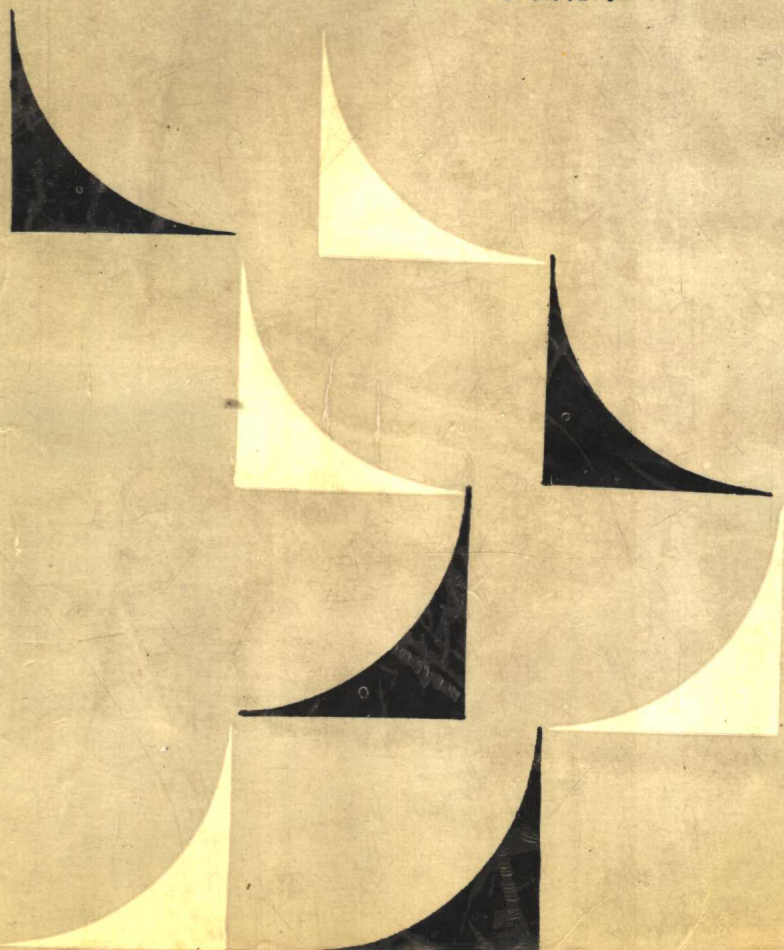


灰色系统 理论教程

邓聚龙 著

华中理工大学出版社



灰色系统理论教程

邓聚龙 著

还 期 表 期

华中理工大学出版社

灰色系统理论教程

邓聚龙 著

责任编辑 殷伯明

•

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

•

开本, 850×1168 1/32 印张, 13.625 字数: 338 000

1990年11月第1版 1992年7月第2次印刷

印数: 1 601—3 000

ISBN7-5609-0447-5/TP·39

定价: 7.50元

内 容 提 要

本书是灰色系统理论的新著。全书以灰色系统理论的分析体系、模型体系、方法体系、技术体系展开，理论严谨，层次清晰。它系统地总结了邓聚龙教授对灰色系统理论和应用的研究，在理论上作了全深化，在应用上作了广泛开拓。

灰色系统理论是横断面宽、渗透力强的新学科，已广泛应用于经济、农业、医疗、生态、气象、政法、历史、文化、教育、出版、交通、运输、管理、工业控制等几十个领域。本书可用作大学本科生与研究生的教材，对上述领域的理论和应用工作者也均有重大参考价值。

目 录

前 言

第一章 灰色系统概言

- 1.1 什么是灰色系统..... (5)
- 1.2 灰的含义..... (8)
- 1.3 灰数、灰元、灰关系..... (10)
- 1.4 灰色系统的研究特征与思路..... (10)
- 1.5 灰色系统与模糊数学、黑箱方法的区别..... (13)
- 1.6 灰色系统理论的作用..... (14)
- 1.7 灰色系统理论的研究任务..... (21)

第二章 灰色关联空间

- 2.1 因子空间..... (33)
- 2.2 影响空间..... (37)
- 2.3 距离空间..... (41)
- 2.4 灰色关联空间..... (53)
- 2.5 灰色关联扩展空间..... (63)
- 2.6 初值化的增值性与关联邻域..... (69)
- 2.7 光滑离散函数..... (72)
- 2.8 灰色关联序..... (77)
- 2.9 灰色关联分析应用实例..... (78)
- 习题..... (84)

第三章 灰色系统的生成函数

- 3.1 生成的意义及方法..... (86)
- 3.2 累加生成..... (89)
- 3.3 累减生成..... (94)
- 3.4 生成离散函数的性质..... (96)
- 3.5 累加生成灰指数律..... (101)

3.6 均值生成	(112)
3.7 级比生成	(115)
3.8 插值生成	(123)
3.9 灰色关联生成	(128)
3.10 灰数白化与白化函数	(134)
3.11 区间灰数生成	(141)
3.12 灰量的白化权函数	(144)
3.13 灰色统计	(146)
3.14 灰色聚类	(152)
3.15 灰色统计与灰色聚类实例	(158)
3.16 生成空间	(162)
3.17 感情函数	(171)
习题	(174)

第四章 灰色微分方程与GM模型

4.1 概言	(175)
4.2 灰微分方程	(176)
4.3 GM (1, 1) 模型	(189)
4.4 GM (1, 1) 模型性质	(205)
4.5 GM (1, N)模型	(215)
4.6 极小最小二乘方法在GM (1, N)建模中的应用	(226)
4.7 其他GM模型	(245)
4.8 离散的GM模型	(259)
习题	(264)

第五章 灰色预测

5.1 灰过程	(266)
5.2 灰色预测的因子问题	(289)
5.3 灰色模型有关定义	(290)
5.4 五种灰色预测	(294)
5.5 灰平面与置信区间	(314)
5.6 规划模型	(317)
5.7 加有激励的预测模型	(324)

5.8 带有线性时间项的GM (1, 1) 模型.....	(326)
5.9 跳变灰过程的综合建模.....	(329)
5.10 灰模型场.....	(343)
5.11 灰色预测实例.....	(358)
习题.....	(378)

第六章 灰色系统的决策理论与方法

6.1 正算子介绍.....	(379)
6.2 灰色局势决策.....	(382)
6.3 灰色分派规划.....	(404)
6.4 层次决策.....	(409)
6.5 灰色线性规划.....	(413)
6.6 灰色决策应用实例.....	(420)
习题	(424)

前 言

灰色系统理论，从1982年到现在，经几年的发展，已初步形成以灰色关联空间（简称灰关联空间）为基础的分析体系，以灰色模型（简称灰模型）GM为主体的模型体系，以灰色过程（简称灰过程）及其生成空间为基础与内涵的方法体系，以系统分析、建模、预测、决策、控制、评估为纲的技术体系。本书基本上是按上述体系撰写的第一本灰色理论的书。

系统由主行为与因子构成。信息不完全，关系不明确，就难以用一般方法分析。灰色系统理论提出了灰关联空间，在此空间建立的是非函数型的序模型，以克服一般统计方法追求大样本，渴望典型分布，计算工作量大，有时与定性分析相径庭的弱点。灰关联空间，是升华了的信息空间。事实上，距离是信息，影响是信息，关系是信息。系统因子的存在，也是一种信息的存在，因子空间是因子的信息空间。所以本书第二章按因子空间到距离空间，进而演化到灰关联空间的线索，明确了灰关联空间的要点，并将它归结为“规范性”、“偶对对称性”、“整体性”、“接近性”等四条公理。基于这四条公理，提出了有参考系、有环境，体现整体量化比较的信息组合型灰关联序模型，即所谓灰关联系数与灰关联度。实质上，灰关联序模型是一种影响测度模型，动态整体接近模型。以往处理接近测度，是通过距离或邻域与开集，或者说一般是基于距离空间或拓扑空间来论述接近测度的。距离空间，给“接近”规定了明确的数量测度，然而只适合点接近（且为点到点的接近）；拓扑空间是邻域的接近，整体的接近，然而没有给“接近”以数量的测度。而灰关联空间，既是整体接近，又兼备“接近”的数量测度。因此，它是以信息传递

为基础，以升华为距离为量度，以整体接近为核心的一种关联框架；它是信息空间、距离空间、拓扑空间的融通和渗透；它是这三者的升华。

信息不完全，是灰色系统的特征。信息不完全意味着数据有限。因此信息不完全的理论，也就是少数据的分析研究理论。少数据中，要求包含现实信息。由包含现实信息的少数数列所表现的规律，称现实规律。所以，在使命上灰色系统理论与数理统计方法的区别在于：前者致力于现实规律的探讨，后者致力于统计历史规律的研究。现实规律中数值的变化与时间的特征，称值分布与时间分布。值分布与时间分布限于某个区间的过程，是灰过程。本书第三章阐述了通过累加生成（AGO）开拓发现现实规律、处置灰过程等内容；阐述了以行为数据为坐标，以生成向量为基底所张成的生成空间。其中累加生成灰指数律，既是灰色建模的基础，又是灰色系统理论中的重要科学见解。此外，本章还论述了用于灰关联分析、决策等的其他生成。

灰色系统建模的任务是少数据建模，目标是微分方程模型，要求是动态信息的利用、开发和加工。一般来说，微分方程只适合连续可导函数。本征灰色系统面对的是数列，不是连续函数，这样明显的鸿沟如何跨越呢？本书第四章通过分析发现一般微分方程均满足三个条件：即导数的形成基于信息密度无穷大；导数的成分构成一个集合（称背景值集），背景值到导数具有平射关系。在数列的基础上构成的模型，要完全满足这三个条件是不可能的，然而却可能近似地满足。近似地满足这三个条件的方程称灰微分方程，或拟微分方程，也就是灰模型GM。此外，第四章还研究了GM模型的形式、性质、作用和意义。比如GM(1,1)模型的发展系数 a ，在 $(-\infty, -2)$ ， $(2, \infty)$ 内是禁止的，这是 a 的禁区；GM模型通过新陈代谢的数据选取，可以获得模型对行为参数、行为数据变化的适应性；GM模型无论其参数与结构均具有可调性，呈现灰性；GM模型兼有微分与差分的性

质，但既不是完全的微分又不是完全的差分，而是二者兼备。

许许多多本征灰系统，是广义的能量系统。社会系统是能量系统，经济系统是能量系统。此外，生态、农业、能源、交通等均均为能量系统。能量系统的特征是惯性，“质量”大，“能量”大的系统，在状态运动的邻域内，具有难以改变的轨道。这一客观事实为预测的客观性与可检验性奠定了基础。灰色系统采用GM(1,1)模型对状态的自然(惯性)发展进行预测，称灰色数列预测。本书第五章除提到数列预测的意义外，还研究了拓扑空间属性与多重预测值其可信度的关系。此外，本章还在灰过程的时间分布具有光滑离散性的前提下，提出了灾变预测、季节灾变预测等。还论述了从数列预测派生出来的系统预测。

决策的直观认识，是对策与事件匹配效果的观测、评估与择优问题。确定一个或几个符合预定目标的满意对策，以对付事件的发生，便是决策。灰色系统理论称决策与事件的二元组合为局势。一般来说，事件与对策无论内涵与外延均非完全清楚明了的，是灰的；事件与对策的组合是非唯一的，具有“开”性、“点集拓扑”性。因此只有建立在拓扑空间的决策，含灰性的决策，才是思维比较周密的决策。一个大型决策，具有多极决策单元，信息可协调、决策意愿有灰关联的决策，基于灰色统计、聚类、灰关联等手段所作的决策，是灰层次决策。现有数学规划，是以条件、边界、环境确定为前提的。然而，社会的发展影响，环境的改变，科技的进步，会促使边界的开拓、技术的改进，促使条件的转化。结合灰色预测以处置边界的漂移和环境的变迁，通过灰数的引入以处置条件的转化，这样便形成了灰色数学规划。本书第六章阐述了这几种灰色决策的基本内容、方法与思路。

限于篇幅，本书对灰评估、灰色预测控制没有给予足够的篇幅，或没有涉及。但愿在今后的其他著作中能加以弥补。

本书为了给概念的内涵与外延以科学的阐述，给规律、关系、理论赋予普遍性的品格，在行文中采用定义、定理、命题等

数学描述的方式，为了赋予概念、理论以实践性的品格，力求用方法来充实理论框架，为了给方法注入活力，列举了大量实例。以此努力做到理论与实践并重，方法与概念兼备。本书的问世，与殷伯明讲师艰辛、细致的劳动是分不开的。

邓聚龙

1989年9月

第一章 灰色系统概言

1.1 什么是灰色系统

控制论学者艾什比用黑箱 (Black Box) 形容内部信息缺乏的对象和系统。为此, 我们用“黑”表示信息缺乏, “白”表示信息完全。信息不充分、不完全称为“灰”。信息不完全的系统, 称为灰色系统或简称灰系统 (Grey System)。

“信息不完全”, 一般指

- 1° 系统因素不完全明确,
- 2° 因素关系不完全清楚,
- 3° 系统结构不完全知道,
- 4° 系统的作用原理不完全明了。

因此, 因素明确、关系清楚、结构知道、作用原理明了的系统是白 (色) 系统。比如, 某人向银行“存入款” u , 经一定时间全部取出, 得“提取款” x , 则 x 与 u 以及利息比 ρ 之间, 便可看作是白关系或白系统。该系统的基本结构如图1.1所示, 基本关系为



$$x = \rho u,$$

此关系中, 存入款 u 是系统的输入量, 提取款 x 是输出量, 利息比 ρ 为系统的传递函数。若令 k 时段的存入款为 $u(k)$, $k+1$ 时段的提取款为 $x(k+1)$, 便有相应的序列 u 及 x ,

$$u = (u(1), u(2), \dots, u(n)),$$

$$x = (x(1'), x(2'), \dots, x(n')),$$

$$k = 1, 2, \dots, n,$$

$$k' = k + 1, k' = 1', 2', \dots, n',$$

以及相应的映射 M ,

$$\begin{aligned} M &: u \rightarrow x, \\ M(u) &= (M(u(1)), M(u(2)), \dots, M(u(n))) \\ &= (\rho u(1), \rho u(2), \dots, \rho u(n)) \\ &= (x(1'), x(2'), \dots, x(n')). \end{aligned}$$

映射 M 是 1-1 的、满的、可逆的，因此是同胚的。

此系统的特点是：

1° 系统因素完全明确：存入款 u 、提取款 x ；

2° 因素关系完全清楚：即 u 到 x 有同胚映射；

3° 系统结构完全知道：即 $u(k)$ 与 $x(k+1)$ 有确定的比例关系；

4° 系统作用原理明了：即利息比 ρ 必大于 1，存入款 u 经一定时刻后按比例 ρ 增值。

显然，此系统是白色系统。

又比如，考虑输入电压 U 与输出电流 I 的纯电阻系统，按照欧姆定律，电压 U 与电流 I 满足下述关系

$$U = IR,$$

式中， R 为电阻。由于从 U 到 I 也具有同胚映射，因此该系统也是白色系统。不过，存款系统是没有物理原型的白色系统，而电阻系统则是具有物理原型的白色系统。

一个受噪音干扰的技术系统是具有物理原型的灰色系统，社会系统、经济系统、生态系统等抽象系统，是没有物理原型的灰色系统，或者称为本征性灰系统。相应地，前者则为非本征性灰系统。

作为一个受噪音干扰的技术系统，具有下述特征：

1° 若噪音是白色的，则关系较明确；噪音有色，则关系不明确。

2°统计特征值完全的，关系较明确；统计特征值不完全的，关系不明确。

3°样本多的，关系易明确；样本少的，关系难明确。

4°概率分布已知的，关系较易明确；概率分布不确定的，关系难明确。

5°高斯分布的，关系较易明确；否则不易明确。

一般，一个受噪音干扰的系统是灰色系统，如果

1°噪音因素不明确。

2°噪音与噪音，噪音与主行为，噪音幅值与时间等关系不易弄清楚。

3°噪音与主行为的数量关系是不易确定的，即结构不完全知道。

4°噪音是怎样产生，如何作用的不易弄清楚，因此作用原理不明了。

人体是一个系统，虽然部分外部信息（身高、体重等）与部分内部信息（血压、脉搏等）是已知的，然而有大量信息是难以获得的，不清楚的。比如，人体运行的生物机制不完全清楚，人体的生物功能有待认识深化和开拓；人体信息的存在形式与传递渠道，不完全了解；人体（微观）的生物结构尚待探讨；人体的病理、病变有待研究；有关人体的许多问题，如：

人体特异功能具有什么内涵和外延？

疑难病症，象爱滋病、癌症等如何产生、发展、诊断、治疗、预防、控制？等等，都处于朦胧认识阶段。

所以人体系统是具有物理原型的灰系统。

社会系统、经济系统、生态系统等抽象系统，因为没有物理原型，所以信息是否完全难以判断，建立的模型也非唯一，且模型与原系统只是同构关系，系统行为数据一般是离散的，不是连续的，更不是函数型的；人们对系统的认识具有意识性、观念性，这样的系统显然是灰的。这类系统由于因素繁多、关系复

杂、结构庞大，人们常称之为大系统，并企图用数学和控制理论等手段来寻求精确的、唯一的解。然而，许多事实表明，这样的结果并不理想，要不是由于系统过于庞大而得不到解，要不就是环境改变导致解的改变，使优化解蜕变为非优解，甚至劣性解。其所以会出现这种情况，我们认为主要是对系统本质的认识与理解问题。灰色系统理论认为系统的庞大性、复杂性仅仅是“标”，而不是“本”，系统的“本”是灰性。承认灰性，研究灰性，是灰色系统理论的宗旨。比如，中国作为一个经济系统，是庞大的、复杂的大系统，现正处于改革、开放过程，处于社会主义初级阶段，处于新旧体制交替的时区。我们认为“初级阶段”、“新旧体制交替”正是灰性的表现。因此与其用过于“严密”的数学推导去获得一个唯一解，用过于复杂的控制理论去寻求最优解，还不如在初级阶段的社会、经济规范内，通过现实的数据去探索满意解。也就是探索具有现实依据的，可经实践检验的，反映基本情况、基本关系、基本规律的，且又具有可完善的、可深化的解。总之，对于涉及到科技、经济和生产发展的一些重大而又复杂的问题，不应该不切实际地追求统一的、单一的解决方案和发展模式，而应该立足于实践去寻求各种可能的、切实可行的解决方案。

1.2 灰的含义

“信息不完全”是灰的基本含义。但在不同场合，可将“灰”引申为别的含义，见表1.1。

表1.1是“灰”的一些引申含义。其中信息不完全性（部分性）与非唯一性是“灰”的主要含义，人们在认识世界与改造世界的过程中常常自觉或不自觉地通过已经掌握的部分信息对事物作整体剖析，通过对少量已知信息的加工并延伸，扩展到对系统

表1.1

	白	黑	灰
从表象看	明朗	暗	若明若暗
从过程看	新	旧	新旧交替
从性质看	纯	不纯	多种成分
从信息看	完全	不完全	部分完全
从结果看	唯一的解	无数的解	非唯一性
从态度看	肯定	否定	扬弃
从方法看	严厉	放纵	宽容

进行处置。人们在开创新局面寻找优化对策时，往往有意无意地运用“非唯一性”来探讨各种有效途径，获取最佳效果。比如，医生治病是通过“部分信息”对人体整体进行剖析、诊断，对疾病进行治疗的实例。又比如，中医与西医在获取信息的手段，在对人体运行机制的认识，对疾病治疗的途径方法上都不同，可是同一种病，往往既可用中医治疗，也可用西医处置，这表明医学解的非唯一性，这表明非唯一性原理的实效性。

“信息非完全”原理的运用，是“少”与“多”的辩证统一，是“局部”与“整体”的转化。

“非唯一性”原理，在决策上的体现是灰靶思想。灰靶是目标非唯一与目标可约束的统一，是目标可接近，信息可补充，方案可完善，关系可协调，思维可多向，认识可深化，途径可优化的表现。或者说：“非唯一性”在决策方面的体现是决策多目标，方法多途径，处理态度灵活机动；“非唯一性”在计划方面的体现是计划具有可调性，效果具有可塑性。

“非唯一性”的求解过程，也是定性与定量结合的求解过程。面对许多可能的解，需要通过信息补充、定性分析，以确定一个或几个满意解。定性与定量分析相结合的求解途径，是灰色系统的求解途径，然而也往往是数学科学中采用的方法。比如一个高阶代数方程的根是非唯一的，其根的性质是多种多样的，究

竟哪种性质的根有意义（可采纳），就需要作定性分析。一个质量问题，只允许正实根；一个能量问题，正负实根均可以，但不允许有复根、虚根；一个交流电路问题，则任何性质的根均可以。

1.3 灰数、灰元、灰关系

灰数、灰元、灰关系往往是灰色现象的特征，是灰色系统的标志。

灰数，是指信息不完全的数。“这个人的年龄18岁左右”，18岁左右便是灰数，可记为 $\otimes(18)$ （读为“灰18”），这是由于人们对这个人的年龄缺乏了解，对其确实的出生年月缺乏信息。此外，如气温在 $15\sim 20^{\circ}\text{C}$ 之间，记为 $\otimes(\tau) \in [15, 20]$ ；商品的价格在10元以下，记为 $\otimes \in (0, 10)$ ；等等均为灰数。

灰元，是指信息不完全的元素。货币是灰元。货币有两种功能：流通手段与价值尺度。无论货币作为流通手段或是价值尺度，均是不确定的。比如10元钱代表多少商品，并不确定，它可以因时而异，因地而异，因情况而异，10元钱代表多少工资，也是因人而异，因时而异，因地而异。此外，如令箭、古文物、邮票等均为灰元。总之，经过某种命定后，即具有某种特殊价值，特殊功能的元素、物品均为灰元。

灰关系，是指信息不全的关系。如多种经济成分并存的经济关系，一国两制的政治关系，一种商品的价格浮动导致其他商品价格波动的“撞击关系”等均为灰关系。

1.4 灰色系统的研究特征与思路

灰色系统既然以“灰元”、“灰数”、“灰关系”为特征，那么对灰色系统作量化研究，是否只能以灰数为基础呢？回答是否定的，因为灰色系统与其说是研究对象的不同，倒不如说是研