



高等学校适用教材

# 光电测试技术

张广军 主编

GUANGDIAN

CESHI JISHU



中国计量出版社  
CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE



高等学校适用教材

# 光电测试技术

张广军 主编

中国计量出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

光电测试技术/张广军主编. —北京：中国计量出版社，2003. 7

高等学校适用教材

ISBN 7-5026-1781-7

I. 光… II. 张… III. 光电检测—高等学校—教材 IV. TN206

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 043025 号

### 内 容 提 要

本书系统地介绍了光电测试的基本原理、方法及应用。主要内容包括几何光学基础、物理光学基础、光电测试常用光源、光电探测器、光电测试系统设计基础及设计实例、典型光电测试系统、光纤传感技术、计算机视觉技术。

本书融入了最新的科研成果，实用性强，可作为高等学校“测控技术与仪器”专业本科及研究生的教材，也可作为从事相关专业工作的技术人员的参考书。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话 (010)64275360

E-mail jlfxb@263.net.cn

北京迪鑫印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

\*

787 mm×960mm 16 开本 印张 21.75 字数 375 千字

2003 年 10 月第 1 版 2003 年 10 月第 1 次印刷

\*

印数 1—3 000 定价：33.00 元

# 前　　言

本书是根据教育部“十五”高校教材建设规划，由国家质量监督检验检疫总局政策法规宣传司组织召开的“测控技术与仪器”专业高校教材编写工作会议确定，为全国高校“测控技术与仪器”专业而编写的专业教材。

随着光学、光电子技术以及微电子和计算机技术的不断成熟和完善，光电测试技术得到了迅速发展，并以其非接触、实时和高精度等特点广泛应用于工业、医学、军事和空间科学等领域，受到各国各行业的高度重视。

光电测试技术涉及光学、光电子学、电子及微电子学、计算机及测试技术等诸多学科领域，内容广泛。本书按照光电测试所涉及的内容来安排，具有系统性、完整性和先进性。全书共分八章，第一章介绍了几何光学基础，第二章介绍了物理光学基础，第三章介绍了光电测试常用光源，第四章介绍了光电探测器，第五章介绍了光电测试系统设计基础及设计实例，第六章介绍了典型光电测试系统，第七章介绍了光纤传感技术，第八章介绍了计算机视觉技术。针对有“工程光学”前修课的学生，第一、二章内容可以免学。

本书由北京航空航天大学张广军教授主编，并亲自编写了第六、八章，第一、七章由天津大学赵芙蓉副教授编写，第二、三章由合肥工业大学刘晨副教授编写，第四、五章由北京理工大学林家明教授编写。全书完稿后，由张广军教授完成了统稿和修改工作。

本书侧重光电测试的基本原理、方法及应用，并融入了最新的科研成果，实用性强，可作为高等学校测控技术与仪器专业本科及研究生的教材，也可作为从事相关专业工作的技术人员的参考书。

由于编著者水平有限，经验不足，书中不妥之处在所难免，敬请读者和专家批评指正。

编著者

2002年11月

# 目 录

<b>第1章 几何光学基础</b>	.....	(1)
<b>第一节 几何光学的基本定律与成像概念</b>	.....	(1)
一、几何光学基本定律	.....	(1)
二、成像的基本概念	.....	(3)
三、球面成像系统	.....	(5)
<b>第二节 理想光学系统</b>	.....	(10)
一、理想光学系统与共线成像理论	.....	(10)
二、理想光学系统的基点与基面	.....	(11)
三、理想光学系统的物像关系	.....	(14)
四、理想光学系统的放大率	.....	(16)
五、理想光学系统的组合	.....	(18)
六、透镜	.....	(22)
<b>第三节 平面与平面系统</b>	.....	(23)
一、平面镜成像	.....	(23)
二、平行平板	.....	(24)
三、反射棱镜	.....	(26)
四、棱镜色散	.....	(33)
<b>第四节 光学系统中的光束限制</b>	.....	(34)
一、光阑	.....	(34)
二、远心光路	.....	(36)
<b>第五节 光线的光路计算及像差理论</b>	.....	(38)
一、概述	.....	(38)
二、光线的光路计算	.....	(39)
三、轴上点球差	.....	(39)
四、正弦差和彗差	.....	(41)
五、像散和场曲	.....	(43)
六、畸变	.....	(45)
七、色差	.....	(46)

第六节	典型光学系统	.....	(47)
一、	眼睛及其光学系统	.....	(47)
二、	放大镜和目镜	.....	(49)
三、	显微镜系统	.....	(51)
四、	望远镜系统	.....	(51)
五、	摄影系统	.....	(52)
六、	投影系统	.....	(52)
	思考题与习题	.....	(53)
<b>第2章</b>	<b>物理光学基础</b>	.....	(55)
第一节	光的干涉	.....	(55)
一、	两单色光波的干涉	.....	(55)
二、	分波面的双光束干涉	.....	(56)
三、	分振幅的双光束干涉	.....	(59)
第二节	光的衍射	.....	(61)
一、	惠更斯—菲涅耳原理	.....	(62)
二、	基尔霍夫衍射公式	.....	(63)
三、	菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	.....	(65)
四、	菲涅耳半波带法	.....	(67)
五、	衍射光栅	.....	(69)
第三节	光的偏振及光在晶体中的传播	.....	(72)
一、	偏振光和自然光	.....	(72)
二、	光在晶体中的传播	.....	(74)
三、	旋光现象、磁光和电光效应	.....	(78)
第四节	光的量子性和激光基础	.....	(81)
一、	光的量子性	.....	(81)
二、	激光的基本原理	.....	(84)
	思考题与习题	.....	(88)
<b>第3章</b>	<b>光源</b>	.....	(91)
第一节	光的产生和光源选择的基本要求	.....	(91)
一、	光的辐射	.....	(91)
二、	光的产生方法	.....	(93)
三、	光源选择的基本要求	.....	(94)
第二节	发光二极管	.....	(95)
一、	概况	.....	(95)
二、	外形和结构	.....	(96)

三、LED 发光机理 .....	(97)
四、LED 的特性及参数 .....	(98)
五、LED 驱动电路 .....	(102)
六、LED 的应用 .....	(103)
<b>第三节 激光光源 .....</b>	<b>(105)</b>
一、气体激光器 .....	(105)
二、固体激光器 .....	(108)
三、染料激光器 .....	(110)
四、半导体激光器 .....	(111)
<b>第四节 其他光源 .....</b>	<b>(112)</b>
一、热辐射光源 .....	(112)
二、气体放电光源 .....	(114)
<b>思考题与习题 .....</b>	<b>(119)</b>
<b>第4章 光电探测器 .....</b>	<b>(120)</b>
<b>第一节 光电探测器原理及特性 .....</b>	<b>(120)</b>
一、光电探测器的种类 .....	(120)
二、光电探测器原理 .....	(121)
三、光电探测器的特性参数 .....	(123)
四、光电探测器的噪声 .....	(126)
<b>第二节 光电子发射器件 .....</b>	<b>(127)</b>
一、光电管 .....	(127)
二、光电倍增管 .....	(131)
<b>第三节 光电导探测器件 .....</b>	<b>(138)</b>
一、硫化镉 CdS 和硒化镉 CdSe 光敏电阻 .....	(138)
二、硫化铅 PbS 和硒化铅 PbSe 光敏电阻 .....	(139)
三、锑化铟 InSb 和砷化铟 InAs 光敏电阻 .....	(140)
四、杂质光电导探测器 .....	(141)
五、多元系本征光电导探测器 .....	(142)
<b>第四节 光伏探测器件 .....</b>	<b>(143)</b>
一、硅光电池 .....	(143)
二、光电二极管 .....	(145)
三、其他类型的光电二极管 .....	(148)
四、光电三极管 .....	(150)
<b>第五节 PSD 位置探测器 .....</b>	<b>(153)</b>
一、PSD 工作原理 .....	(153)

二、PSD 的特性 .....	(158)
三、PSD 的应用 .....	(160)
<b>第六节 电荷耦合器件 .....</b>	<b>(164)</b>
一、CCD 工作原理 .....	(164)
二、CCD 摄像原理 .....	(169)
三、面阵 CCD 摄像器件的特性 .....	(172)
四、面阵 CCD 的电荷积累时间与电子快门 .....	(177)
五、CCD 摄像机的分类 .....	(181)
<b>第七节 CMOS 图像传感器 .....</b>	<b>(188)</b>
一、CMOS 图像传感器结构 .....	(189)
二、CMOS 图像传感器发展现状及特点 .....	(191)
思考题与习题 .....	(194)
<b>第5章 光电测试系统设计基础及设计实例 .....</b>	<b>(195)</b>
<b>第一节 光学测量中的对准与调焦技术 .....</b>	<b>(195)</b>
一、人眼的对准误差和调焦误差 .....	(196)
二、望远镜和显微镜的对准不确定度与调焦不确定度 .....	(198)
<b>第二节 光电对准 .....</b>	<b>(205)</b>
一、光电显微镜 .....	(205)
二、光电自准望远镜 .....	(212)
<b>第三节 光电定焦 .....</b>	<b>(214)</b>
一、光度式自动调焦系统 .....	(214)
二、斜光束自动调焦系统 .....	(215)
三、动态光电定焦系统 .....	(217)
<b>第四节 光电测量应用设计实例 .....</b>	<b>(220)</b>
一、设计任务分析 .....	(220)
二、CCD 用于一维尺寸的测量系统设计 .....	(221)
三、面阵 CCD 摄像机水下电视系统设计 .....	(231)
思考题与习题 .....	(235)
<b>第6章 典型光电测试系统 .....</b>	<b>(236)</b>
<b>第一节 光电开关与光电转速计 .....</b>	<b>(236)</b>
一、光电开关 .....	(236)
二、光电转速计 .....	(239)
<b>第二节 莫尔条纹测长仪 .....</b>	<b>(241)</b>
一、莫尔条纹 .....	(241)
二、莫尔条纹测长原理 .....	(244)

三、细分判向原理 .....	(245)
四、置零信号的产生 .....	(249)
<b>第三节 激光测距仪 .....</b>	<b>(249)</b>
一、脉冲激光测距仪 .....	(250)
二、相位激光测距仪 .....	(253)
<b>第四节 激光干涉测量仪 .....</b>	<b>(256)</b>
一、双频激光测长仪 .....	(256)
二、激光小角度干涉仪 .....	(259)
<b>第五节 光弹效应测力计 .....</b>	<b>(261)</b>
一、光弹效应 .....	(261)
二、光弹效应测力计的基本结构 .....	(263)
<b>第六节 激光多普勒测速仪 .....</b>	<b>(264)</b>
一、光学多普勒频移 .....	(264)
二、频率检测 .....	(265)
三、激光多普勒测速仪的组成 .....	(266)
四、激光多普勒测速技术的特点和应用 .....	(269)
<b>第七节 红外方位探测系统 .....</b>	<b>(270)</b>
一、基于调制盘的方位探测原理 .....	(271)
二、基于调制盘的红外方位探测系统结构 .....	(273)
三、基于多元点源探测的红外导引系统 .....	(276)
<b>思考题与习题 .....</b>	<b>(278)</b>
<b>第7章 光纤传感技术 .....</b>	<b>(279)</b>
<b>第一节 光纤导波光学基础 .....</b>	<b>(279)</b>
一、光纤的导波原理 .....	(279)
二、光纤的种类 .....	(284)
三、光纤的特性 .....	(285)
<b>第二节 非功能型光纤传感器 .....</b>	<b>(287)</b>
一、非功能型光纤温度传感器 .....	(288)
二、非功能型光纤压力、振动传感器 .....	(289)
三、非功能型光纤位移传感器 .....	(290)
四、光波长分布(颜色)传感器 .....	(290)
<b>第三节 功能型光纤传感器 .....</b>	<b>(291)</b>
一、光强度调制型光纤传感器 .....	(291)
二、光相位调制型光纤传感器 .....	(292)
三、光偏振态调制型光纤传感器 .....	(293)

第四节 分布式光纤传感器 .....	(294)
一、概述 .....	(294)
二、用于构成分布式光纤传感器的主要技术 .....	(295)
三、实例 .....	(298)
思考题与习题 .....	(300)
<b>第8章 计算机视觉技术 .....</b>	<b>(301)</b>
第一节 计算机视觉系统的构成 .....	(301)
一、计算机视觉系统组成 .....	(301)
二、针孔成像模型 .....	(304)
第二节 双目立体视觉 .....	(307)
一、双目立体视觉原理 .....	(307)
二、立体匹配 .....	(309)
第三节 结构光视觉 .....	(311)
一、结构光视觉原理 .....	(311)
二、光条信息提取方法 .....	(314)
第四节 视觉系统标定方法 .....	(315)
一、摄像机标定 .....	(316)
二、双目视觉系统标定 .....	(320)
三、结构光视觉系统标定 .....	(322)
第五节 典型计算机视觉系统 .....	(323)
一、轿车白车身视觉测量系统 .....	(323)
二、无缝钢管直线度激光视觉测量系统 .....	(325)
三、车轮激光视觉定位系统 .....	(326)
四、基于人工神经网络的视觉检测系统 .....	(327)
五、圆孔中心空间位置定位系统 .....	(329)
思考题与习题 .....	(331)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(332)</b>

# 第1章

## 几何光学基础



### 第一节 几何光学的基本定律与成像概念

几何光学主要是把光的概念和几何学中的点、线、面有机地联系起来，以光线为基础，用几何的方法来研究光在介质中的传播规律及光学系统的成像特性。

目前使用的光学仪器，绝大多数是应用几何光学原理设计出来的。可以说，几何光学是各种光学仪器设计的理论依据，它为讨论和解决实际问题提供了一种简便的手段。

本章主要介绍几何光学的基本原理、成像理论、光束限制、像差基本理论和典型光学系统等内容。

几何光学把光看作是具有方向的几何线（即光线），从而研究光的传播问题。因此，首先要找出这些光线的传播规律。本节主要介绍几何光学的基本定律、成像的基本概念及球面成像系统。

#### 一、几何光学基本定律

如果用几何光学的方法加以分析，可以把光经过介质的传播问题归结为以下四个基本定律，它们是研究各种光的传播问题和光学系统成像性的基础。

##### (一) 光的直线传播定律

在各向同性的均匀介质中，光线按直线传播。这就是光的直线传播定律。但这一定律是有局限性的，即当光经过小孔或狭缝时，将不再沿直线

方向传播，这就是下一章物理光学中所描述的“衍射”现象。

## (二) 光的独立传播定律

不同光源发出的光线在空间某点相遇时，彼此互不影响，各自独立传播。这就是光的独立传播定律。

## (三) 光的折射定律和反射定律

如图 1-1 所示，当一束光射到两种均匀介质的光滑分界面 ( $PQ$ ) 上时，一部分光被反射回原介质，称为反射光线 ( $OB$ )；另一部分光折入第二种介质，称为折射光线 ( $OC$ )。原投射到光滑表面发生折射和反射之前的光称为入射光线 ( $AO$ )。 $NN'$  为界面上  $O$  点处的法线。入射光线、反射光线和折射光线与法线的夹角  $I$ 、 $I''$  和  $I'$  分别称为入射角、反射角和折射角，它们均以锐角度量，由光线转向法线，顺时针为正，逆时针为负。

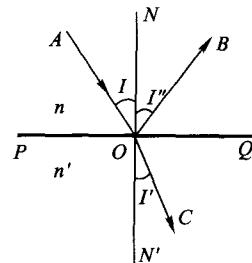


图 1-1 光的反射与折射

反射定律和折射定律可分别表述如下：

### 1. 反射定律

- (1) 反射光线位于由入射光线和法线所决定的平面内；
- (2) 反射光线和入射光线分居法线两侧，且反射角与入射角的绝对值相等，符号相反，即

$$I'' = -I \quad (1-1)$$

### 2. 折射定律

- (1) 折射光线位于由入射光线和法线决定的平面内，折射光线和入射光线分居法线两侧；
- (2) 折射角的正弦与入射角的正弦之比与入射角的大小无关，仅与两种介质的性质有关，即

$$\frac{\sin I'}{\sin I} = \frac{n}{n'}$$

通常写为

$$n' \sin I' = n \sin I \quad (1-2)$$

上述四个定律是几何光学的基本定律，也是本章讨论光线传播和光学成像问题的基础。

利用上述定律，可以得出光线传播的一个重要原理，即光路可逆原理。从图 1-1 中可以看出，若光线在折射率为  $n'$  的介质中沿  $CO$  方向入射，由折射定律可知，折射光线必沿  $OA$  方向出射。同样，若光线在折射

率为  $n$  的介质中沿  $BO$  方向入射，则由反射定律可知，反射光线必沿  $OA$  方向出射。由此可见，光线的传播是可逆的。这就是光路可逆原理。

全反射是光线传播的另一个重要现象。通常把分界面两边折射率较高的介质称为光密介质，而把折射率较低的介质称为光疏介质。如图 1-2 所示，当光从光密介质射向光疏介质时，由于  $n' < n$ ，则  $I' > I$ 。当入射角  $I$  增大到某一程度时，折射角  $I'$  达到  $90^\circ$ ，这时的入射角叫临界角，记为  $I_m$ 。由公式 (1-2) 得

$$\sin I_m = n'/n \quad (1-3)$$

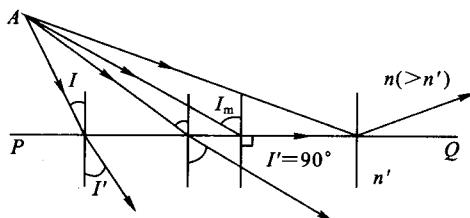


图 1-2 光的全反射现象

若入射角继续增大，则折射光线消失，光线全部反射。这就是全反射现象。

光发生全反射的条件可归纳为：

- (1) 光线从光密介质射向光疏介质；
- (2) 入射角大于临界角。

全反射现象在光学仪器中有着广泛的应用，其在光纤传感方面的应用将在第七章中介绍。

## 二、成像的基本概念

人们在研究光的各种传播现象的基础上，设计和制造了各种各样的光学仪器，如显微镜、望远镜等。光学仪器主要用于成像。物体是通过光学系统成像的。光学系统通常由一系列光学元件所组成。常见的光学元件有反射镜、透镜、棱镜等，如图 1-3 所示。如果组成光学系统的各个光学元件的表面曲率中心在一条直线上，则称该光学系统为共轴光学系统，该直线称为光轴。光学系统中大部分为共轴光学系统，非共轴光学系统较少使用。

图 1-4 所示为一共轴光学系统，由  $O_1, O_2, \dots, O_k$  等  $k$  个面组成。轴上物点  $A_1$  发出的同心光束，经过光学系统后成为以  $A'_k$  为中心的同心光束， $A'_k$  即为物点  $A_1$  的完善像点。因此，光学系统完善成像的条件可表述为：入射光为同心光束时，出射光亦为同心光束。

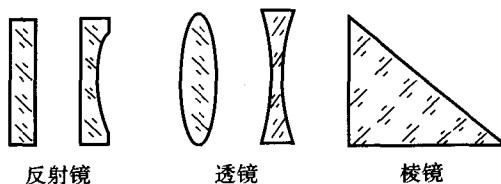


图 1-3 常见光学元件

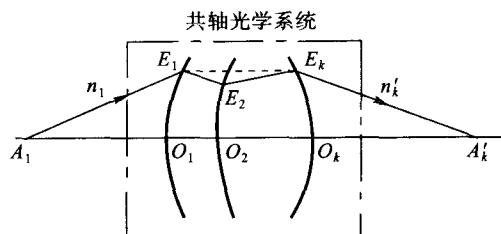


图 1-4 共轴光学系统及其完善成像

根据同心光束的会聚和发散，物、像便有虚、实之分。由实际光线相交所形成的点为实物点或实像点，而由光线的延长线相交所形成的点为虚物点或虚像点。如图 1-5 所示，图 (a) 为实物成实像，图 (b) 为实物成虚像，图 (c) 为虚物成实像，图 (d) 为虚物成虚像的情况。实像能由屏幕或胶片记录，而虚像只能被人眼所观察，不能被记录。虚物不能人为设定，它是前一系统所成实像被当前系统所截而得。实物、虚像对应发散同心光束，虚物、实像对应会聚同心光束。因此，几个系统组合在一起时，前一系统形成的虚像应看成是当前系统的实物。

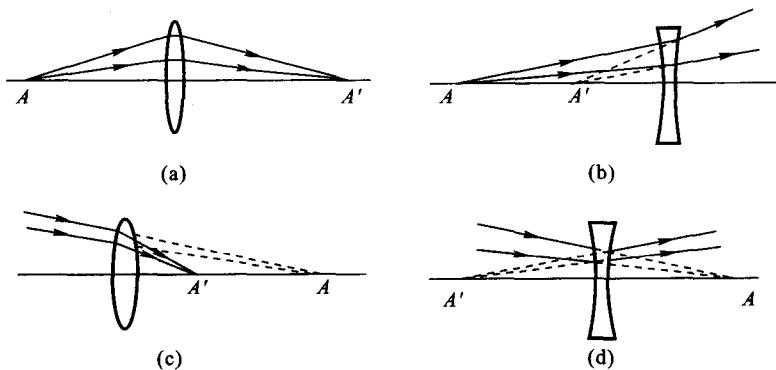


图 1-5 物、像的虚、实

通常，把物体所在的空间称为物空间，像所在的空间称为像空间。由于物、像有虚、实之分，因此物像空间也可分为实物空间、虚物空间、实像空间和虚像空间。

### 三、球面成像系统

大多数光学系统中的光学元件由球面或平面构成，平面可以看作是半径为无穷大的球面，这样的光学系统称为球面系统。物体经过光学系统成像，实际上是经过球面光学系统逐面折射、反射的结果。为了讨论光学系统的成像规律，必须首先了解单个球面的成像规律。

#### (一) 基本概念与符号规则

如图 1-6 所示，折射球面  $OE$  是折射率为  $n$  和  $n'$  两种介质的分界面， $C$  为球面中心， $OC$  为球面半径，用  $r$  表示。通过球心  $C$  的直线即为光轴，光轴与球面的交点  $O$  称为顶点。通过物点和光轴的截面称为子午面。在子午面内，光线的位置由以下参量确定：

- (1) 物方截距：顶点  $O$  到光线与光轴交点  $A$  的距离，用  $L$  表示，即  $L=OA$ ；
- (2) 物方孔径角：入射光线与光轴的夹角，用  $U$  表示，即  $U=\angle OAE$ 。

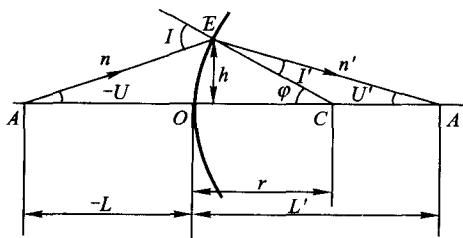


图 1-6 单个折射球面的折射

轴上点  $A$  发出的光线  $AE$  经折射面  $OE$  折射后，与光轴相交于  $A'$  点。同样，光线  $EA'$  的位置由像方截距  $L'=OA'$  和像方孔径角  $U'=\angle OA'E$  确定。

为了确定光线与光轴的交点在顶点的左边还是右边、光线在光轴的上边还是下边、折射球面是凸的还是凹的，还必须对各参量的正负做出规定，符号规则如下：

- (1) 沿轴线段（如  $L$ 、 $L'$  和  $r$ ）：规定光线的方向自左向右。若折射面顶点  $O$  到光线与光轴交点或球心的方向与光线传播方向相同，其值为正，反之为负。故图中  $L$  为负， $L'$ 、 $r$  为正。
- (2) 垂轴线段（如光线矢高  $h$ ）：以光轴为基准，在光轴以上为正，在光轴以下为负。
- (3) 光线与光轴的夹角（如  $U$ 、 $U'$ ）：由光轴以锐角转向光线，顺时针为正，逆时针为负。

(4) 光线与法线的夹角(如入射角  $I$ 、折射角  $I'$ 、反射角  $I''$ ): 由光线以锐角转向法线, 顺时针为正, 逆时针为负。

(5) 光轴与法线的夹角(如  $\varphi$ ): 由光轴以锐角转向法线, 顺时针为正, 逆时针为负。

(6) 折射面间隔(用  $d$  表示): 由前一面的顶点到后一面的顶点, 顺光线方向为正, 逆光线方向为负。在折射系统中,  $d$  恒为正。

## (二) 单个折射面的光路计算

由图 1-6 可知, 在三角形  $AEC$  中, 应用正弦定理可得

$$\sin I = (L - r) \frac{\sin U}{r} \quad (1-4)$$

由折射定律可得

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \quad (1-5)$$

由图可知,  $\varphi = I + U = I' + U'$ , 所以

$$U' = U + I - I' \quad (1-6)$$

在三角形  $A'EC$  中应用正弦定理得

$$L' = r \left( 1 + \frac{\sin I'}{\sin U'} \right) \quad (1-7)$$

公式 (1-4) 至 (1-7) 即为子午面内光线的光路计算基本公式。给出一组  $L$  和  $U$ , 便可求出一组相应的  $L'$  和  $U'$ 。由于整个系统具有轴对称性, 故以  $A$  为顶点、 $2U$  为顶角的圆锥面上的所有光线经折射后均会聚于  $A'$  点。此外, 当  $L$  一定时,  $L'$  是  $U$  的函数。因此, 同一物点发出的不同孔径的光线, 经折射后具有不同的  $L'$  值, 如图 1-7 所示。即同心光束经折射后, 出射光束不再是同心光束, 这表明, 单个折射球面对轴上物点成像是不完善的, 这种现象称为“球差”。

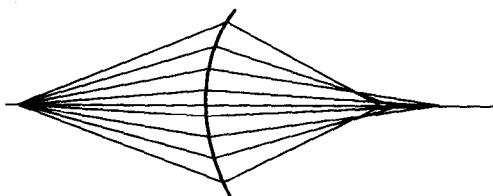


图 1-7 轴上点成像的不完善性

## (三) 近轴光线经单个折射面的光路计算

当孔径角  $U$  很小时,  $I$ 、 $I'$  和  $U'$  都很小, 这时, 光线在光轴附近很小的区域内, 这个区域称为近轴区, 近轴区内的光线称为近轴光线。由于近轴光线的有关角度量都很小, 故公式 (1-4) 至 (1-7) 中的角度正弦值

可用相应的弧度值来代替，并用相应小写字母表示，于是得

$$i = \frac{l - r}{r} u \quad (1-8)$$

$$i' = \frac{n}{n'} i \quad (1-9)$$

$$u' = u + i - i' \quad (1-10)$$

$$l' = r \left( 1 + \frac{i'}{u'} \right) \quad (1-11)$$

由这组公式可知，在近轴区内，对一给定的  $l$  值，不论  $u$  为何值， $l'$  均为定值。这表明，轴上物点在近轴区内以细光束成像是完善的，这个像通常称为高斯像。这样一对构成物像关系的点称为共轭点。在近轴区内有

$$l' u' = l u = h \quad (1-12)$$

依此将式 (1-8) 和式 (1-11) 中的  $i$  和  $i'$  代入式 (1-9)，得

$$n' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{l'} \right) = n \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) = Q \quad (1-13)$$

$$n' u' - n u = (n' - n) \frac{h}{r} \quad (1-14)$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad (1-15)$$

式 (1-13) 中的  $Q$  称为阿贝不变量，该式表明，对于单个折射球面，物空间与像空间的阿贝不变量  $Q$  相等，其值随共轭点的位置而异。式 (1-14) 表示了物、像方孔径角的相互关系。这两个公式在以后均有重要应用。

式 (1-15) 表示物、像位置关系，已知物体位置  $l$ ，可求出其共轭像的位置  $l'$ ；反之亦然。

#### (四) 单个折射面的成像特性

##### 1. 垂轴放大率 $\beta$

在近轴区内，垂直于光轴的平面物体可以用子午面内的垂轴小线段  $AB$  表示，经球面折射后所成像  $A'B'$  垂直于光轴  $AOA'$ 。由轴外物点  $B$  发出的通过球心  $C$  的光线必定通过  $B'$  点。如图 1-8 所示，令  $AB=y$ ， $A'B'=y'$ ，于是定义垂轴放大率  $\beta$  为像的大小与物体的大小之比，即

$$\beta = \frac{y'}{y} \quad (1-16)$$

因为  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，则

$$-\frac{y'}{y} = \frac{l' - r}{r - l}$$

利用式 (1-13)，得