技术监督培训中心等。在教材的编写、审定等工作中，中国计量出版社、河北大学质量技术监督学院等单位做了很多具体、细致的工作。

这套教材的编写工作是在时间紧、难度大的情况下进行的，虽然经过多方面的努力，但仍可能存在很多不足之处，甚至于错误，我们拟在使用过程中听取各方面意见，于适当时机组织修订。

国家质量监督检验检疫总局人事司

2003年4月

编者的话

计量测试技术与仪器、产品质量检验技术、质量工程等质量技术监督工作都是以保证量值准确可靠为前提的，而“准”的定量表示就是误差和测量不确定度。《误差理论与测量不确定度评定》是质量技术监督类专业学生必修的一门十分重要的专业基础课，同时，又是检测技术与仪器、精密仪器、精密测试、光学技术与光电仪器、自动化仪表等测控技术与仪器类专业的重要技术基础课。该课程涉及面广，实用性强。

本书注重理论与测量实践相结合，书中配有较多应用实例，以方便学生理解和使用；有关术语及测量不确定度的评定方法符合最新国际标准和国家计量技术规范，反映了误差理论与测量不确定度的最新研究成果。重点参照的技术规范有：ISO等7个国际组织联合发布的《测量不确定度表示指南》；JJF1059—1999《测量不确定度评定与表示》；国家质量技术监督局计量司组编的JJF1059—1999宣贯教材《测量不确定度评定与表示指南》。

本书系统地阐述了误差理论、测量不确定度的评定和测量数据的处理方法。内容包括：绪论、误差的基本概念、误差的性质、测量不确定度的评定与表示、直接测量数据的处理、间接测量数据的处理、线性参数的最小二乘法处理、回归分析。各章附有习题供使用者选用。书后附有常用数据表。本书建议教学课时为54课时，如作为高职高专教材，可增加到72课时。

参加本书编写的有河北大学李金海（绪论、第一、四、五章），朱爱民、王宝军（第二章），曹锁胜（第三章）；中国计量学院顾龙芳（第六、九章）；四川技术监督学校曾达（第七、八章）。全书由李金海统稿。

本书由中国计量科学研究院原总工程师施昌彦研究员主审。

参加审稿的还有福建省计量科学技术研究所原副所长潘汉瓦高级工程师，中国计量出版社李素琴编辑。他们对书稿做了认真仔细的审阅，提出了大量宝贵的指导性意见，施昌彦先生还无私贡献出自己多年的研究成果供编者使用，使我们深深感佩于他的高尚品质。在此，我们一并表示衷心的感谢。

测量不确定度的概念相对较新，并且还在不断完善。而传统的误差理论与现行的测量不确定度概念的合理对接还是一个正在探讨的问题，加之编者水平有限，书中不足之处在所难免，敬请读者批评指正。

编 者
2003年9月

目 录

绪论	(1)
一、测量误差的概念	(1)
二、误差公理	(2)
三、研究误差理论的意义	(2)
第 1 章 误差的基本概念	(5)
第一节 测量误差术语与概念	(5)
一、量和计量单位	(5)
二、测量与计量	(7)
三、测量方法的分类	(9)
第二节 误差的定义及基本概念	(10)
一、误差的定义	(10)
二、测量误差的基本表示方法	(12)
第三节 测量误差的来源	(16)
一、测量装置误差	(17)
二、环境误差	(19)
三、方法误差	(20)
四、人员误差	(20)
五、测量对象变化误差	(21)
第四节 误差的分类	(23)
一、系统误差	(23)
二、随机误差	(24)
三、粗大误差	(24)
四、误差的相互转化	(25)
第五节 近似数的修约与运算	(25)
一、近似数的修约	(26)
二、有效数字	(28)
三、近似数的运算	(29)

习题一	(33)
第 2 章 随机误差的基本特征与处理方法	(35)
第一节 概述	(35)
一、随机误差产生的原因	(35)
二、随机误差特性	(36)
三、随机误差处理的基本原则	(36)
第二节 随机误差的分布	(36)
一、正态分布	(36)
二、非正态分布	(46)
第三节 算术平均值原理	(54)
一、算术平均值原理	(54)
二、残余误差	(54)
第四节 测量的标准偏差	(56)
一、单次测量的标准偏差	(57)
二、标准偏差的基本估计——贝塞尔公式	(59)
三、算术平均值标准偏差	(63)
四、标准偏差的其他估计方法	(65)
第五节 极限误差	(68)
一、极限误差的定义	(68)
二、单次测量的极限误差	(68)
三、算术平均值的极限误差	(70)
习题二	(71)
第 3 章 系统误差	(72)
第一节 概述	(72)
一、系统误差的定义	(72)
二、系统误差的来源	(73)
三、系统误差的主要特征	(74)
四、系统误差的分类	(74)
第二节 系统误差对测量结果的影响	(77)
一、恒定系统误差对测量结果的影响	(77)
二、变值系统误差对测量结果的影响	(78)
第三节 系统误差的发现方法	(79)
一、实验对比检定法	(80)

二、残余误差观察法	(80)
三、马列科夫准则	(82)
四、计算数据比较法	(83)
五、秩和检验法	(84)
六、 t 检验法	(85)
第四节 系统误差的一般处理方法	(86)
一、消除系统误差的措施	(87)
二、恒定系统误差的减弱和消除方法	(88)
三、变值系统误差的减弱和消除方法	(92)
四、系统误差的消除准则	(96)
习题三	(97)
第 4 章 粗大误差	(98)
第一节 粗大误差产生的原因	(98)
一、测量人员的主观因素	(98)
二、外界条件的客观因素	(98)
第二节 可疑值处理的基本原则	(99)
一、直观判断,及时剔除	(99)
二、增加测量次数,继续观察	(99)
三、用统计方法进行判别	(99)
四、保留不剔,确保安全	(99)
第三节 粗大误差的统计判别方法	(100)
一、建立粗大误差统计判别方法的基本依据	(100)
二、常用的统计判别方法	(100)
三、判别粗大误差应注意的几个问题	(106)
习题四	(107)
第 5 章 测量不确定度	(108)
第一节 测量不确定度的基本概念	(108)
一、产生背景	(108)
二、测量不确定度的定义及分类	(109)
三、测量误差与测量不确定度	(112)
四、产生测量不确定度的原因	(115)
五、测量过程的数学模型的建立	(117)
六、测量不确定度传播律	(120)

第二节	标准不确定度的 A 类评定	(121)
一、	单次测量结果实验标准差与平均值实验标准差	(121)
二、	测量过程的合并样本标准差	(123)
三、	规范测量中的合并样本标准差	(125)
四、	不确定度 A 类评定的独立性	(126)
五、	阿伦方差	(127)
六、	A 类不确定度评定的自由度和评定流程	(127)
第三节	标准不确定度的 B 类评定	(128)
一、	B 类不确定度评定的信息来源	(128)
二、	B 类不确定度的评定方法	(129)
三、	B 类不确定度评定的自由度及其意义	(135)
四、	B 类标准不确定度评定的流程	(136)
第四节	合成标准不确定度的评定	(137)
一、	输入量不相关时不确定度的合成	(137)
二、	输入量相关时不确定度的合成	(141)
三、	合成标准不确定度的自由度	(145)
四、	合成标准不确定度的计算流程	(146)
第五节	扩展不确定度的评定	(147)
一、	输出量的分布特征	(147)
二、	扩展不确定度的含义	(148)
三、	包含因子的选择	(148)
四、	扩展不确定度评定的流程	(150)
第六节	测量不确定度的报告与表示	(151)
一、	测量结果及其不确定度的报告	(151)
二、	测量不确定度的报告方式	(152)
三、	测量结果及其不确定度的有效位	(154)
四、	测量不确定度评定的总流程	(156)
习题五		(157)

第 6 章	直接测量不确定度评定	(159)
第一节	等精度直接测量不确定度评定	(159)
一、	概述	(159)
二、	等精度直接测量不确定度评定方法与步骤	(159)
三、	等精度直接测量数据处理实例	(161)
第二节	不等精度直接测量不确定度的评定	(162)

一、概述	(162)
二、权的概念及其确定	(163)
三、已知标准差时不确定度的评定	(165)
四、已知测量值权的不确定度评定	(169)
习题六	(175)
第 7 章 间接测量不确定度评定	(177)
第一节 间接测量不确定度的评定	(177)
一、间接测量标准不确定度评定的基本公式	(177)
二、间接测量标准不确定度的评定方法与步骤	(186)
三、实例	(188)
第二节 合成标准不确定度的分配	(191)
一、按等作用原则分配合成标准不确定度	(191)
二、按可能性调整分配后的不确定度	(192)
三、验算调整后的不确定度	(192)
第三节 最佳测量方案的确定	(194)
一、最佳测量函数公式的选择	(194)
二、灵敏系数最小选择	(196)
习题七	(197)
第 8 章 线性参数的最小二乘法处理	(199)
第一节 最小二乘法原理	(199)
一、测量方程与残余误差方程	(199)
二、最小二乘法原理	(200)
第二节 正规方程	(205)
一、等精度测量线性参数最小二乘法处理的正规方程	(205)
二、不等精度测量线性参数最小二乘法处理的正规方程	(210)
三、非线性参数最小二乘法处理的正规方程	(214)
四、最小二乘原理与算术平均值原理的关系	(216)
第三节 不确定度评定	(217)
一、测量数据的不确定度评定	(217)
二、最小二乘估计量的不确定度评定	(220)
第四节 组合测量数据的最小二乘法处理	(226)
习题八	(229)

第 9 章 回归分析	(231)
第一节 基本概念	(231)
一、概述	(231)
二、回归分析的主要内容	(232)
第二节 一元线性回归	(233)
一、一元线性回归方程的求法	(233)
二、回归方程的方差分析与显著性检验	(236)
三、重复实验判断回归方程拟合性	(239)
四、回归直线的简便求法	(243)
第三节 一元非线性回归	(245)
一、回归曲线类型的选取和检验	(246)
二、化非线性回归为线性回归	(250)
三、回归曲线效果与不确定度评定	(251)
第四节 多元线性回归	(253)
一、二元线性回归方程的求法	(253)
二、多元线性回归	(257)
三、多元线性回归的显著性检验与不确定度评定	(262)
第五节 线性递推回归	(263)
一、回归系数的递推计算公式	(264)
二、计算步骤	(265)
习题九	(269)
附表 1	(272)
附表 2	(274)
附表 3	(275)
主要参考文献	(278)

一、测量误差的概念

众所周知,在自然科学中,人们通过测量得到对事物的认识,没有测量就没有科学。测量是人类认识自然和改造自然的重要手段,在国民经济中起着重要的作用。然而我们对自然界的所有的量进行实验和测量时,由于参与测量的五个要素:测量装置(或测量仪器)、测量人员、测量方法、测量环境和被测对象自身都不能够做到完美无缺,使得对该量的测量结果与该量的真实值之间就存在一个差异,这个差异反映在数学上就是测量误差。

例如,用台式血压计测量人体血压,测得值的高低压分别为 16kPa 和 12kPa。分析其测量误差:由于血压计在加工、制造过程中刻度标尺不可能刻得绝对均匀和准确而存在刻线误差,贮汞瓶和测量管的内径不可能加工得绝对均匀和准确而存在容器比的误差,测量管标尺、外壳在安装过程中不可能都做到 90° 垂直而存在不垂直误差等等,使得血压计自身存在一个固有误差;血压计的设计参数采用温度 20°C ,重力加速度 9.8m/s^2 ,其实际使用环境条件根本无法满足,从而产生一个环境条件误差;用血压计测量血压要求测量者听、看、读三者同步,实际测量时要做到绝对同步是不可能的,而给测量血压带来一个测量误差;由于人眼的分辨率最多只能读出分度值的 $1/10$ (通常是 $1/5$),而给测量血压带来一个测量人员的读数误差;被测量者的血压值不仅受患者疾病因素的影响,同时还受被测量者的情绪、运动程度、测量时间等外界因素的影响,使被测量者的自身血压也在变化。基于上述这些误差因素的影响,致使测量得到的血压值与被测量者的客观实际血压值存在一定的差异,要么略高于测量结果,要么略低于测量结果。但可以断定被测量者的实际血压绝不会恰好是 16kPa 和 12kPa,这个数值上的差异就是血压的测量误差。

测量误差大小的评估或测量不确定度的评定(即测量误差范围的估计)正是误差理论与数据处理研究的内容。

二、误差公理

对某量进行实验或测量时,根据被测对象的特点和有关要求、往往可以选择不同的测量仪器、不同的测量方法、不同的测量环境、不同的测量人员来进行测量。例如测量某孔的内径可用千分尺,也可用内径百分表在自然温度下测量,还可以用准确度高的工具显微镜在恒温室内进行测量。又如测量某一物体的质量时,我们既可以用台秤、案秤、电子计价秤在自然温度下测量,也可以采用不同等级的天平在恒温条件 20°C 下进行测量,用天平测量物体质量时既可选用直接测量法,又可选用替代法或交换法进行测量。

实验证明,无论选用哪种测量方法,采用何种测量仪器,其测量结果总含有误差。即使在进行高准确度的测量时,也会经常发现同一被测对象的这一次测量和那一次测量的结果不完全相同;用这一台仪器和用那一台仪器测得的结果不完全相同;在这个环境和那个环境测得的结果不完全相同;甚至同一个测量人员,在相同的环境里,用同一台仪器进行的两次测量,其结果也不完全相同。这些现象说明,每一次测量都存在误差,且这些误差又不一定相等,以致被测对象只是一个,而测得的结果却往往不同。当测量方法先进,测量仪器准确时,测得的结果会更接近被测对象的实际状态,此时测量的误差小、准确度高。但是,任何先进的测量方法,任何准确的测量仪器,均不可能使测量误差等于零。换言之,任何测量必然产生误差,不含误差的测量结果是不存在的。测量实践证实了误差的普遍性和必然性,下述的误差公理已被人们公认不疑。

误差公理:测量结果都具有误差,误差自始至终存在于一切科学实验和测量的过程之中。

三、研究误差理论的意义

1. 确定测量误差是整个测量过程不可缺少的重要环节

对于不知其测量误差的测量结果,往往是无法应用从而也是无意义的。例如在机械加工中,对于与某个孔相配合的轴,其直径不能过大或过小,否则达不到轴孔配合的要求。假设轴的客观实际直径 X_0 。在 $9.99\sim 10.01\text{mm}$ 范围内才是合格的,否则不符合要求。现知道某根轴直径的测量结果为 10mm ,但不知其测量误差,那么这根轴是否一定符合要求呢?为此作如下分析。

当轴直径测量误差的绝对值,即测量结果(10mm)与轴的客观实际直径

X_0 的差值的绝对值不超过 0.01mm 时, 此时轴的客观实际直径 X_0 在 9.99~10.01mm 范围内, 因此是合格的。

当轴直径测量误差的绝对值超过 0.01mm 时, 此时轴的客观实际直径 X_0 超出 9.99~10.01mm 范围, 因此不合格。

由此可见, 测量结果为 10mm 的这根轴, 在不知其测量误差时, 是无法判断其合格与否的。事实上, 它可能是合格的, 也可能是不合格的, 这取决于测量误差的大小。因此, 对实验和测量数据进行科学分析, 合理进行测量误差及测量不确定度的估计, 确定其大小是误差理论研究的第一个内容。

2. 误差理论是保证和提高测量准确性的必要的理论依据

在生产中, 大量的测量工作是为了检验各种被测对象是否符合要求, 即是否为合格品。这就要求检验手段, 即所用的测量仪器和测量方法需达到一定的准确性。如误差过大就很可能将不符合标准要求的被测对象, 被误认为合格品而验收, 或者将合格的被测对象被当作不合格品而拒绝验收。

在科学研究中, 经常要求测量尽可能地减小误差, 并且将测量误差大小作为衡量研究成果的一项重要指标。特别在计量科学领域里, 计量科技水平高低的主要指标是测量误差的大小, 即测量准确度的高低。

因此, 在很多时候, 要求我们设法减小测量误差, 提高测量准确度。这就需要对误差的产生原因、误差的类型及特性进行全面的、系统的分析与研究, 从而找出减弱或消除测量误差对测量结果影响的方法与准则。这些方面也正是误差理论所包含的内容。

尽管测量误差不能完全消除, 但设法减小测量误差对测量结果的影响、提高测量的准确度是可行的。

3. 误差理论是合理选用、设计仪器的必要理论依据

我们知道, 对一个被测对象的测量, 往往可以选用不同的测量仪器。测量长度可用各种量规, 也可用卡尺、千分尺, 还可用测长仪等各种精密仪器。测量温度可用普通水银温度计, 也可用精密水银温度计, 还可用高准确度的贝克曼温度计。而这些计量器具的准确性各不相同, 所获得的测量结果的误差也各不相同。一般情况是测量的准确度越高, 测量过程就越复杂, 对仪器和测量环境越苛求, 对测量人员的技术要求也越高, 从而耗资、耗时也越多。因此, 很多测量工作, 特别在生产中大量的测量检验, 并不盲目追求高准确度, 而是在满足测量准确度的前提下, 求得测量工作简便、经济, 有较高的速度以适应生产的要求, 这就需要应用误差理论科学地、合理地选择测量器具。

在设计仪器时, 鉴于加工等原因, 有时应用近似原理, 如以线性运动近