

计算机图象处理

(上册)

容观澳

清 华 大 学

1989.8.

1990.9.

第四章 图象增强

图象增强技术是多种技术的综合效果，它力图改变（常是改善）图象的视觉效果，或把图象转换成某种适合于人工或机器分析的图象形式。图象增强并不是有意识地改善保真度，特别是对人观看的图象，往往失真的图象会取得主观愉快的效果，例如边缘加强等。在对机器处理的用途中，目前图象增强仅停留在信息抽取的阶段，如高频增强，抽取边缘、轮廓等都是为了抽取进入计算机的信息，使计算机能计算轮廓的大小、形状以及模式识别。由于对图象增强后的质量要求在不同用途条件下有不同的要求而没有一个通用的标准，因此，图象增强技术还没有统一的理论，而仅是各种技术的汇集。因此，我们说图象增强技术是有针对性的。

§ 4-1 对比度 SCALE 增强

照相得出的图象和用电子方法得出的图象，它们最普遍的弱点是对比度差。为了改进图象的对比度。可以对图象中的每一个象元的幅度进行刻度尺的改变。若令 r 及 s 代表原图及增强图的灰度等级，并使原图中的每一个灰度等级为 r 的象元转换成增强图中对应象元的灰度等级为 $s = T(r)$ 。这种灰度变换如图 4-1-1 (a) 所示。利用这种灰度变换，可以使原图中亮度小于 m 的区域更暗一些，而亮度大于 m 的区域更亮一点，从而使增强后的图象对比度更显著。这叫做对比度扩展技术。图 4-1-1 (b) 示出了这种变换的极限情况，它使增强图象变成了一种二元黑、白的图象。如绪论一章中的例。

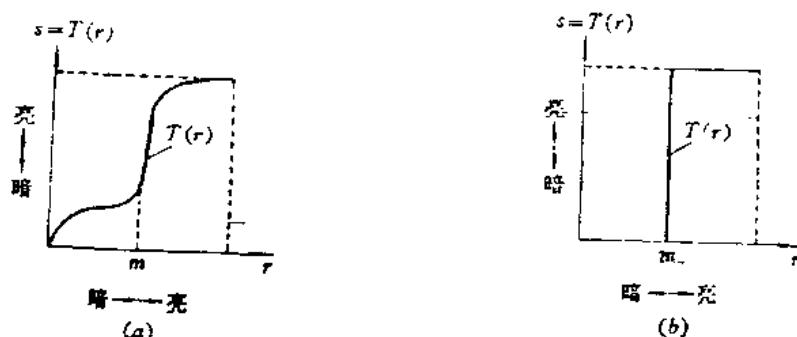


图 4-1-1 灰度变换

一、直方图线性拉伸和压缩

这种灰度变换实际上是直方图的线性映射技术。正如绪论一章中举例那样，原来图象所以看不清楚是直方图中两条直方图相距太近，对于灰度来讲，它们灰度相差小于人眼的生理限制，正常人对于把灰度从最黑到最亮若量化为 256 灰度级的话，正常人视觉的生理限制约 25 级，换句话说若两块均匀灰度不同区域邻接，其灰度差小于 25 级，例如 10 级则人将看成一样灰度，而不能区分。因此，人对图象不能看清，多数是由于图象的灰度压缩了，即不同灰度的直方图紧压在一起，即相互之间的差远小于人的视觉

生理限制。如图 4-1-2 图 (a) 为分布开的直方图，它的图象一般的视觉效果好，图 (b) 是压缩了的直方图，一般视觉效果很差，图象十分模糊。大家知道直方图是包含大量图象灰度的统计信息，例如某些同样物质，其直方图多集中在一起，要想把这种

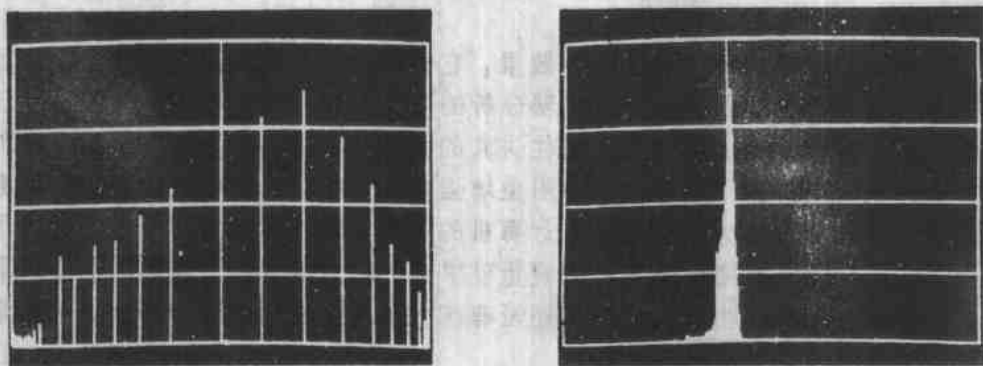


图 4-1-2

物质看清楚，则可以把这部分直方图拉伸（把灰度差拉开），而不感兴趣的背景或其它物体也可用压缩的方法，使人的视觉不易感受到。设图象增强以前图象的灰度用 r 表示，增强后图象的灰度用 S 表示，因此设法找一条变换曲线 $S = T(r)$ 把原灰度变换到另一灰度上去（也叫映射）。灰度 $SCALE$ 变换是线性变换，一般用折线变换。如图 4-3 中所示，图中设 r 和 s 增强前后灰度范围是一样的，并把 r 和 s 都归一化，即

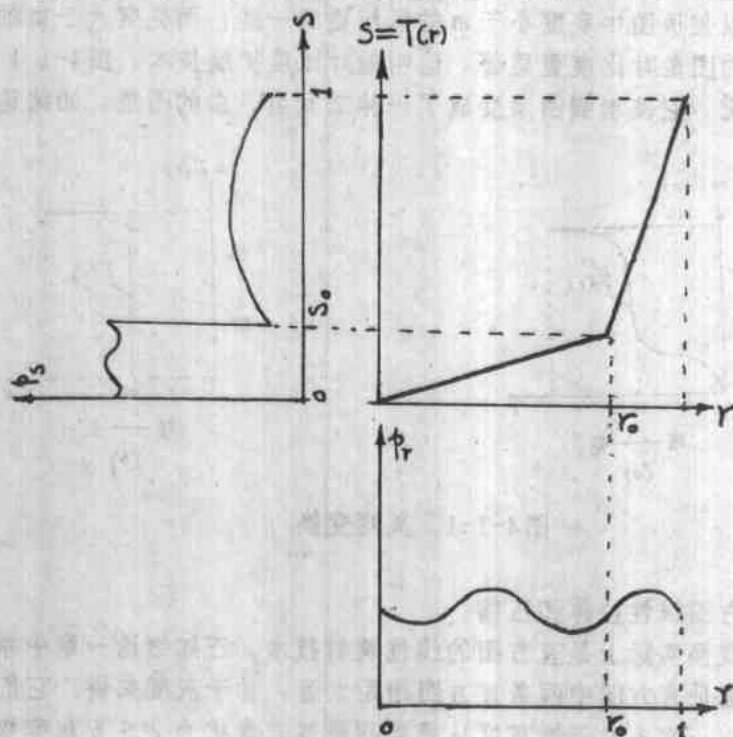


图 4-1-3

最暗为 0，最亮为 1。图中原直方图为 $p(r)$ ，经变换后直方图为 $p(s)$ 。从该图中可看出原灰度直方图中 $0 \sim r_1$ 一段被压缩变为 $0 \sim s_1$ ，所谓压缩即 $0 \sim r_1$ 所占灰度级大于 $0 \sim s_1$ 所占灰度级；同理原直方图中 $r_2 \sim 1$ 一段被拉伸。显拉伸一段灰度直方图所对应的物体在图象增强后更清晰。

二、任意一段直方图的 SCALE

设原图象及增强后图象的灰度范围都是归一化的，则当原图中一部分灰度范围 $r_1 < r < r_2$ 需要压缩或拉伸时，则对比度增强可用以下的灰度变换关系式

$$S = \frac{s_2 - s_1}{r_2 - r_1} (r - r_1) + s_1 \quad (4-1-1)$$

如图 4-1-4 所示。

假如原图的大部分灰度等级在小区间 $[r_1, r_2]$ 之间，这时可以使用如下的变换关系，即

$$s = \begin{cases} \frac{s_2 - s_1}{r_2 - r_1} (r - r_1) + s_1, & \text{当 } r_1 < r < r_2; \\ s_1, & \text{当 } r < r_1; \\ s_2, & \text{当 } r > r_2; \end{cases} \quad (4-1-2)$$

这种分段的线性变换，把原图 $[r_1, r_2]$ 区间内的灰度扩展了，但把原图在 $[s_1, r_1]$ 及 $[r_2, s_2]$ 区间外的灰度压缩了。如果灰度在这些区间内的象元数比较少的话，损失的信息也是很少的。

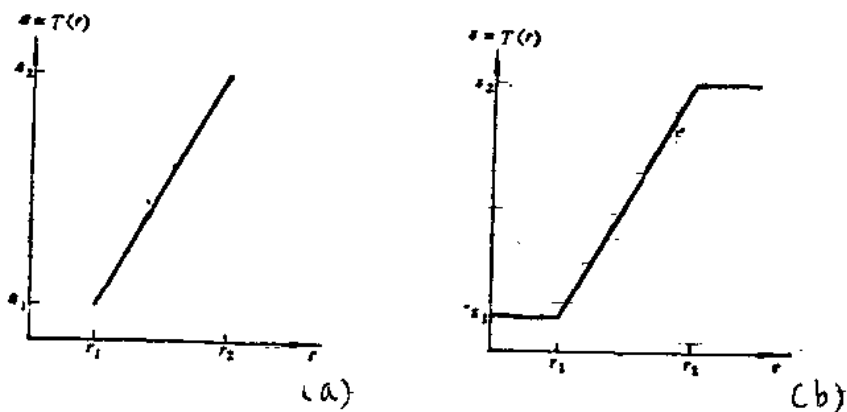


图 4-1-4

三、灰度窗口

如图灰度 $Z_1 \sim Z_n$ 分为2048级灰度($S_1 \sim S_n$ 为0~63)。原图象中的一段 $M \sim L$ 灰度变换为64级灰度,此时原灰度 $M - L = W$ 称为灰度窗口宽度,简称为窗宽;而此灰度窗口的中值 $(M + L) / 2$ 叫作窗位 L_0 。

则

$$S = (Z - L) \times \frac{63}{W} \quad (4-1-3)$$

实际上 W 和 L_0 都是可变的,人为设定,这种可变灰度窗口的灰度SCALE变换常用于医学图象处理如XCT, NMR等设备中的实时灰度变换中来显示微小病变的变化。

四、灰度SCALE的几个问题

(1) 灰度SCALE变换虽然简单,但几乎所有商品图处理系统中都必需具备,并且常作为常规处理如气象预报等。

(2) 灰度SCALE变换必需实时,常用硬件来解决。

(3) 灰度SCALE变换有许多形式,灵活应用可收到优良效果。例如图(4-1-6)中四种不同的变换曲线,读者可以用来得到不同增强效果的图象。

(4) 灰度SCALE变换和伪彩色增强技术相结合可以增强视觉效果,应用十分广泛。

§ 4-2 直方图均衡化和规定化

一个图灰度分布的直方图反映了各种灰度等级在图内所占的比例大小,它能概括地描述出图象统计信息。通过对图象灰度直方图的变换,可以起到图象对比度增强的作用。如何导出 $s = T(r)$ 变换曲线而不是用简单的直线是一个主要问题、

一、原理

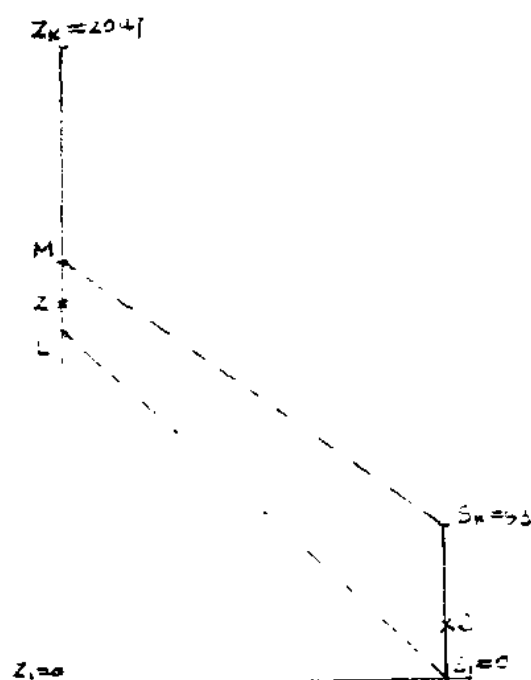


图4-1-5 灰度窗口

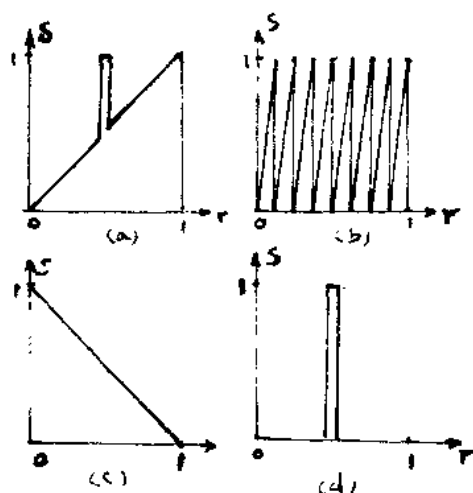


图4-1-6 灰度SCALE 变换

令原图的灰度 r 的范围归一化为 $0 \leq r \leq 1$ 。为了使图象增强而进行灰度的变换，若增强图象的灰度用 s 表示，则灰度的变换关系为：

$$s = T(r) \quad (4-2-1)$$

这里设定的条件：① $T(r)$ 是单值的，在 $0 \leq r \leq 1$ 范围内它单调递增，② 在 $0 \leq r \leq 1$ 时， $0 \leq T(r) \leq 1$ 。这两个条件意味着：前一个条件保持了灰度是由黑到白的次序，而后一个条件是使 r 、 s 两者都在容许的灰度幅值范围之内。

从 s 反变换到 r 的关系式可用下列符号表示

$$r = T^{-1}(s), \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (4-2-2)$$

这里设定 $T^{-1}(s)$ 也满足上面对正变换设定的两个条件(1)和(2)。

图象象元的灰度是 $[0, 1]$ 范围内的一种随机变量，这里先讨论变量是连续变化的情况，这时原图及增强图中灰度分布的概率密度函数为 $p_r(r)$ 及 $p_s(s)$ 。图 4-2-1 示出两种不同的灰度分布的概率密度函数 $p_r(r)$ 。从图 4-2-1(a) 看出，图中的灰度集中在较暗的区域内，因此图象具有暗黑的特性。从图 4-2-1(b) 看出灰度集中在较亮的区域内，因此图象具有光亮的特性。

若图的灰度分布为 $p_r(r)$ ，则经灰度变换后增强的、图的灰度分为 $p_s(s)$ 由于灰度变换关系式 $s = T(r)$ 为一单调变化函数，而 s 是随机变量 r 的单调函数值，由概率论可知，随机变量函数 s 的概率密度分布 $p_s(s)$ 为

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \quad (4-2-3)$$

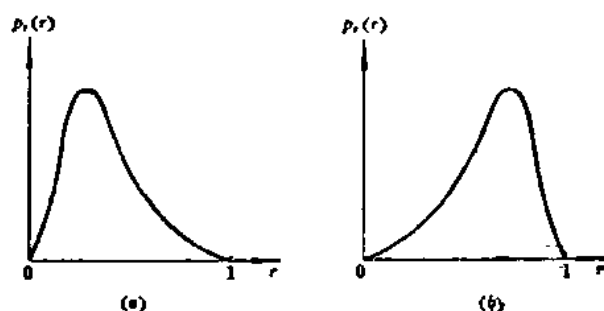


图 4-2-1 灰度分布的概率密度函数

二、直方图均衡化

假如原图的灰度分布为 $p_r(r)$ ，当采用如下的灰度变换关系

$$S = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw \quad (4-2-4)$$

时，变换后的图象灰度将具有一种均匀分布的特性。由上式可看出，灰度变换实际上是

采用了原图灰度 r 的积分分布的函数关系，显然它在 $[0, 1]$ 区间内是单调递增的。对于这种灰度变换来说，变换后的灰度分布密度函数为

$$p_s(s) = [p_r(r) \frac{dr}{ds}] \quad r = T^{-1}(s) \quad (4-2-5)$$

由于式中

$$\frac{dr}{ds} = \frac{1}{\frac{ds}{dr}} = \frac{1}{p_r(r)}$$

$$\therefore \frac{dr}{ds} = p_r(r)$$

故得

$$p_s(s) = 1, \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (4-2-6)$$

由此看出，只要 s 与 r 的变换关系是 r 的积分分布函数关系，则变换后图象的灰度分布密度函数是属于均匀分布型的，这意味着各个象元灰度的动态范围扩大了。下面来举例说明：

若

$$p_r(r) = \begin{cases} -2r + 2, & 0 \leq r \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4-2-7)$$

则可以求得灰度的变换关系式为

$$s = T(r) = \int_0^r (-2w + 2) dw = -r^2 + 2r \quad (4-2-8)$$

再来看一下灰度反变换关系式，即

$$r = T^{-1}(s) = 1 \pm \sqrt{1-s} \quad (4-2-9)$$

由于 $0 \leq r \leq 1$ ，故只有下式成立，即

$$r = 1 - \sqrt{1-s} \quad (4-2-10)$$

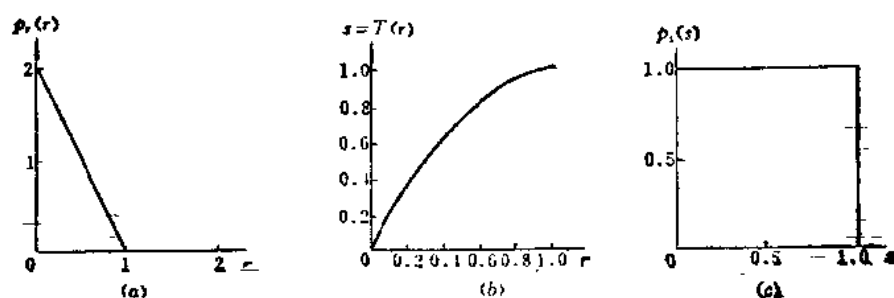


图 4-2-2 $p_r(r)$ 、 $T(s)$ 及 $p_s(s)$ 的函数关系

因此求出的 S 的概率密度分布 $p_s(s)$ 为

$$\begin{aligned}
 p_s(s) &= \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[(-2r+2) \frac{dr}{ds} \right]_{r=r=\sqrt{1-s}} \\
 &= [2\sqrt{1-s} - (-\sqrt{1-s})] = 1, 0 \leq s \leq 1 \quad (4-2-11)
 \end{aligned}$$

这个例子说明，变换后的图象其灰度分布是均匀的，如图 4-2-3 中所示。

连续图象灰度分布的密度函数 $p_r(r)$ 是连续的、而离散图象的灰度分布只能用第 k 层的灰度值 r_k 的出现频率 $p_r(r_k)$ 的直方图来描述。若灰度共分 L 级， $k=0, 1, 2, \dots, L-1$ ，则

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad (4-2-12)$$

$$0 \leq r_k \leq 1, k=0, 1, 2, \dots, L-1$$

式中 n 为中的象元总数， n_k 为灰度是 r_k 的象元数。列出不同 r_k 时的 $p_r(r_k)$ 的关系，这种关系图就叫直方图。直方图变成等幅（均匀）分布的技术叫做直方图均衡化。

这时灰度变换的关系式设定为

$$\begin{aligned}
 s_k = T(r_k) &= \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad (4-2-13) \\
 0 \leq r_k \leq 1, k &= 0, 1, \dots, L-1
 \end{aligned}$$

其反变换为

$$r_s = T^{-1}(s_s), \quad 0 \leq s_s \leq 1 \quad (4-2-14)$$

在这种变换下，来看一下变换前后灰度分布直方图的变化。举例说明。

若一个 64×64 的离散图象，灰度分成 8 层，其灰度分布如下：

r_s	$r_s=0$	1 $r_s=\frac{1}{7}$	2 $r_s=\frac{2}{7}$	3 $r_s=\frac{3}{7}$	4 $r_s=\frac{4}{7}$	5 $r_s=\frac{5}{7}$	6 $r_s=\frac{6}{7}$	$r_s=1$	
n_s	790	1023	850	656	329	245	122	81	$n=64 \times 64$
$p_s(r_s)$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02	

和灰度 SCALE 一样，也是直方图变换，只是 $s = T(r)$ 是由累加（积分）得到，但其对应关系不变，上面计算结果和直方图对应关系如下图。应注意，对应变换后 S 仍量化为八及 $(0/7 \sim 7/7)$ 。

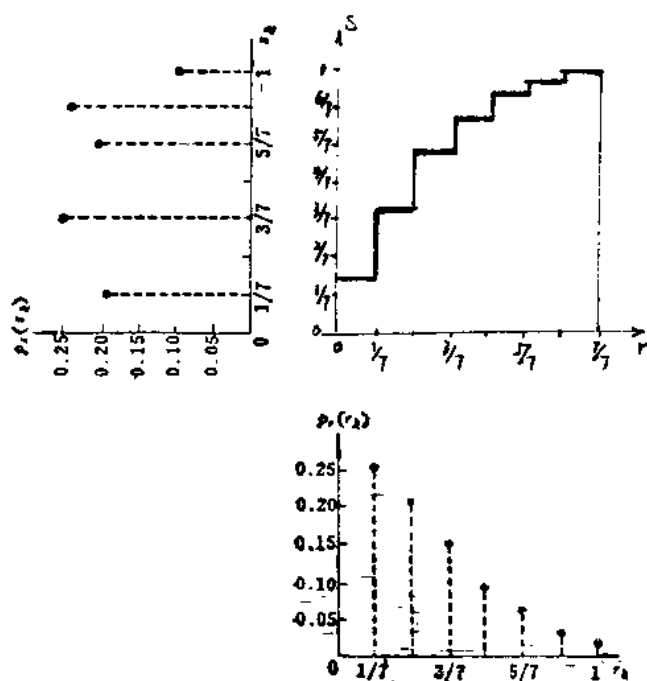


图 4-2-3 直方图变换

而图 4 - 2 - 3 示出了 $p_r(r_k) \sim r_k$ 的灰度分布直方图。下面列出灰度变换关系，即

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = p_r(r_0) = 0.19$$

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = p_r(r_0) + p_r(r_1) = 0.44$$

依此类推，可得：

$$s_0 = 0.65, s_1 = 0.81, s_2 = 0.89, s_3 = 0.95, s_4 = 0.98, s_5 = 1.00$$

图 4 - 2 - 3 示出了 s_k 与 r_k 的梯阶关系。

由于限定图象的灰度只能分成 8 层，因此把上述 s_k 以 $1/7$ 为量化单位进行舍入，则得：

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \\ s_0 \approx \frac{1}{7}, & s_4 \approx \frac{6}{7}, \\ \frac{3}{7} & \\ s_1 \approx \frac{3}{7} & \\ \frac{5}{7} & \\ s_2 \approx \frac{5}{7}, & s_5 \approx 1, \\ \frac{6}{7} & s_6 \approx 1, \\ s_3 \approx \frac{6}{7}, & s_7 \approx 1. \end{array}$$

可以看出实际上只存在 5 个不同的灰度等级即

$$s_0 \approx \frac{1}{7}, s_1 \approx \frac{3}{7}, s_2 \approx \frac{5}{7}, s_3 \approx \frac{6}{7}, s_4 \approx 1 \quad (4-2-15)$$

这 5 个 s_i ($i=0, 1, 2, 3, 4$) 灰度等级的 r 灰度值及其象元数为

s_k	1 $s_k = \frac{1}{7}$	3 $s_k = \frac{3}{7}$	5 $s_k = \frac{5}{7}$	6 $s_k = \frac{6}{7}$	$s_k = 1$
对应的 r	r_0	r_1	r_2	r_3, r_4	r_5, r_6, r_7
对应的 n_i	790	1023	850	656+329	245+12+81
n_i	790	1023	850	985	448
对应的 n	4096	4096	4096	4096	4096

把 s_i 对应象元数 n_i 与总象数 n 相比就得出变换后图的直方图, 即 $p_r(s_k) \sim s_k$, 如图 (4-2-3) 所示。这种直方图比变换前的直方图已经“拉平”了不少, 但在离散图象的情况下完全拉平变成“均匀”比较困难的。

三、直方图规定化

假如要求增强后的图象, 其灰度分布不是均匀的而是给定分布的直方图, 例如某些灰度值范围内的象元需要突出出来的情况。这时也可在前面讨论的基础上来解决这个问题, 先从连续分布的情况来谈起。

设定原图的灰度分布为 $p_r(r)$, 而要求增强后的图象的灰度分布为 $p_s(z)$ 。这时可先对原图作直方图均衡化处理, 即要求进行如下的灰度变换。

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw \quad (4-2-16)$$

这样变换出的 s 是均匀分布的。用同样的方法对 $p_s(z)$ 进行均衡化处理, 得灰度变换关系为

$$v = G(z) = \int_0^z p_s(w) dw \quad (4-2-17)$$

可以看出 v 及 s 都是均匀分布的。若对 v 作灰度反变换, 可得

$$z = G^{-1}(v) \quad (4-2-18)$$

显然这时 z 的灰度分布的形式是 $p_s(z)$ 。由于 v 及 s 都是均匀分布, 因此将 s 代替 v 可得

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]$$

这样就把原图与规定灰度分布的增强图联系起来了。

利用这种思路, 下面举例在离散图象的情况下进行这种直方图变换的增强处理操作。

		1	2	3	4	5	6	
z_k	$z_0=0$	$z_1=-$	$z_2=-$	$z_3=-$	$z_4=-$	$z_5=-$	$z_6=-$	$z_7=1$
		7	7	7	7	7	7	
$p_k(z_k)$	0	0	0	0.15	0.20	0.30	0.20	0.15

第二步是对 z_k 的直方图也进行均衡化处理, 令

$$v_k = G(z_k) = \sum_{j=0}^k p_k(z_j) \quad (4-2-20)$$

这可以得到

$$\begin{aligned} v_0 = G(z_0) &= 0.00, & v_1 = G(z_1) &= 0.35, \\ v_2 = G(z_2) &= 0.00, & v_3 = G(z_3) &= 0.65, \\ v_4 = G(z_4) &= 0.00, & v_5 = G(z_5) &= 0.85, \\ v_6 = G(z_6) &= 0.00, & v_7 = G(z_7) &= 1.00. \end{aligned}$$

第三步是把 v_k 与 s_k 对应起来, 从而得出 r 与 z 的对应关系, 为

1	3	5	6	
$s_0=-$	$s_1=-$	$s_2=-$	$s_3=-$	$s_4=1$
7	7	7	7	
↓	↓	↓	↓	↓
$v_2=0.15$	$v_4=0.35$	$v_5=0.65$	$v_6=0.85$	$v_7=1.00$
↓	↓	↓	↓	↓
3	4	5	6	
$z_3=-$	$z_4=-$	$z_5=-$	$z_6=-$	$z_7=1$
7	7	7	7	

(4-2-21)

由此把对 s_k 的 r 值与 z_k 联系起来, 可得

3	4	5	6	
$z_3=-$	$z_4=-$	$z_5=-$	$z_6=-$	$z_7=1$
7	7	7	7	
↓	↓	↓	↓	↓
	1	2	$r_3=3/7$	$r_4=5/7$
$r_0=0$	$r_1=-$	$r_2=-$		$r_5=6/7$
	7	7	$r_6=4/7$	$r_7=1$
↓	↓	↓	↓	↓
$n_0=790$	$n_1=1023$	$n_2=850$	$n_3+n_4=985$	$n_5+n_6+n_7=448$

(4-2-22)

这样就可以直接建立起增强图象灰度 z 与原图灰度 r 之间的变换关系来, 即

$$z = G^{-1} [T(r)] \quad (4-2-23)$$

对于这个例子, 可得 $z \sim r$ 关系曲线如图 4-2-4。

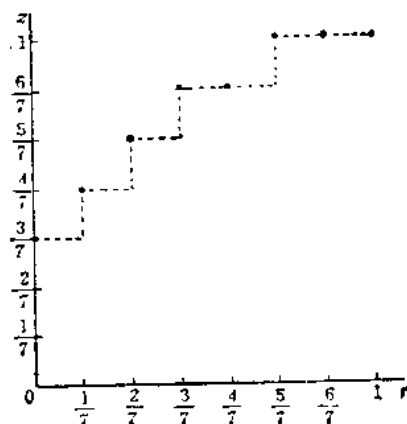


图 4-2-4 $z \sim r$ 关系

因此, 可以列出上术变换后的 $p_z(z_k)$ 的直方图列表。

z_k	$z=0$	$z_1 = \frac{1}{7}$	$z_2 = \frac{2}{7}$	$z_3 = \frac{3}{7}$	$z_4 = \frac{4}{7}$	$z_5 = \frac{5}{7}$	$z_6 = \frac{6}{7}$	$z_7 = 1$
n_k	0	0	0	790	1023	850	985	448
$p_z(z_k)$	0	0	0	0.19	0.25	0.21	0.24	0.11

图 4-2-5 列出了 (a) 原图的分布 $p_r(r_k)$ 、(b) 要求增强后图的分布 $p_z(z_k)$ 、(c) $v_k \sim z_k$ 关系及 (d) 求得 (p_z) 直方图。

可以看出求得的 $p_z(z_k)$ 与规定要求的 $p_z(z_k)$ 有所不同, 这是因为在离散图象下使用连续图象的方法而引出的误差。假如灰度分层越少这种误差越大。但是即使如此, 这种方法对离散图象增强还是很有用的。

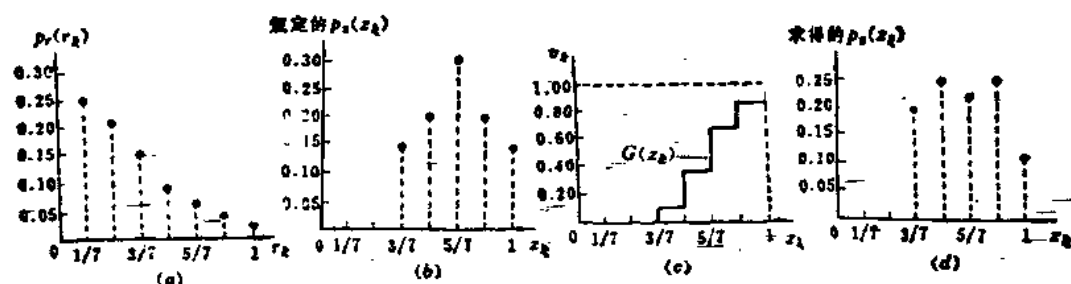


图 4-2-5 增强处理前后的直方图

利用直方图规定化方法进行图象增强的主要困难在于如何构成有意义的直方图。一般有两种方法，一种是给定一个规定的概率密度函数。如高斯，瑞利等函数。一些常用的直方图修正转换函数列于表 4. 6 中。

直方图修正转换函数

表 4. 2. 1

规定的概率密度模型		转换函数
均匀	$p_r(x) = \frac{1}{r_{max} - r_{min}} \quad r_{min} \leq r \leq r_{max}$	$r = (r_{max} - r_{min}) p_r(r) + r_{min}$
指数	$p_r(x) = a \exp\{-a(r - r_{min})\} \quad r \geq r_{min}$	$r = r_{min} - \frac{1}{a} \ln(1 - p_r(r))$
雷利	$p_r(x) = \frac{r - r_{min}}{a^2} \exp\left\{-\frac{(r - r_{min})^2}{2a^2}\right\} \quad r \geq r_{min}$	$r = r_{min} + \left[2a^2 \ln\left(\frac{1}{1 - p_r(r)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$
双曲线 (立方根)	$p_r(x) = \frac{1}{3} \frac{r^{-2/3}}{r_{max}^{1/3} - r_{min}^{1/3}}$	$r = \left[\left(r_{max}^{1/3} - r_{min}^{1/3}\right) p_r(r) + r_{min}^{1/3}\right]^3$
双曲线 (对数)	$p_r(x) = \frac{1}{r[\ln r_{max} - \ln r_{min}]}$	$r = r_{min} \left[\frac{r_{max}}{r_{min}}\right]^{p_r(r)}$

另一种方法是规定一个任意可控制的直方图，其形状可由一些直线段所组成，得到希望的形状后，将这个函数数字化。这种方法如图(4.2.6)所示。首先，在 $[0, 1]$ 区间内任何地方选一点 m ，并且 h 点是非负值。直方图由直线段构成，其形状受 m, h ，

θ_1, θ_2 四个参数的控制, 其中 θ_1 与 θ_2 是与垂线的夹角, 夹角的值从 0° 到 90° 变化, 随着 θ_1 的变化, 转折点 j 沿着 $(0, 1)$ 和 $(m, 0)$ 两点的连线移动, 同理, 变化, 点 k 将沿着 $(1, 1)$ 和 $(m, 0)$ 的连线移动。这样, 由这几条直线组成的折线可在 m, h, θ_1, θ_2 的控制下组成很多直方图。例如, 当 $m=0.5, h=1.0, \theta_1=\theta_2=0$ 时就可得到一个均匀直方图。这样得到的直方图经数字化后即可做为规定的直方图使用。这种方法可以联机应用, 使技术人员操纵四个参量, 改变直方图的形状, 并且连续地观察输出, 并控制增强处理, 使之适合于预期的目的。

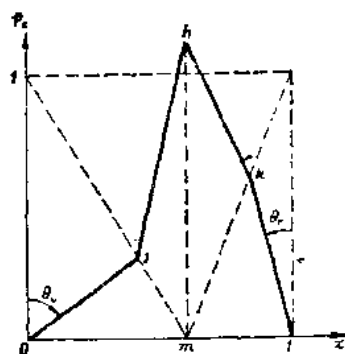


图 4-2-6 直方图参量
规定化法

§ 4-3 传感器匹配变换

假如同一个景物的两幅图象是由两种不同的传感摄取下来的, 如两种不同颜色的图象, 一幅可见光图及一幅雷达图, 一幅可见光图及一幅 χ 射线图, ……等, 这时对比度增强可以通过下列途径实现:

- 分别对每一幅图象进行直方图均衡化处理;
- 利用一幅图象的直方图来规定第二幅图象增强后的直方图;
- 利用两幅图之间的协方差矩阵, 采用霍特林变换来进行图象增强。

前面两种直方图变换的方法, 上一节已有讨论, 这里着重介绍第三种途径。

假如两幅图象在几何位置上是对准了的, 则可以计算出灰度等级联合出现的一个二维直方图。若第一幅图中呈现灰度为 f_1 的象元, 而在第二幅图对应的象元中则呈现为 f_2 , 那末可以定义 $h(f_1, f_2)$ 为第一幅图为 f_1 而在第二幅图中对应象元灰度为 f_2 的象元“对”数。作出不同 f_1, f_2 时的函数 $h(f_1, f_2)$, 它就是一种二维的联合灰度分布直方图。假如两幅图象是完全一样的, 显然 $h(f_1, f_2)$ 非零方图值将位于 $f_1 \sim f_2$ 平面上的一条直线之上。假如两幅图象不一样, 那就需要对这种分布确定一条最好的拟合直线, 并用它来产生一幅所希望的新的增强了的图象。幅可见光图、一幅亮度倒转的雷达图 (由于同一物体的雷达图的亮度与可见光图的亮度, 往往是一亮一暗亮度倒转的, 所以在作图象增强时需要预先将雷达图的亮度进行倒转)。提供这种拟合直线的变换是霍特林变换。

首先要计算两个 $N \times N$ 图象 (及各象元) 之间的协方差矩阵。定义一个二维矢量 f_i , 即

$$f_i = [f_{1i}, f_{2i}], \quad i=1, 2, \dots, N^2 \quad (4-3-1)$$

式中 f_{1i} 是雷达图 (1) 象元 i 的灰度值, 而 f_{2i} 是可见光图 (2) 对应象元 i 的灰度值。可以作出两幅图象中这个象元 i 的灰度协方差矩阵 K_{f_i} 为

$$K_{f_i} = E[(f_i - \bar{f})(f_i - \bar{f})'] \quad i=1, 2, \dots, N^2 \quad (4-3-2)$$

式中 $\eta_{r,i}$ 是量 $f_{r,i}$ 的集合均值。为了计算集合均值设定图象统计特性满足各态历经性质；则可以用下式求出均值，即

$$\eta_{r,i} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{N^2} f_{r,i}, \quad \eta_r = [\eta_{r,1}, \eta_{r,2}]' \quad (4-3-3)$$

同样地可计算协方差矩阵，用下式表达为

$$K_r = K_{r,i} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{N^2} [(f_{r,i} - \eta_{r,i})(f_{r,i} - \eta_{r,i})'] \quad (4-3-4)$$

这里的协方差矩阵 K_r 是 2×2 的，对它进行对角阵化是很容易的，这时可得

$$T' K_r T = \Lambda \quad (4-3-5)$$

式中 Λ 为 (2×2) 的对角阵，对角线元素由 K_r 矩阵的特征值 λ_1, λ_2 来担任，而且取成 $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ，即

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (4-3-6)$$

而变换矩阵 T 为

$$T = [k_1 \quad k_2] \quad (4-3-7)$$

式中 k_1, k_2 分别对特征值为 λ_1, λ_2 的线性无关的特征矢量。因此作下列变换

$$g_i = T'(f_i - \eta_r) \quad (4-3-8)$$

式中

$$g_i = [g_{i,1}, g_{i,2}]', \quad i = 1, 2, \dots, N^2 \quad (4-3-9)$$

由此可得 g_i 的协方差矩阵是对角阵 Λ 。这样，可得变换后增强的雷达图各象元的灰度值为

$$g_{i,1} = k'_{1,1} [f_{i,1} - \eta_{r,1}] \quad (4-3-10)$$

令特征矢量 $k_1 = [k_{1,1}, k_{1,2}]'$ 则可得

$$g_{i,1} = k_{1,1}(f_{i,1} - \eta_{r,1}) + k_{1,2}(f_{i,2} - \eta_{r,2}) \quad (4-3-11)$$

霍特林变换增强后的雷达图象，它既保持了雷达图象原有的特点，又使图象质量大大地增强了。

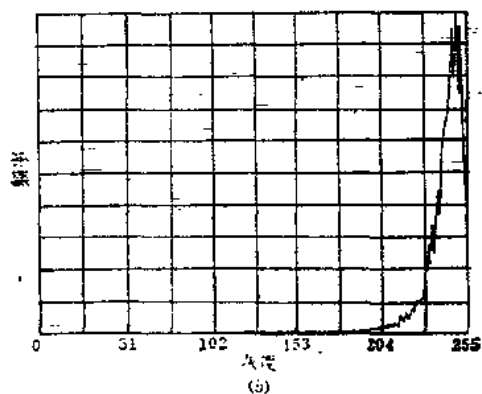
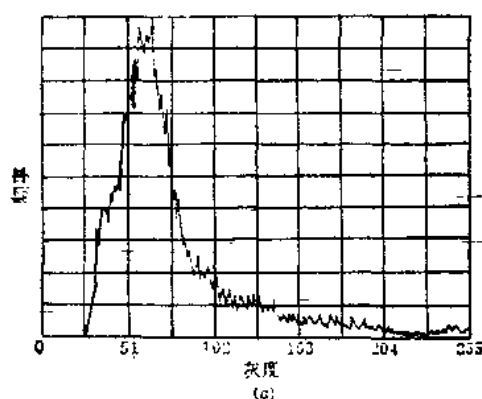


图4-3-1 灰度分布图

- (a) 可见光图灰度分；
(b) 雷达图灰度分布。

§ 4-4 图象的平滑和噪声去除

图象平滑的作用在于抑制噪声及干扰。图象平滑的处理操作可以在空间域内进行，也可以在频率域内进行。

一、邻区平均

这是图象平滑处理的一种直接的空间域方法。给定数字图象 $N \times N$ 的在 $F(n_1, n_2)$ 阵列，可以产生一个平滑了的图象 $Q(m_1, m_2)$ 阵列。其中各个阵元的灰度由该阵元的邻区各元灰度值的平均值来表示。这个操作可以用下式表达

$$Q(m_1, m_2) = \frac{1}{M} \sum_{(n_1, n_2) \in s} F(n_1, n_2) \quad (4-4-1)$$

式中 $m_1, m_2 = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ，而 s 是 $F(n_1, n_2)$ 阵列中 (m_1, m_2) 点附近的阵元集合， M 是这个集内的阵元数，现举例说明。若点的坐标为 (m_1, m_2) ，则这一集阵元的坐标可以是

$$s = \{(m_1, m_2 + 1), (m_1, m_2 - 1), (m_1 + 1, m_2), (m_1 - 1, m_2)\} \quad (4-4-2)$$

图 4-4-1 示出了两种邻区阵元集的组成，图中(a)有 4 个邻区阵元组成的集合，邻区半径为一个阵元间隔，如图所示；图中(b)有 8 个邻区阵元组成集合，邻区半径为 $\sqrt{2}$ 个阵元间隔。

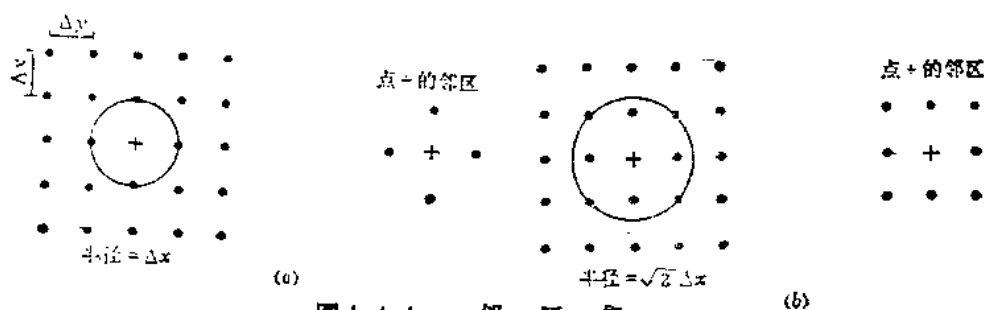


图 4-4-1 邻区集

随着邻区的扩大，这种邻区平均方法将对图象产生越来越大的模糊效应。为了减轻这种影响，可以使用门限的办法，分别情况采用阵元邻区或阵元本身的灰度值。

$$Q(m_1, m_2) = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum_{(n_1, n_2) \in s} F(n_1, n_2), & \text{当 } |F(m_1, m_2) - \frac{1}{M} \sum_{(n_1, n_2) \in s} F(n_1, n_2)| > T \\ F(m_1, m_2), & \text{其它} \end{cases} \quad (4-4-3)$$