

桥梁结构优化设计基础

李志文 等编

人民交通出版社

桥梁结构优化设计基础

还 期 表

人 民 交 通 出 版 社

内 容 提 要

本书主要介绍结构优化设计基础知识,并汇集了十多种结构优化计算方法。书中以桥梁结构为例介绍了最优设计基本原理,列举了梁、杆系桥梁结构、拱轴线等最优设计数学模型和采用各优化方法的综合算例。上述原理和优化计算方法也适用于其他一般结构,例如:板、框架、桁架等。

本书可供从事公路、铁路、城市和林业道路桥梁设计的技术人员和科研人员学习,亦可供工业与民用建筑的技术人员和有关院校师生参考。

桥梁结构优化设计基础

李志文 等编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.125 字数: 202 千

1982年1月 第1版

1982年1月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—4,100 册 定价: 1.40元

前 言

几年来，我国桥梁设计计算在利用电子计算机方面取得了可喜的成绩，一些结构复杂的桥梁，过去用简单的计算工具进行设计时，必需完成巨大的计算量和付出很长的时间，现在用电子计算机可以方便、迅速地作出相当精确的设计，使设计计算能力提高一大步，并且，还能够对若干设计者预先拟定的方案进行比较，甚至已经开始利用电子计算机自动地从许多可能方案中寻找最优的方案。

国外从六十年代就开始了桥梁结构优化设计的研究，这种优化设计可以利用电子计算机自动完成设计，并达到设计者预先所拟定的一些目标，诸如：工程量少、刚度好、造价低、形状好等，还可以优化施工工艺，使其工期最短等。优化设计是具有明显经济价值的一种设计方法。几年来，我们在这方面也开展了一些研究工作，有了一些初步的成果，体会到优化设计是值得提倡的。

目前，桥梁结构优化设计仍然处于继续研究和开发的阶段。因此，本书只能介绍一些桥梁结构优化设计的基础知识和一些可供实用的方法。全书共分四章，第一章介绍结构计算程序初步知识，以及结构设计常用的一些力学与数学方法，大部分配有源程序并加旁注或框图，作为公式整理、矩阵运算、程序设计的基本练习；第二章介绍数学优化方法的基本概念，并提供了在第三、四章中以及今后可以选用的十多种算法，附有简单框图；第三章介绍公路桥梁常规设计，以平面杆系有限元法为依据，进行桥梁恒载计算、温度计

算、活载计算、以及特殊节点的处理；第四章介绍结构最优设计基本原理，构件、梁、杆系桥梁结构，拱轴线等最优设计的数学模型和算例。

桥梁结构优化设计需要力学、数学和程序设计三者熟练的结合，这是正在研究发展中的一个重要的设计领域；由于方法和程序较难，需要用电子计算机。但是，一旦掌握了优化设计的基本原理，即使没有条件进行优化计算，也有可能修改出比较好的设计方案，这对设计者来说是十分有益的。

本书以桥梁结构最优设计为主题，显然，这里所介绍的优化设计原理同样适用于一般结构，如承受静荷载的梁，板，框架，桁架的最优设计。

卢安固同志参加了本书的部分编写工作。

在优化设计的研究过程中，我们曾得到西安交通大学游兆泳教授和中国科学院席少霖、赵凤治副研究员的热情指导与帮助，在本书编写过程中还得到彭兵前、刘先荣的协助，李照菊等完成了本书的描图工作。在此谨向以上各位致以衷心的感谢！

由于我们水平有限，经验也少，本书一定存在不少缺点和错误，望读者批评指正。

1979.5.

目 录

第一章 结构计算程序初步	1
1-1 杆件的数学描述	1
1-1-1 节点位置与位移表示	1
1-1-2 杆件元位置与端点位移	5
1-1-3 杆件元几何常数计算	6
1-1-4 已知杆件两端节点位移, 求杆件变形曲线	8
1-2 力的分解	18
1-2-1 外力作用在节点上	19
1-2-2 均布力作用在杆件上	19
1-2-3 集中力作用在杆件上	23
1-3 线性方程组的求解	26
1-3-1 高斯消去法	26
1-3-2 简单迭代法	31
1-4 高次代数方程的数值解法	42
1-4-1 迭代法	42
1-4-2 牛顿法	46
1-4-3 弦截法	51
1-5 数值积分	56
1-5-1 矩形公式和梯形公式	57
1-5-2 辛普生公式	59
1-6 综合算例	64
第二章 最优化方法	73
2-1 引言	73
2-2 极值理论简介	74

2-2-1	一元函数的极值问题	74
2-2-2	二元函数的极值问题	78
2-2-3	等高线	82
2-2-4	N元函数的极值问题	84
2-2-5	极小、最小和函数的凸性	87
2-3	迭代法简介	94
2-4	一维无约束极小化算法	96
2-4-1	穷举法	96
2-4-2	格点法	97
2-4-3	平分法	97
2-4-4	0.618法	101
2-4-5	分数法	104
2-4-6	一维搜索法	110
2-4-7	抛物线法	111
2-4-8	牛顿法	113
2-5	高维无约束极小化问题的解法	116
2-5-1	最速下降法	116
2-5-2	牛顿法	122
2-5-3	DFP变尺度法	124
2-5-4	模式搜索法	129
2-6	高维有约束极小化问题的解法	133
2-6-1	线性规划法(LP)	133
2-6-2	线性约束条件下的线性逼近的方法(SLP)	139
2-6-3	外点法(SUMT方法之一)	140
2-6-4	内点法(SUMT方法之二)	142
2-6-5	工程优化问题与优化算法	145
第三章	桥梁结构设计计算	147
3-1	有限元法的基本概念	147
3-1-1	杆系结构分析	147
3-1-2	连续体分析	154

3-2 平面杆系有限元法	157
3-2-1 引论	157
3-2-2 整体坐标系与局部坐标系	158
3-2-3 杆件元节点力和节点位移的表示	160
3-2-4 杆端变形与杆端力的表示	164
3-2-5 杆件元的刚度矩阵	165
3-2-6 从结构的节点位移到杆件变形的变换	170
3-2-7 结构刚度矩阵	173
3-2-8 结构刚度矩阵的生成	174
3-2-9 节点力的计算	182
3-2-10 结构刚度方程的求解	185
3-2-11 内力与应力	188
3-3 桥梁恒载计算	190
3-3-1 结构的计算简图	190
3-3-2 位移约束的处理	191
3-3-3 施加位移的处理	194
3-3-4 温度应力计算	196
3-3-5 按施工过程计算恒载内力	196
3-4 桥梁活载计算	198
3-4-1 影响线的生成	198
3-4-2 非线性规划的方法	201
3-4-3 动态规划的方法	209
3-4-4 活载算法讨论	213
第四章 桥梁结构最优设计	216
4-1 基本概念	216
4-2 构件的最小重量设计	222
4-2-1 受弯工形断面	223
4-2-2 受轴向压力的箱形断面	224
4-2-3 受弯矩、轴向力、剪力的工形断面	224
4-3 梁式构造物的最优设计	225

4-3-1	工形梁的最小重量设计的数学模型	225
4-3-2	工形梁的最小费用设计	228
4-4	平面杆系结构的最小体积设计	237
4-4-1	一般式	237
4-4-2	设计变量	238
4-4-3	状态变量	238
4-4-4	目标函数	239
4-4-5	目标函数与状态变量的线性化	239
4-4-6	影响系数	241
4-4-7	平面杆系结构最小体积设计算例	244
4-5	最优拱轴线的设计方法	250
4-5-1	引言	250
4-5-2	最优拱轴线的数学模型	252
4-5-3	三次样条函数的力学背景	258
4-5-4	线性规划问题的最优解	260
4-5-5	关于最优拱轴线的调整	263
4-5-6	源程序框图	265
4-6	综合优化设计算例——肋拱桥设计计算	268

第一章 结构计算程序初步

本章叙述桥梁结构分析中常用的一些力学与数学方法的程序设计，以作为公式整理，矩阵运算与程序设计的基本练习。源程序用 DJS-6 机 ALGOL60 算法语言来编写，并给适当的旁注或框图，这些程序是从实用桥梁设计程序中摘出经简化而成，对初学者，这是有益的。凡没有学习过上述算法语言的读者，请先阅读参考文献^[22]。对于已具备了程序设计基础的读者，本章内容仍需适当了解。本章涉及的计算公式，多数是结构力学和计算数学书中已有的，这里稍加推导或直接引用，并加工成便于程序设计的表达形式。

1-1 杆件的数学描述

对一个结构进行分析设计时，总需要一个或一些计算简图，使其基本能反映结构的形状、连接状态和主要受力状态以及边界条件。当计算简图选定之后，如何用数学来描述，使得它的程序设计简单，容易实现，计算精度高，这就是一个很重要的问题。今后，杆件是讨论的基本单位，因此，本节首先对杆件的数学描述作一些讨论。

1-1-1 节点位置与位移表示

在杆系结构分析中，常称杆件交汇点为节点。设有一节点 i ，如图 1-1 那样，其位置是用所在座标系 $\{oxy\}$ 中的座标 (x_i, y_i) 来表示。一般地说， i 点有三个自由度，即沿 x

轴、y 轴方向的线位移 Δ_{ix} 、 Δ_{iy} ，与绕 i 点的角位移 θ_i ，可以写成矩阵形式

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} \Delta_{ix} \\ \Delta_{iy} \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

来表示，并称之为位移矩阵。

今后规定， Δ_{ix} 、 Δ_{iy} 的符号以与座标轴方向一致为正， θ_i 的符号以顺时针为正。

设另一节点 i' ，如图 1-2 所示，它在座标系 $\{oxy\}$ 中的座标是 (x_i', y_i') ，在座标系 $\{i\bar{x}\bar{y}\}$ 中的座标是 $(\bar{x}_i', \bar{y}_i')$ ，而 $i\bar{x}$ 轴与 ox 轴夹角为 α ，那么，由几何关系可知，节点 i' 在两个座标系中座标有如下关系

$$\begin{aligned} \bar{x}_i' &= \cos \alpha (x_i' - x_i) + \sin \alpha (y_i' - y_i) \\ \bar{y}_i' &= -\sin \alpha (x_i' - x_i) + \cos \alpha (y_i' - y_i) \end{aligned}$$

或写成

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_i' \\ \bar{y}_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i' - x_i \\ y_i' - y_i \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

其中矩阵

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

叫做座标变换矩阵。

设节点 $i(x_i, y_i)$ 经位移 $[\Delta_{ix}, \Delta_{iy}, \theta_i]^T$ 到达 $i'(x_i', y_i')$ ，显然 $\Delta_{ix} = x_i' - x_i$ ， $\Delta_{iy} = y_i' - y_i$ ，而用 $[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta]^T$ 表示 i 点在座标系 $\{i\bar{x}\bar{y}\}$ 中的位移，则有 $\Delta_{i\bar{x}} = \bar{x}_i'$ ， $\Delta_{i\bar{y}} = \bar{y}_i'$ ，又由于角位移值不因座标系的选择而改变，即 $\beta_i \equiv \theta_i$ ，所以有下面关系式

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{i\bar{x}} \\ \Delta_{i\bar{y}} \\ \theta_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{ix} \\ \Delta_{iy} \\ \theta_i \end{Bmatrix} = w_i \Delta_i \quad (1-3)$$

矩阵

$$w_i = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

叫做位移变换矩阵。

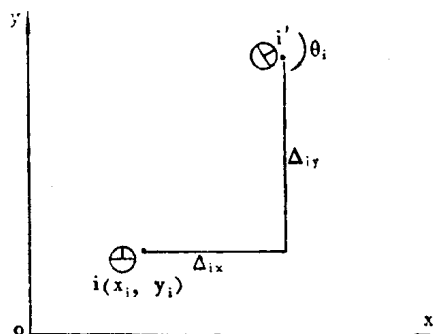


图 1-1

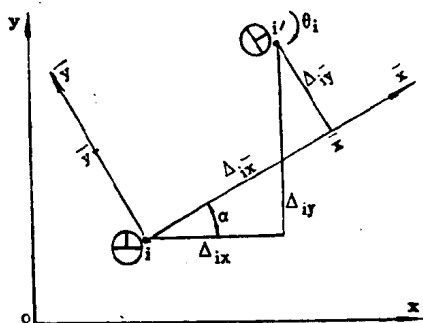


图 1-2

下面用源程序来实现节点位移的变换：已知节点 i 在坐标系 $\{oxy\}$ 中有位移 $[\Delta_{ix}, \Delta_{iy}, \theta_i]^T$ ，坐标系 $\{\bar{i}\bar{x}\bar{y}\}$ 的 $\bar{i}\bar{x}$ 轴与 ox 轴夹角为 α ，求节点 i 在坐标系 $\{\bar{i}\bar{x}\bar{y}\}$ 中的位移阵

$[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta_i]^T$ 。

源程序

```
'BEGIN'
'INTEGER' I, J,
'REAL' AL,
'ARRAY' WY1[1:3],
        WY2[1:3],
        R[1:3, 1:3],
READR(AL),
INPUT(WY1),

R := 0;

R[1,1] := R[2,2] := cos
(AL),
R[1,2] := SIN(AL),
R[2,1] := -R[1,2],
R[3,3] := 1,
'FOR' I := 1 'STEP' 1
'UNTIL' 3 'DO'
'FOR' J := 1 'STEP' 1
'UNTIL' 3 'DO'
WY2[I] := R[I,J] * WY1
[J],
OUTAR(WY2)

'END'

x x x
```

开始

整型工作单元

存放 α

存放 $[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \theta_i]^T$

存放 $[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta_i]^T$

存放 w_i

输入 α

输入位移阵 $[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}},$
 $\theta_i]^T$

数组 R 所有元素赋

0 值

以上四句生成 w_i

生成位移阵

$[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta_i]^T$

快打输出位移阵

$[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta_i]^T$

结束

1-1-2 杆件元位置与端点位移

任一杆系结构都是由单位杆件组成的，对于平面杆系，我们取一杆件 e 作为一般结构的一个基本单元，不妨叫它杆件元，并用其轴线来代表它（见图1-3），其位置是用两端相连接节点 i, j 所在坐标系 $\{oxy\}$ 中的座标

$$(x_i, y_i, x_j, y_j) \quad (1-5)$$

来表示。

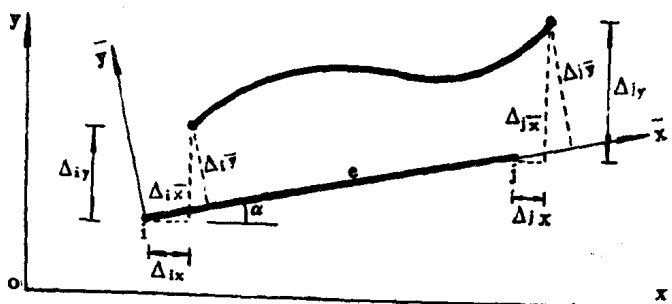


图 1-3

以节点 i 为原点， ij 直线为 $\bar{x}$ 轴作局部坐标系 $\{i\bar{x}\bar{y}\}$ ， $i\bar{x}$ 与 ox 夹角为 α 。设杆件 e 发生了位移，其两端点 i, j 的位移在局部坐标系 $\{i\bar{x}\bar{y}\}$ 与整体坐标系 $\{oxy\}$ 的值分别用 $[\Delta_{i\bar{x}}, \Delta_{i\bar{y}}, \beta_i, \Delta_{j\bar{x}}, \Delta_{j\bar{y}}, \beta_j]^T$ 与 $[\Delta_{ix}, \Delta_{iy}, \theta_i, \Delta_{jx}, \Delta_{jy}, \theta_j]^T$ 表示，如图 1-3 所示，由几何关系可知，它们之间有如下关系式：

$$\begin{bmatrix} \Delta_{i\bar{x}} \\ \Delta_{i\bar{y}} \\ \beta_i \\ \Delta_{j\bar{x}} \\ \Delta_{j\bar{y}} \\ \beta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_i \\ \bar{\Delta}_j \end{bmatrix} = [w_i, w_j] \begin{bmatrix} \Delta_i \\ \Delta_j \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{ix} \\ \Delta_{iy} \\ \theta_i \\ \Delta_{jx} \\ \Delta_{jy} \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

注意，其中转角不因座标的选择而改变。

1-1-3 杆件元几何常数计算

设杆件元 e 两端节点编号为 i, j 。而 i, j 在整体坐标系 $\{oxy\}$ 中的座标分别为 (x_i, y_i) , (x_j, y_j) ，杆轴 ij 与 ox 轴夹角为 α ，如图 1-4 所示。

设杆件元 e 断面为矩形，其尺寸是：宽 B ，厚 H ，如图 1-5 所示。

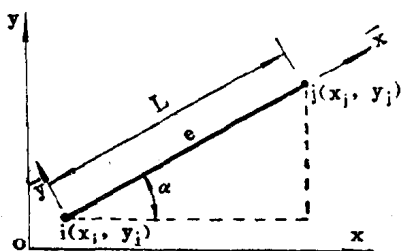


图 1-4

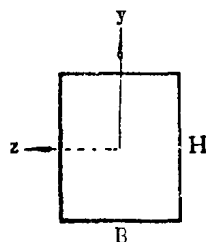


图 1-5

工程计算中，常需计算杆件元 e 的几何常数：杆长 L ， $\sin\alpha$ ， $\cos\alpha$ ，截面积 A ，抗弯模量 W ，惯矩 I 。

由几何关系可得：

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (1-7)$$

$$\sin\alpha = \frac{y_j - y_i}{L} \quad (1-8)$$

$$\cos \alpha = \frac{x_1 - x_i}{L} \quad (1-9)$$

$$A = B \cdot H \quad (1-10)$$

由材料力学可得:

$$W = \frac{B \cdot H^2}{6} \quad (1-11)$$

$$I = \frac{B \cdot H^3}{12} \quad (1-12)$$

下面用源程序来实现这些计算:

'BEGIN'	开始
'REAL'X1,XJ,YI,YJ,B,H,	存放初始数据 $x_1, x_i,$
	y_1, y_i, B, H
L,ZX,YX,AE,IE,WE,	存放计算结果
READR(XI,XJ,YI,YJ,B,	输入初始数据
H),	
ZX:=YJ-YI,	计算: $y_1 - y_i$
YX:=XJ-XI,	$x_1 - x_i$
L:=SQRT(ZX*ZX+YX	
*YX),	L
ZX:=ZX/L,	$\sin \alpha$
YX:=YX/L,	$\cos \alpha$
AE:=B*H,	A
WE:=AE*H/6,	W
IE:=WE*H/2,	I
OUTPUTR(L,ZX,YX,AE,	快打输出结果
WE,IE)	
'END'	结束
XXXX	

1-1-4 已知杆件两端节点位移，求杆件变形曲线

设杆件元 e 两端节点 i, j 在整体坐标系 $\{oxy\}$ 的座标为 (x_i, y_i, x_j, y_j) ，已知节点 i, j 的位移为 $[\Delta_{ix}, \Delta_{iy}, \theta_i, \Delta_{jx}, \Delta_{jy}, \theta_j]^T$ ，求杆件元 e 的变形曲线，下面分四步推导。

1. 由节点位移求杆端变形

用 d'_{ii} 表示由节点 i 的位移引起的 i 端变形（如图1-6所示），这里第一个脚标 i 表示 i 端的变形，第二个脚标 i 表示变形是由节点 i 的位移引起的， d'_{ii} 、 d'_{ji} 、 d'_{ij} 的意义类同。而 n_i 、 n_j 分别表示节点 i, j 的位移引起的轴向变形，而用 d_i 、 d_j 、 n 表示由于节点 i, j 的位移引起的杆端总变形，则有 $d_i = d'_{ii} + d'_{ji}$ ， $d_j = d'_{ji} + d'_{ij}$ ， $n = n_i + n_j$ ，这里规定 d_i 、 d_j 以连接 i, j 两节点的直线为参考线，顺时针方向为正， n 以缩短为正。

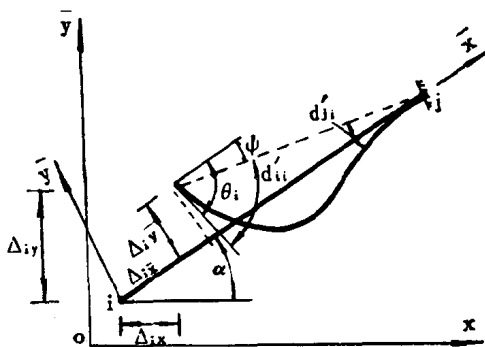


图 1-6

如图1-6所示，由前节可知：

× × ×