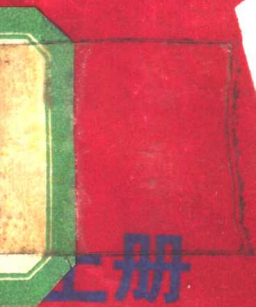
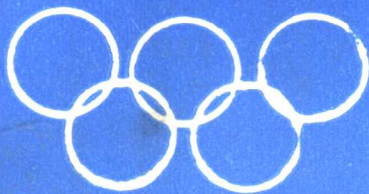


奥林匹克教学辅导丛书

小学数学奥林匹克 竞赛讲座

江志 主编



上册

华中师范大学出版社

XIAO XUE SHU XUE AO LIN PI KE JING SAI JIANG ZUO

奥林匹克教学辅导丛书
小学数学奥林匹克竞赛讲座
(上册)

江 志 主编

*

华中师范大学出版社出版发行
(武昌 桂子山)

新华书店湖北发行所经销

华中师范大学印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张 6 字数 131千字
1988年10月第1版 1991年5月第3次印刷

ISBN 7-5622-0267-2/O.29

印数: 49 001—79 500 定价: 2.30元

出版说明

国际数学、物理、化学、计算机奥林匹克是世界上规模和影响最大的中学生学科竞赛活动。这项活动为各国表现本民族的聪明才智提供了合适的舞台，因而，受到越来越多的国家的重视。几年来，我国中学生在这项活动中获得了优异成绩，震惊中外。为了使中小學生开阔视野、启迪思维、发展才能，进一步推动中小学奥林匹克竞赛活动的普及开展，为了促进中小学教育的深化，为我国科学技术的腾飞做好准备，我社特约请一批热心奥林匹克事业的专家教授和中小学教师编写了这套《奥林匹克教学辅导丛书》。

这套丛书包括有数学、物理、化学、计算机、外语等五门学科。其中，中小学数学奥林匹克教学辅导书5册已经正式出版，物理、化学、计算机和外语等中小学奥林匹克教学辅导书也将陆续出版。本丛书的作者都是首批《中国奥林匹克高级教练员》和湖北省奥林匹克优秀教练员，他们为我国奥林匹克事业和湖北省的竞赛活动作出了富有成效的工作，这套丛书也是他们长期辅导学生经验的总结。每册均编有各层次的奥林匹克讲座和训练，内容翔实，是一套较好的奥林匹克教学辅导书，我们希望这套丛书能成为青少年学习的良师益友。

出版这样的丛书我们还是初步尝试，为了进一步充实完善，衷心希望广大读者提出建议和意见。

前 言

教育要面向世界，面向未来，面向现代化；时代呼唤具有开拓精神的创造型人才，在此形势下，数学竞赛活动开展得空前活跃。在全国高初中数学竞赛及小学“华罗庚金杯”邀请赛的推动下，各省、市、地区、县、校、年级均纷纷开展数学竞赛活动。世界著名数学家陈省身教授预言：“21世纪中国将成为数学大国”。为了培养21世纪杰出的中国数学家和其他科学家，我们必须搞好启蒙教育。为发展全民族的数学思维水平，也为了培养各级竞赛选手，湖北省数学学会和湖北大学数学系联合开办了数学奥林匹克函授学校。本书是小学数学竞赛函授教材（分上、下册），共十八讲，覆盖了小学数学全部内容，精炼地阐述了小学数学解题的方法和技巧，并在数学思想方法上加以相应的适当的知识扩展。在编写上力求通俗易懂、深入浅出，便于学生阅读。为使读者学有所得，每讲均附有习题供读者学完一讲后练习，并且在书末均附有解答，以利读者辨别正误。总之，我们尽量使本书成为一本对参赛者有实际帮助的教材。同时，也希望本书能成为数学教师和广大少年数学爱好者的一本较好的参考资料。

本书在编写过程中，得到了《中学数学》杂志编辑部全体同志的大力支持和帮助，湖北大学附小王茂意同志对书稿内容提出了宝贵的意见，在此一并表示衷心感谢。由于时间仓促，水平有限，缺点和错误难免，希望得到各方面的批评指正。

江 志

1988年1月

江 志 主编
钱展望 张 京 编
刘 芸 万尔遐

华中师范大学出版社

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

目 录

第一讲	算术应用题	1
第二讲	代数应用题	30
第三讲	整数的性质	48
第四讲	趣味数字问题	64
第五讲	常用的速算方法	86
第六讲	数的进位制	100
第七讲	面积的计算	118
第八讲	图形的切拼	128
第九讲	几何算巧	144
第十讲	数学问题的自由思考	155
习题答案与略解		168

第一讲 算术应用题

算术应用题在小学数学中占有重要的位置。它对提高学生正确、迅速的运算能力，培养学生的直觉思维能力和逻辑推理能力都有重要意义。

常见的小学算术应用题有：整数四则应用题、分数和百分数应用题、比和比例应用题等三种。这一讲，我们将对算术应用题的意义、解法步骤和思路分析作一些研究与探讨。

一 整数四则应用题

根据解答步骤整数四则应用题，可以分为简单应用题和复合应用题两大类。只含有一个数量关系，仅用一步运算就能进行解答的应用题称为简单应用题，又称基本应用题；含有两个或者两个以上的数量关系，需要进行两步或者两步以上的运算才能进行解答的应用题，称为复合应用题。

1. 应用题的意义

算术应用题是用语言叙述和算术运算求得答案的问题，因此它必定包括着某项问题和解答这项问题所需要的已知条件。已知条件一般必定是解答问题所必要的和充分的。只有这样，我们才能得出一个确定的答案。

算术应用题的解答需要根据题目中给出的数量关系来确定运算的方法和顺序，因此，读者需要掌握四则运算的应用，掌握解题的思路和步骤，还要正确理解算术语言。

2. 应用题的解题步骤

解答算术应用题，一般按下列步骤进行：

(1) **审题** 审题就是正确地理解题意。理解题意是解题的基础。不能确切地理解题意,就不能作出正确的分析和解答。

要正确理解题意,首先必须弄明白题目中的有关名词、数学术语和某些语句的意思。要逐字、逐句地认真读题,理解每一句话、每一个字的含义。

(2) **分析** 分析是指分析题目中的数量关系。深入分析是解题的关键。分析题目中的数量关系,就是要明确它们之间的“和、差、倍、分”关系。

(3) **列式** 列式计算是解题的重点。在正确理解题意和分清数量关系的基础上,着手解题,列出算式,并正确计算出结果。

(4) **检验** 验算是正确解题的保证,因此读者必须重视这一步骤,掌握常用的验算方法,养成良好的验算习惯。验算一般可采用估算法或代入法,也可以通过不同解法来加以验算。

3. 应用题的解题思路

在这里,我们只着重研究复合应用题的解题思路。

按照传统讲法,复合应用题分为两类:①一般复合应用题;②典型复合应用题(典型复合应用题是指有特定解法的一类应用题。如平均问题、归一问题、倍比问题、和值问题、差倍问题、和差问题、行程问题、工程问题、盈亏问题、鸡兔问题、数字问题、还原问题、植树问题以及更特殊一些的方阵问题、年龄问题、时钟问题等。)

按照近代讲法,从解题思路划分,也分为两类:①一般解题思路;②特殊解题思路。下面我们对后一种讲法,粗略地作一些介绍。

(1) 一般解题思路

用一般解题思路解某些复合应用题的关键是通过分析，进行转化，把一道复合应用题分解成几道简单的应用题，从而达到化难为易，化繁为简的目的。思考问题时有两种不同的思维方法（分析法和综合法）。

(i) 分析法

分析法的思考过程是一种执果索因的思维过程。分析法是从问题出发，根据数量间的关系，找出解答问题所需要的两个直接条件，然后把其中一个（或两个）未知条件作为问题，再根据数量间的关系，找出解答这一问题所需要的两个直接条件。这样逐步推，直至问题所需要的条件都是题目中所给予的已知条件为止。

下面我们举个例子来说明分析法的分析过程。

某厂为老山前线将士生产电视差转机 450 台，每天生产 36 台，生产了 5 天。因特殊情况，余下的任务要在 6 天内完成，平均每天要多生产多少台？

分析法思路（见图 1-1）：

由图可知，这道复合应用题分解成了四道简单应用题，从而找出了解题方法，列出算式：

$$(450 - 36 \times 5) \div 6 - 36 = 9(\text{台})。$$

(ii) 综合法

综合法的思考过程是一种由因导果的思维过程。综合法是从题目所给的条件出发，根据数量关系，先选择两个已知条件提出可以解的问题。然后把所求出的数量作为新的已知条件，与其他的已知条件搭配，再提出可以解的问题。这样逐步推导，直到应用问题获得解决。

仍以上题为例，综合法是这样思考的（见图 1-2）：

$$(450 - 3 \times 5) \div 6 - 36 = 9(\text{台})。$$

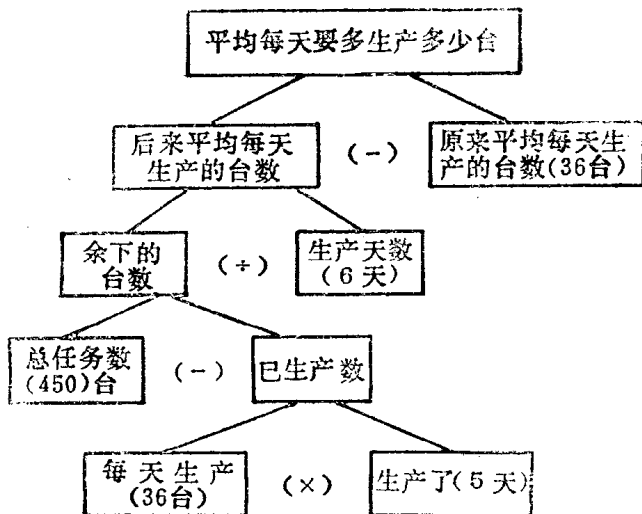


图 1-1

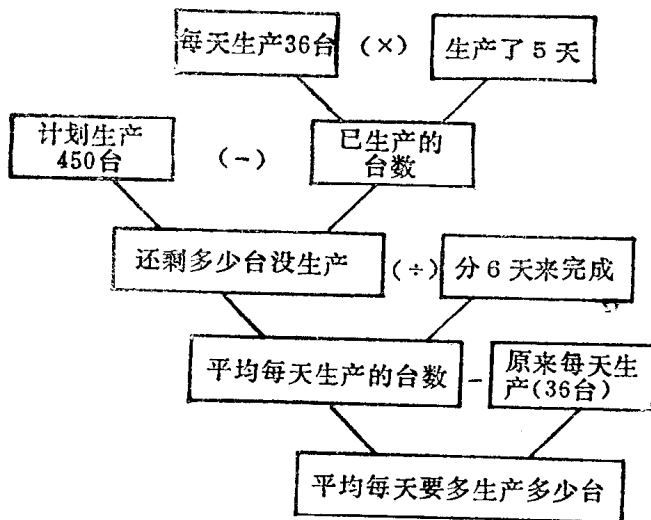


图 1-2

分析法和综合法的思路是相反的，一个是执果索因，一个是由因导果。分析法的优点是能迅速提高学生的逻辑推理能力，使思维逐步条理化。综合法的优点是容易被学生所掌握。分析法和综合法在一般题目的分析中不是孤立的，而是互相联系的。严格地说，如果没有分析，便不可能综合，所谓分析与综合，只不过是“以谁为主而已”。

【例1】 客车、货车同时由甲、乙两地出发，相向而行，客车每小时行60千米，货车每小时行40千米，5小时后客车和货车相遇，求甲乙两地间的距离。

(i) 分析法(见图1-3)：

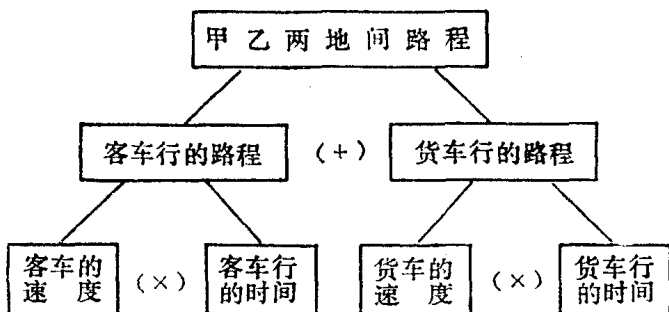


图 1-3

解答为 $60 \times 5 + 40 \times 5 = 500$ (千米)。

(ii) 综合法(见图1-4)：

解答为 $(60 + 40) \times 5 = 500$ (千米)。

本例是行程问题中的相遇问题，它的特点是：以两种不同的速度同时从两地“相向而行”，因此越来越近而在中途相遇。此类问题的解法模式是：

两地间路程 = 速度和 \times 相遇时间。

【例2】 东湖养殖场喜获丰收，第一块水田25亩，平均

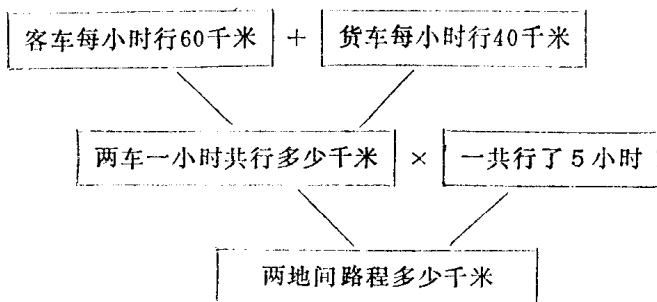


图 1-4

亩产鲜鱼502.5千克,第二块水田20亩,平均亩产鲜鱼525千克。这两块水田亩产鲜鱼多少千克?

采用分析法进行分析(见图1-5):

解答为 $(502.5 \times 25 + 525 \times 20) \div (25 + 20) = 522.5$ (千克)。

本例是平均问题中的加权平均问题。它的特点是:两块田的亩数不同而影响到平均的结果。这里亩数起到了“权衡轻重”的作用,称为“权数”。

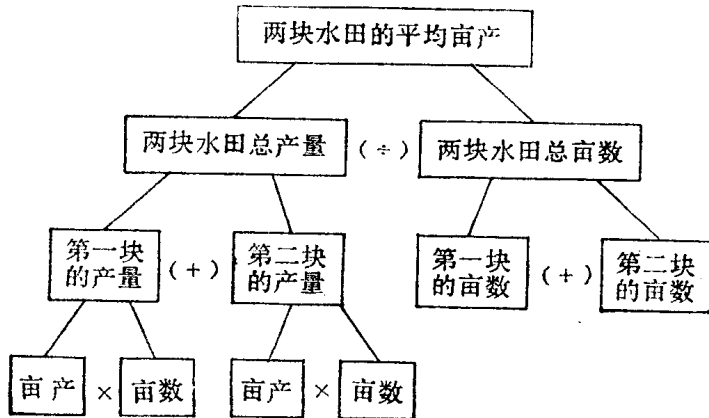


图 1-5

解法模式是：
$$\text{平均数} = \frac{(\text{部分平均数} \times \text{权数}) \text{的总和}}{\text{权数的和}}$$

【例3】 工厂和码头相距37千米。甲乙两人由工厂骑车去码头，甲每小时行15千米，乙每小时行20千米。当甲走出7.5千米后，乙才出发，乙追上甲时，距码头还有多少千米？

采用分析法进行分析（见图1-6）：

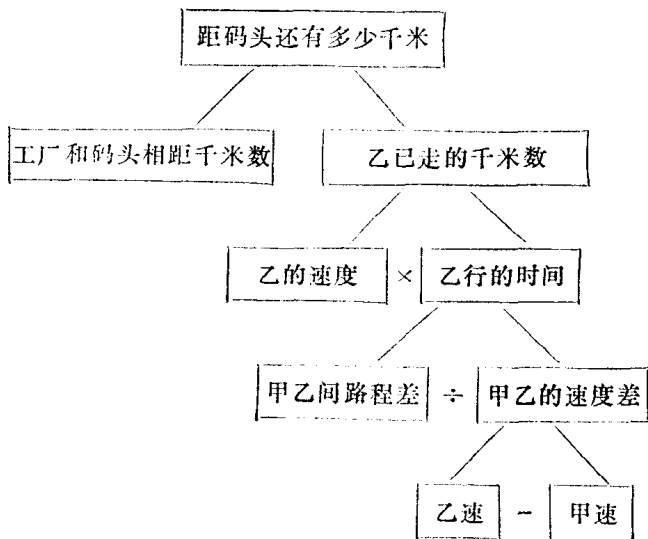


图 1-6

解答为 $37 - 20 \times [7.5 \div (20 - 15)] = 7$ (千米)。

本例是行程问题中的追及问题，它的特点是：走在后面的走得快，因此越追越近而终于追及前者。

解法模式是：路程差 \div 速度差 = 追上的时间。

(2) 特殊解题思路

有些复合应用题用一般解题思路分析时，难于找到解题途径，必须考虑应用特殊解题思路进行分析。这里我们将给读者介绍“代换”、“假设”、“逆推”、“消去”、“直接”等五种思路。

(i) 代换思路(归于同一个未知量)

代换思路的实质是“归一”，一般用于已经给了两个未知量间的关系而求这两个未知量的情况。此种思路可用于解决“和倍”与“差倍”问题。

【例4】 食堂购进大米和面粉共2400千克，已知购进大米千克数是面粉千克数的2倍。问购进大米和面粉各多少千克？

分析

共2400千克 $\left\{ \begin{array}{l} \text{大米千克数是面粉千克数的2倍} \\ \text{面粉千克数} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{各购进多} \\ \text{少千克?} \end{array} \right.$

共2400千克 $\left\{ \begin{array}{l} \text{大米千克数} \quad | \text{—————} | \\ \text{面粉千克数} \quad | \text{—————} | \end{array} \right.$

用面粉的千克数代替大米的千克数，一份大米的千克数相当于两份面粉的千克数，那么2400千克正好相当于 $(2+1)$ 份面粉的千克数。

面粉 $2400 \div (2+1) = 800$ (千克)，

大米 $800 \times 2 = 1600$ (千克)。

解答过程略

本例是“和倍”问题。“和倍”问题的特点是：已知两数的和以及大数是小数的几倍。求这两个数。

解法模式是： $\text{和} \div (\text{倍数} + 1) = \text{小数}(\text{即}1\text{倍量})$ 。

【例5】 两根绳子，长的一根为12米，短的一根为9米。两根绳子剪去同样长的一段后，长的一根的长度是短的一根的长度的4倍。问两根绳现在各长多少米？

分析

我们利用代换思路进行“归一”。用短的一根绳剩下部分代换长的一根绳剩下的部分(见图1-7)。

短绳 $(12-9) \div (4-1) = 1$ (米)，

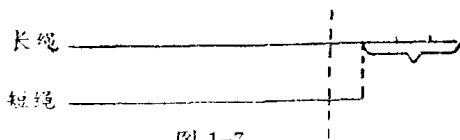


图 1-7

长绳 $1 \times 4 = 4$ (米)。

解答过程略。

本例是“差倍”问题。“差倍”问题的特点是：已知两个数的差以及大数是小数的几倍，求这两个数。

解法模式是：差 \div (倍数 - 1) = 小数 (即1倍量)。

【例6】小明去文具店买了6本大字本和5本小字本，共用去1.35元。已知3本大字本的价钱与2本小字本的价钱相同。一本大字本和一本小字本各多少元？

此题是一个稍复杂一些的“和倍”应用题，读者不妨自己利用代换思路解解看。

(ii) 假设思路

假设思路仍是以一个假设的未知量替代另一个未知量。它与代换思路的不同点在于：假设思路通过设想新未知量来“归一”。

【例7】某校六年级一班有学生49人，其中男学生比女学生多5人。这个班有男、女生各多少人？

分析

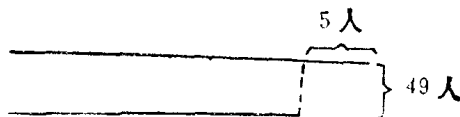


图 1-8

假设男学生人数少5人，则与女学生人数一样多，那么总数就应减少5人，为 $(49 - 5)$ 。总数除以2后便可以求出女学生人数。

假设女学生人数多 5 人，则与男学生人数一样多，那么总数就应增加 5 人，为 $(49+5)$ 。总数除以 2 后便可以求出男学生人数。

解答过程略。

本例是“和差”问题。“和差”问题的特点是：已知两个数的和与差，求这两个数。

解法模式是： $(和 \pm 差) \div 2 = \begin{matrix} 大 \\ 小 \end{matrix} 数$ 。

【例8】 买甲、乙两种画片共 20 张，共用去人民币 4 元 5 角。甲种画片每张 3 角，乙种画片每张 2 角。两种画片各买了几张？

分析 假设 20 张画片全是甲种的，应用去 $0.3 \times 20 = 6$ (元)，与实际钱数 4 元 5 角有差异。再分析产生差异的原因 (每张乙种画片都多算了 0.10 元)，求出结果：

$$\text{乙种 } (0.3 \times 20 - 4.5) \div (0.3 - 0.2) = 15 (\text{张}),$$

$$\text{甲种 } 20 - 15 = 5 (\text{张}).$$

假设 20 张画片全是乙种的，应用去 $0.2 \times 20 = 4$ (元)，与实际钱数 4 元 5 角有差异，再分析产生差异的原因 (每张甲种的都少算了 0.10 元)。求出结果

$$\text{甲种 } (4.5 - 0.2 \times 20) \div (0.3 - 0.2) = 5 (\text{张}),$$

$$\text{乙种 } 20 - 5 = 15 (\text{张}).$$

$$\text{验算: } 15 + 5 = 20 (\text{张}),$$

$$0.2 \times 15 + 0.3 \times 5 = 4.5 (\text{元}).$$

解答过程略。

本例属于“鸡兔”问题类型。“鸡兔”问题是一种古老的数学问题。它本来是专门研究鸡、兔混杂时，鸡兔的头数和足数及鸡兔各有多少只的数量关系问题。但这种关系是普遍存在的。研究它有一定的现实意义。解决鸡兔问题的思路，以

假设思路最好。

(iii) 逆推思路

【例9】 小贩把他所有的西瓜的一半又半个卖给第一个顾客，把余下的一半又半个卖给第二个顾客。就这样，他把所余西瓜一半又半个卖给以后的各个顾客。卖给第七个人以后，他已一个西瓜也没有了。这个小贩原有西瓜多少个？

这种类型的题目，如果顺着题目要求思考，比较繁琐且不容易找到解题途径。如果我们采用逆推的方法，就显得简单多了。

分析 我们从第七个人考虑起：他把第六个人买后剩下的西瓜的一半又半个买走后，小贩已没有西瓜了。那么那“半个瓜”应当是第七个人买第六个人买后剩下的瓜数的一半后多下来的。也就是说这多的“半个瓜”是第六个人买后剩下的瓜数的一半，所以第六个人买后只剩下了一个西瓜。又显然把第六个人多的“一个”加上他买走的半个恰是第五个人买后剩的瓜数的一半，即第五个人买后留下了 $(1+0.5) \times 2=3$ (个)西瓜。所以只要把某个人买后剩下的瓜数加上0.5乘以2就得到前一个人买后剩下的瓜数。这种逆推思路如下：

买瓜人	买后小贩剩余瓜数(个)
第七人	0
第六人	$(0+0.5) \times 2=1$
第五人	$(1+0.5) \times 2=3$
第四人	$(3+0.5) \times 2=7$
第三人	$(7+0.5) \times 2=15$
第二人	$(15+0.5) \times 2=31$
第一人	$(31+0.5) \times 2=63$

小贩原有瓜数： $(63+0.5) \times 2=127$ (个)