帮你学奥数

小学奥数与华杯赛通用

xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng

小学奥数超级教程

朱华伟 编著

小学三年级

CHAOJIJIAOCHENG

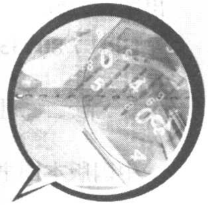
开明出版社

帮你学奥数

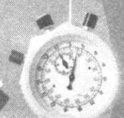
小学奥数与华杯赛通用

奥

xiaoxueaoshuchaojijiaocheng xiaoxueaoshuchaojijiaocheng



小学奥数超级教程



朱华伟 编著

CHAOJIJIAOCHENG

小学三年级

开明出版社

图书在版编目（CIP）数据

“帮你学奥数”小学奥数超级教程．小学三年级卷/朱华伟编著．北京：开明出版社，2004.1

ISBN 7-80133-723-9

Ⅰ.帮...　Ⅱ.朱...　Ⅲ.数学课—小学—教学参考资料　Ⅳ.G624.507

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 107643 号

策　　划　焦向英
项目执行　柴　星　赵　菲
责任编辑　林水平

帮你学奥数

小学奥数超级教程——小学三年级卷

编著　朱华伟
出版　开明出版社（北京海淀区西三环北路 19 号）
印刷　三河市富华印刷包装有限公司
发行　新华书店北京发行所
开本　880 × 1230 毫米　1/32 开
印张　6.5
字数　175 千
版次　2004 年 1 月第 1 版　2004 年 1 月第 1 次印刷
书号　ISBN 7 - 80133 - 723 - 9/G · 645
印数　00 001 ~ 20000 册
定价　8.00 元

前　　言

数学被誉为科学的皇后。在人类文明的历史长河中，中华民族对数学的发展曾作出卓越的贡献。勾股定理、祖冲之圆周率、九章算术等丰硕成果无不闪射出其耀眼的光芒。新中国成立以来，中国的现代数学有了长足的发展，先后涌现出华罗庚、陈景润等一批著名数学家。数学大师陈省身教授曾预言："21 世纪，中国必将成为数学大国。"中国中学生近年来在国际数学奥林匹克中的出色成绩，使人们相信陈省身教授的这一"猜想"将在本世纪得到证明。

由于计算机的出现，数学已不仅是一门科学，还是一种普适性的技术。从航空到家庭，从宇宙到原子，从大型工程到工商管理，无一不受惠于数学科学技术。高科学技术本质上是一种数学技术。美国科学院院士格里姆（J. Glimm）说："数学对经济竞争力至为重要，数学是一种关键的普遍使用的，并授予人能力的技术。"时至今日，数学已兼有科学与技术两种品质，这是其他学科少有的。数学对国家的贡献不仅在于富国，而且还在于强民。数学给予人们的不仅是知识，更重要的是能力，这种能力包括观察实验、收集信息、归纳类比、直觉判断、逻辑推理、建立模型和精确计算。这些能力的培养，将使人终身受益。这些能力的培养，必须从小抓起，从青少年抓起。而数学奥林匹克活动，则是培养这些能力的良好载体。

基于这样的想法，笔者以国内外小学数学奥林匹克为背景，以《全日制义务教育数学课程标准》的新理念新要求为准绳，根据多年培训数学奥林匹克选手的经验和体会，编写了这套奥数教程，既为学有余力且对数学感兴趣的小朋友提供了一个施展才华和提高数学解题能力的指导，也为参加数学竞赛的小朋友提供了一套科学实用

的培训教程。本丛书的读者对象范围很广，适用于备战各种小学数学竞赛的小朋友和老师。

本丛书分“教程”和“测试”两个系列，每个系列包括三年级卷、四年级卷、五年级卷、六年级卷、提高卷共五册，全套书共十册。

“教程”系列每册都以专题的形式编写，每章的主要栏目有：赛点突破、范例解密、超级训练。三至六年级卷的“超级训练”栏目中，题目根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难，供学生、老师和家长选择使用。全书后附有“超级训练”题目的详解。

“测试”系列中三至六年级测试卷每册分为两部分：第一部分为同步测试，是与“教程”中的专题对应设置的测试卷；第二部分为全真测试，精选了国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。小学提高卷分两部分：第一部分为模拟测试，是作者自拟的40套试卷，并根据难易程度分为A组、B组，A组较易，B组较难；第二部分精选了难度较高的国内外最新小学数学奥林匹克试卷若干套。每套试卷都给出了详解。

问题是数学的心脏，数学奥林匹克是解题的竞赛。要提高解题能力，必须进行大量的训练。本丛书精选了具有代表性的经典例题，配备了足够的训练题和测试题。在这些题目中既有传统的名题，又有国内外近几年涌现的佳题，还有作者根据自己的教学实践编撰的新题。设置这些题目时，作者专门针对学生学习的实际，突出知识的重点、难点，以期达到提高的目的。

本丛书注重数学基础知识的巩固提高和数学思想方法的渗透，凸现科学精神和人文精神的融合，加强对学生学习兴趣、创新精神、实践能力、应用意识和分析、解决问题能力的培养。

数学大师陈省身教授为2002年8月在北京举行的第24届国际数学家大会题词：“数学好玩”。我们深信本丛书能让你品味到数学的无穷乐趣。著名数学家陈景润说得好：“数学的世界是变幻无穷的世界，其中的乐趣只有那些坚持不懈的人才能体会得到！”

朱华伟

2003年12月

朱华伟　广州大学教育软件研究所副研究员，特级教师，中国数学奥林匹克高级教练，博士研究生，享受国务院政府特殊津贴的专家。连续四届担任全国华罗庚金杯赛武汉队主教练，取得团体冠军，共辅导12名选手取得金牌，荣获"华罗庚金杯赛金牌教练奖"和"伯乐奖"。多次担任国际数学奥林匹克（IMO）中国队教练，作为96汉城国际数学竞赛中国队主教练，率队取得团体冠军和两枚金牌、一枚银牌、一枚铜牌的佳绩。在国内外共发表论文40余篇，翻译、编著图书60余册。

目　录

第 1 章 智巧趣题

赛点突破

在日常生活中，我们会遇到一些趣味性很强且带有智力测验性质的问题. 对于这类问题，首先要读懂题意，然后要经过机智周密的思考才能使问题获得解决.

范例解密

例 1 公共汽车上没有售票员，仅有一个投币箱，每位乘客应支付 5 戈比的乘车费. 甲、乙、丙三位小学生上车后发现各人都只有一些面值为 10 戈比和 15 戈比的硬币，但他们还是设法付清了每人 5 戈比的乘车费. 试问，他们是怎样做到的?

解 乙和丙各给甲一枚 15 戈比的硬币，甲分别找给他们 10 戈比，然后甲将一枚 15 戈比的硬币投入投币箱.

例 2 箱中共有 24 千克鞋钉. 怎样利用一架无指针无砝码的天平(图 1-1)称出 9 千克的鞋钉来?

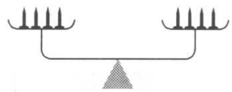


图 1-1

解 先将 24 千克鞋钉平分为两份(各 12 千克). 再将其中一份平分为两份(各 6 千克)，再将其中一份平分为两份(各 3 千克)，于是可得 9 千克鞋钉.

例 3 三个聪明人一起乘火车旅行，火车突然驶入一条隧道. 等火车驶出隧道后，每个人都发现自己的旅伴脸上被从窗外刮来的煤烟熏黑了. 于是三人开始取笑自己的旅伴. 这时，其中最机灵的一位

突然猜到了自己的脸也被熏黑了. 试问，他是怎样猜到的?

解 他是这样想的:"如果我的脸上没有煤烟，那么另一个聪明人看到第三个聪明人在笑，便会想到是在笑自己，因此便会停止哄笑. 可是他没有停止，可见我的脸上也有煤烟. ”

例 4 邮局门前有 5 级台阶，规定：一步只能上 1 级或 2 级，问上到上面共有多少种不同的上法?

解 登上 1 级台阶，有 1 种上法；

登上 2 级台阶，有 2 种上法：一步 1 级地上；或一步 2 级地上.

登上 3 级台阶，有 3 种上法：①一步 1 级地走；②第一步上 1 级而第二步上 2 级；③第一步上 2 级而第二步上 1 级.

登上 4 级台阶，按照第一步上的级数分两类讨论：

①第一步上 1 级台阶，那么还剩 3 级台阶，根据前面的讨论可知道有 3 种上法；

②第一步上 2 级台阶，那么还剩 2 级台阶，有 2 种上法. 于是登上 4 级台阶的上法共有

$$3+2=5(\text{种}).$$

登上 5 级台阶，按照第一步上的级数分两类讨论：

①第一步上 1 级台阶，那么还剩 4 级台阶，有 5 种上法；

②第一步上 2 级台阶，那么还剩 3 级台阶，有 3 种上法.

所以，登上 5 级台阶的上法共有

$$5+3=8(\text{种}).$$

评 注 上述解法是按第一级上的级数分两类讨论的，也可倒过考虑这个问题. 登上第 4 级：一种是从第 3 级登上来的原有 3 种，一种是从第 2 级登上来的，原有 2 种，共 5 种. 登上第 5 级：一种是第 4 级再登 1 级的，共 5 种，一种是第 3 级再登 2 级的，共 3 种，所以共 8 种.

超级训练

A 组

1. 某年的一月份共有 4 个星期五和 4 个星期一. 该年的一月二十日是星期______.

2. 尺寸为 199×199 的方格纸的对角线与______个小方格相交. (小方格的大小为 1×1)

3. 试将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 填入 3×3 的方格表(图 1-2), 每格一数, 使得表中各行、各列及每条对角线上的三个数的和全都相等.

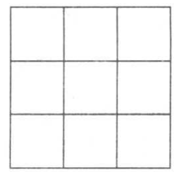


图 1-2

4. 公园里有一排彩旗, 按 3 面黄旗、2 面红旗、4 面粉旗的顺序排列, 小红看到这排彩旗的尽头是一面粉旗. 已知这排彩旗不超过 200 面, 这排彩旗最多有______面.

5. 一个出纳员手中有许多张票面为 2 元和 5 元的人民币, 在 100 元的范围内, 他能支出______种钱数, 试述简单思维过程.

6. 一个正方体小木块, 1 点和 6 点, 2 点和 5 点, 3 点和 4 点分别在相对的面上. 如按图 1-3 那样放置, 并按箭头方向翻滚一格, 即木块向上面的点数就换一次, 到达 A 格时, 木块的正上面是______点.

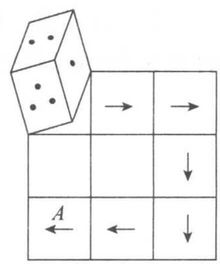


图 1-3

7. 食堂每天需要两位学生帮厨, 共有四位学生报名参加, 如果要求每两位学生合作一天, 至多可安排______天劳动.

8. 每个茶杯的价格分别是 9 元、8 元、6 元、4 元和 3 元, 每个茶盘的价格分别是 7 元、5 元和 2 元. 如果一个茶杯配一个茶盘, 一共可以配成______种不同价格的茶具.

B 组

9. 请你把 15 个苹果分装在四个盒子里，使得无论要拿几个苹果都不用再打开盒子，只要把其中一个或几个盒子拿走就可以了. 那么这四个盒子中，装得最多的盒子里有______个苹果.

10. 把一块正方体形的橡皮泥块，用刀切成 64 块大小一样的小正方体，不移动重叠至少要切______刀.

11. 教授的父亲的儿子正同教授的儿子的父亲交谈，但教授本人却不在其中，试问，这可能吗?

12. 沿着一条小路有三只乌龟在爬行，它们一只跟着一只. “在我的后面有两只乌龟. ”第一只乌龟说. “在我的前后各有一只乌龟. ”第二只乌龟说. “在我的前面有两只乌龟，在我的后面还有一只乌龟. ”第三只乌龟说. 这是怎么回事?

13. 一道加法算式中的数字全被换成了文字(相同的文字代表相同的数字，不同的文字代表不同的数字):

我爱青山美＋我上青山＝要爬山登山.

为了使和的数值达到最大，第一个加数应是什么.

14. 怎样将 127 枚面值为 1 元硬币分开装入 7 个纸包，使得不用打开纸包即可付 1 至 127 元之间的任何整数元数额的款?

第2章 高斯的故事

赛点突破

德国大数学家高斯上小学时，一天，数学老师出了这样一道加法计算题让同学们计算：

$$1+2+3+\cdots+99+100=?$$

老师一出完题，同学们就纷纷拿起笔，埋头苦算起来. 然而，一向喜欢动脑筋的小高斯看到题后，却并不像其他同学那样，急于直接相加求和，而是仔细观察这串加数的规律，想了一下，就举手发言说他已算出结果了！“你算出得数是多少了吗?”“得数是 5050!”这使同学们大吃一惊，他们正忙于把 100 个数一一相加，这时，老师也愣住了.

老师惊讶地问小高斯：“你是怎样算出来的呢?”亲爱的同学，请你仔细听听，小高斯是怎样说的. 小高斯有条有理地说：“我用 1 和 100 相加得 101，2 和 99 相加得 101，这样，一共有 50 个 101，结果就是 50 个 101，也就是 5050!”

小高斯的巧妙算法，博得了老师和同学们的热烈掌声.

这就是说，要想求出 1，2，3，…，99，100 这串数的和，我们只要用第一个数 1 与最后一个数 100 相加，再乘以这串数的个数 100，然后除以 2 就行了. 即

$$\begin{aligned}&1+2+3+\cdots+99+100\\=&(1+100)\times100\div2\\=&101\times100\div2\\=&5050\end{aligned}$$

实际上，上面的这道题，就是求等差数列 1，2，3，…，99，100

各数的和. 那么，什么叫等差数列呢？

按一定次序排列的一串数叫做数列. 数列里的每一个数叫做数列的一项，从左起第一个数叫做第一项，也叫首项；第二个数叫做第二项；……最后一个数叫做末项. 数列里项的个数叫做项数.

在 1，2，3，…，99，100 这个数列里，具有如下特点：

2－1＝1，3－2＝1，4－3＝1，…，99－98＝1，100－99＝1.

也就是说，这个数列有一个特点，就是前后两个相邻的数的差都相等，这个相等的差叫做公差. 具有这种特点的数列，我们就把它叫做等差数列.

这样，我们把小高斯所列的算式推广到一般情况，就得到了等差数列的求和公式：

$$(\text{首项}+\text{末项})\times\text{项数}\div 2$$

由等差数列的求和公式，我们可知，当已知一个等差数列的首项、末项和项数时，就可以代入公式求出这个等差数列的和.

范例解密

例 1 计算 $1+2+3+\cdots+1998+1999$.

分 析 这是求一个公差为 1 的等差数列的和，它共有 1999 项. 我们把这个和用 S 表示，即

$$S=1+2+3+\cdots+1998+1999.$$

根据加法交换律和结合律，把各加数按从大到小的顺序排列，和不变，也就是

$$S=1999+1998+\cdots+3+2+1.$$

把这两个式子相加，左边等于 $2S$，右边对应项相加，得到

$1+1999=2+1998=3+1997=\cdots=1997+3=1992+2=1999+1=2000$，共 1999 个 2000，所以

$$2S=(1+1999)\times 1999,$$

$$S=(1+1999)\times 1999\div 2$$

经过上面的分析和推理，我们再一次得到：

等差数列的和＝(首项＋末项)×项数÷2.

对任意一个等差数列来说，都能用本例的思路来解，但为了简便，可以直接用等差数列的求和公式计算.

解 $1+2+3+\cdots+1998+1999$

$=(1+1999)\times1999\div2$

$=2000\times1999\div2$

$=1999000.$

评 注 求一个数列的和，首先要判断题目所给的数列是什么数列，如果是等差数列，再用等差数列求和公式求和.

例 2 计算 $5+10+15+\cdots+1990+1995+2000$.

分 析 由于首项是 5，末项是 2000，相邻两项的差都是：$10-5=15-10=5$. 只要求出项数，就可以用求和公式计算了. 那么，项数是几呢？

末项是 10 时，项数是 2；

末项是 15 时，项数是 3；

末项是 20 时，项数是 4；

末项是 25 时，项数一定是 $(25-5)\div5+1=5$；

所以，末项是 2000 时，项数是：

$$(2000-5)\div5+1=400.$$

由此，我们又得到一个公式：

项数＝(末项－首项)÷公差＋1

解 项数 $=(2000-5)\div5+1$

$=1995\div5+1=400.$

原式 $=(5+200)\times400\div2$

$=205\times400\div2$

$=401000.$

评 注 通过本例我们得出，在等差数列中，如果已知首项、公差、末项，求和时，应先求出项数，然后再利用等差数列求和公式求和.

例 3 有一列数按如下规律排列：6，10，14，18，…这数列中前100个数的和是多少？

分 析 已知首项是6，公差是4，项数是100. 要想求出这100个数的和，必须先求出末项. 怎样求出这个末项呢？

我们从数列中可以看到：第2项是6＋4×1；第3项是6＋4×2；第4项是6＋4×3；……依此类推，第100项是6＋4×(100－1)＝402. 6是首项，402是末项，4是公差，100是项数.

这样，就可以归纳出求末项的公式是：

末项＝首项＋公差×(项数－1)

解 末项＝6＋4×(100－1)

＝6＋396

＝402.

原式＝(6＋402)×100÷2

＝408×100÷2

＝20400.

答：这数列中前100个数的和是20400.

评 注 通过本例我们看到，在等差数列中，如果已知首项、公差、项数，求和时，应先求出末项，然后再利用求和公式求和.

例 4 有从小到大排列的一数列，共有100项，末项是400，公差是2. 求这列数列的和.

分 析 已知项数、公差和末项，但不知道首项. 我们怎样求出首项呢？我们可以这样想：

第100项是400，那么第99项就是400－2×1；第98项就是400－2×2；第97项(倒数第4项)是400－2×3；第96项(倒数第5项)就是400－2×4；……依次类推，首项(倒数第100项)为400－2×(100－1)＝202. 式中400是末项，2是公差，100是项数. 这样就得出求首项的公式：

首项＝末项－公差×(项数－1)

解 首项＝400－2×(100－1)

$=400-198$
$=202$,
原式$=(202+400)\times100\div2$
$=30100$.

答：这个数列的和是 30100.

评 注 通过例 4 我们看到，在等差数列中，如果已知公差、末项、项数，求和时，应先求出首项，然后再利用求和公式求和.

综合上面例 2～例 4 这三个例题，我们可以看出：在等差数列中，只要知道首项、末项、项数、公差这四个量中的任意三个量，就可以利用项数公式、末项公式或首项公式与求和公式求和.

实际上，项数公式、首项公式及末项公式，它们之间是相互联系和互为转化的. 如：

项数＝(末项－首项)÷公差＋1

此公式为等差数列的项数公式，进行如下转化，即

项数－1＝(末项－首项)÷公差

末项－首项＝(项数－1)×公差

也就是

末项＝首项＋(项数－1)×公差

这就是等差数列的末项公式，也叫做等差数列的通项公式.

首项＝末项－(项数－1)×公差

另外，等差数列可以是有限项的，如例 1、例 2；也可以是无限项的，如例 3. 当一个等差数列是奇数个项时，则

总和＝中间项×项数

超级训练

A 组

1. 在等差数列 1，5，9，13，17，…，401 中，401 是第______项.
2. $2+4+6+\cdots+1998+2000=$______.

3. $(2+4+6+\cdots+1998+2000)-(1+3+5+\cdots+1997+1999)$ $=$______.

4. 从小到大排列的数列，共有 100 项，末项是 1800，公差是 5. 这个数列的和是______.

5. $1\div1999+2\div1999+3\div1999+\cdots+1998\div1999+1999\div1999=$______.

6. 一个剧场设置了 20 排座位，第一排有 38 个座位，往后每一排都比前一排多 2 个座位. 这个剧场一共设置了______个座位.

7. $1+5+5\times2+5\times3+\cdots+5\times1999=$______.

8. $100-99+98+97-96+95+\cdots+4-3+2+1=$______.

B 组

9. $1-2+3-4+\cdots+1997-1998+1999=$______.

10. 在 1949，1950，1951，…，1997，1998，1999，2000 这五十二个自然数中，所有偶数之和比所有奇数之和多______.

11. 9 个连续奇数的和是 1989，其中最大的一个奇数是多少？

12. 小聪家住在一条短胡同里，这条胡同的门牌号从 1 号开始，2 号，3 号，……，挨着号码编下去. 如果除小聪家外，其余各家的门牌号相加的和减去小聪家的门牌号码，恰好等于 100. 小聪家门牌号是几号？全胡同有几家？

13. 下面的算式是按一定规律排列的：

$5+3$，$7+6$，$9+9$，$11+12$，…，它的第 1999 个算式的结果是多少？

14. 盒子里放有 3 只乒乓球，一位魔术师第一次从盒子里拿出 1 只球，将它变成 3 只球后放回盒子里；第二次又从盒子里拿出 2 只球，将每只球各变成 3 只球后放回盒子里；第十次从盒子里拿出 10 只球，将每只球各变成 3 只球后放回到盒子里. 这时盒子里共有多少只乒乓球？