



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

大学物理实验

成正维 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,是面向 21 世纪课程教材和普通高等教育“九五”国家教委重点教材。全书体系新颖,按基础实验、设计性实验、专题实验台阶式组织教学内容;强调实验设计思路,并介绍了与实验相关的技术发展、最新成果和展望。书中有不少反映新的实验技术、实验仪器和实验手段的内容,多数实验提供了多种实验方法和要求,以适于不同层次学校教学的需要,具有较好的可读性和实用性。

本书可作为高等学校工科各专业的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/成正维主编. —北京:高等教育出版社, 2002. 12

ISBN 7-04-011580-8

I. 大… II. 成… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 050566 号

大学物理实验
成正维 主编

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号
邮政编码 100009
传 真 010-64014048

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
排 版 高等教育出版社照排中心
印 刷 北京地质印刷厂

开 本 787×960 1/16
印 张 21
字 数 390 000

版 次 2002 年 12 月第 1 版
印 次 2002 年 12 月第 1 次印刷
定 价 22.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究



面向 21 世纪课程教材



普通高等教育“九五”
国家教委重点教材

FAL74/12

前 言

本教材是教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果,适用于普通高校工科专业 56~64 学时物理实验课程的教学。

与传统的工科物理实验教材相比,本教材增添了许多新的实验内容,力求反映当前主流的实验理论、技术和方法。例如,教材选入了用超声法测量固体的弹性常量、红外脉冲热成像检测材料缺陷等反映物理学原理在新技术中应用的实验;光纤测温、集成电路温度传感器、CCD 光敏探测等现代传感技术在物理量测量中应用的实验;磁共振等以前不面向工科学生的近代物理实验。在许多传统的实验中,也使用了新的实验仪器、新的实验技术,并利用了电子计算机进行数据采集和处理。

在教材内容的编写上,我们注意了对实验背景、实验设计思路的介绍,同时尽可能地介绍一些与所选实验相关的实验技术、应用情况及其展望。在实验的方法和要求上,一些实验也提出了多种方案,给教师和学生更多的选择余地。考虑到不同学校实验条件和教学安排的差异,一般情况下教材只对仪器做原理性的概括介绍,教师在教学过程中应向学生提供具体型号仪器的使用说明书。为节省篇幅,对于在通用大学物理教材中涉及的物理理论,本书也不做介绍。对一些实验专用软件的介绍,附在各实验内容的后面。

教学内容和课程体系的改革以及新教材的使用应该与教学方法、教学模式的改革相配套。对此,使用本教材的教师可以做多方面的尝试。我们建议分两个学期安排教学:第一学期主要进行误差理论、数据处理和基础实验部分的教学;第二学期主要进行设计性实验和专题实验的教学。在实验教学过程中可以由教师指定学生选做其中的部分内容,在一定条件下也可以由学生自己选择实验题目。此外,旨在帮助学生熟悉与使用常用实验仪器的“操作练习”,可以作为预备实验在课外向学生开放。

参加本教材编写工作的有北方交通大学、北京航空航天大学、东北大学、西北工业大学、西南交通大学、石家庄铁道学院、北京化工大学、北京联合大学的许多教师(按姓氏笔画排列):王玉凤、成正维、刘晖、刘晓、刘晓来、汤慧君、江向东、朱亚彬、陈征、杜树槐、何玉珍、李杰、李恩普、李朝荣、沈端、张守志、郑乔、费文

伯、赵国忠、郭开惠、姜廷玺、曹昌年、梁家惠、曾家刚、滕永平等。北京师范大学的曾贻伟教授和北京航空航天大学的张士欣教授审阅了全部书稿,并提出了宝贵的意见。北方交通大学的林铁生教授在教材的策划和编写过程中倾注了许多心血。本教材由成正维任主编,王玉凤、李朝荣、郑乔任副主编。

编者

2002年1月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》。行为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

现公布举报电话及通讯地址:

电 话: (010)84043279 13801081108

传 真: (010)64033424

E - mail: dd@hep.com.cn

地 址: 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮 编: 100009

责任编辑	董洪光
封面设计	张楠
责任绘图	吴文信
版式设计	胡志萍
责任校对	存怡
责任印制	宋克学

目 录

第一章 测量误差	1
§1 测量与误差	1
§2 误差处理	4
§3 有效数字的记录与运算	13
§4 测量结果的不确定度评定	16
第二章 数据处理	24
§1 数据处理的基本方法	24
§2 Origin 数据处理软件简介	29
第三章 实验室常用仪器设备及使用	33
§1 基本物理量的测量和实验室常用器具	33
§2 物理实验的基本调整技术	49
§3 基本操作练习	53
(游标卡尺测金属杯体积、千分尺测钢珠体积、读数显微镜测毛细管内外径、流 体静力称衡法测物体密度、用焦利秤研究简谐振动、用单摆测重力加速度、在 气轨上测量加速度、测量二极管伏安特性、滑线变阻器分压特性研究、电势差 计的使用、黑盒子实验、混合法测固体的比热容、测薄透镜焦距)	
第四章 物理实验方法	70
§1 基本实验方法	70
§2 计算机在物理实验中的应用	77
第五章 基本实验	81
单元 1 微小长度的测量	81
实验 S1.1 杨氏模量的静态法测量	82
实验 S1.2 金属线膨胀系数的智能检测	87
单元 2 刚体转动惯量的测量	92
实验 S2.1 动力法测转动惯量	92
实验 S2.2 振动法测转动惯量	96
单元 3 电桥法及其应用	102
实验 S3.1 电桥法测电阻	105
实验 S3.2 电阻应变片研究与应变的测量	111
实验 S3.3 直流非平衡电桥	115
单元 4 示波器及其应用	119

实验 S4.1 示波器的使用	126
实验 S4.2 软磁材料磁滞回线和基本磁化曲线的测量	129
单元 5 磁场的测量	136
实验 S5.1 用冲击电流计测螺线管内磁场	139
实验 S5.2 霍耳效应测磁场	143
单元 6 温度的测量及其应用(I)	148
实验 S6.1 空气摩尔热容比的测定	153
实验 S6.2 不良导体热导率的测量	156
实验 S6.3 P-N 结正向压降的温度特性研究	163
实验 S6.4 高温超导体电阻-温度特性的测量	166
单元 7 共振测量法的应用	172
实验 S7.1 声速的测定	172
实验 S7.2 共振法测杨氏模量	177
单元 8 光的干涉	181
实验 S8.1 双棱镜干涉	184
实验 S8.2 牛顿环干涉	190
实验 S8.3 迈克耳孙干涉仪	193
单元 9 分光计及其应用	198
实验 S9.1 分光计的调整和使用	200
实验 S9.2 光栅衍射实验	208
实验 S9.3 偏振光及其应用	211
第六章 设计性实验	220
§1 实验设计基础知识	220
§2 设计性实验选题	228
单元 1 测量型实验	228
设计性实验 J1.1 测量不规则物体的密度	228
设计性实验 J1.2 重力加速度的测定	229
设计性实验 J1.3 电表内阻的测量	230
设计性实验 J1.4 电容的测量	231
设计性实验 J1.5 软磁材料静态磁特性的测定	231
设计性实验 J1.6 玻璃折射率的测定	231
单元 2 研究型实验	232
设计性实验 J2.1 乐器(吉他)弦振动的研究	232
设计性实验 J2.2 非线性电阻的研究	233
设计性实验 J2.3 电源特性研究	233
设计性实验 J2.4 光源的研究	234
设计性实验 J2.5 光电效应的研究	234
单元 3 制作型实验	235

设计性实验 J3.1 弦驻波法测量交流电频率的装置	235
设计性实验 J3.2 万用表的组装	235
设计性实验 J3.3 电子温度计的组装	237
设计性实验 J3.4 显微镜和望远镜的组装	237
设计性实验 J3.5 全息光栅的制作	237
第七章 专题实验	239
专题 1 压电效应及其应用	239
实验 Z1.1 碰撞时瞬态力的测量	243
实验 Z1.2 超声法测量固体弹性常量	248
实验 Z1.3 超声光栅实验与液体中声速的测量	254
专题 2 温度的测量及其应用(II)	259
实验 Z2.1 金属电子逸出功的测定	263
实验 Z2.2 光纤干涉仪温度传感实验研究	268
实验 Z2.3 脉冲加热红外热成像无损检测	271
专题 3 光电效应与光敏器件	277
实验 Z3.1 光电效应及普朗克常量的测定	280
实验 Z3.2 单缝衍射光强度的测量及光敏器件的应用	285
专题 4 光学信息技术	294
实验 Z4.1 光信息的调制和解调实验	295
实验 Z4.2 全息照相	304
专题 5 磁共振	310
实验 Z5.1 核磁共振	314
实验 Z5.2 电子自旋共振	319
参考文献	323
附录 常用物理常量表	325

第一章 测量误差

物理实验的任务,不仅仅是定性地观察物理现象,也需要对物理量进行定量测量,并找出各物理量之间的内在联系。

由于测量原理的局限性或近似性、测量方法的不完善、测量仪器的精度限制、测量环境的不理想以及测量者的实验技能等诸多因素的影响,所有测量都只能做到相对准确。随着科学技术的不断发展,人们的实验知识、手段、经验和技巧不断提高,测量误差被控制得越来越小,但是绝对不可能使误差降为零。因此,作为一个测量结果,不仅应该给出被测对象的量值和单位,而且还必须对量值的可靠性做出评价,一个没有误差评定的测量结果是没有价值的。

本章介绍测量与误差、误差处理、有效数字、测量结果的不确定度评定等基本知识,这些知识不仅在本课程的实验中要经常用到,而且也是今后从事科学实验工作所必须了解和掌握的。

§1 测量与误差

一、测量及其分类

所谓测量,就是借助一定的实验器具,通过一定的实验方法,直接或间接地把待测量与选作计量标准单位的同类物理量进行比较的全部操作。简而言之,测量是指为确定被测对象的量值而进行的一组操作。

按照测量值获得方法的不同,测量分为直接测量和间接测量两种。

直接从仪器或量具上读出待测量的大小,称为**直接测量**。例如,用米尺测物体的长度,用秒表测时间间隔,用天平测物体的质量等都是直接测量,相应的被测物理量称为直接测量量。

如果待测量的量值是由若干个直接测量量经过一定的函数运算后才获得的,则称为**间接测量**。例如,先直接测出铁圆柱体的质量 m 、直径 D 和高度 h ,再根据公式 $\rho = \frac{4m}{\pi D^2 h}$ 计算出铁的密度 ρ ,这就是间接测量, ρ 称为间接测量量。

按照测量条件的不同,测量又可分为等精度测量和不等精度测量。

在相同的测量条件下进行的一系列测量是**等精度测量**。例如,同一个人,使

用同一仪器,采用同样的方法,对同一待测量连续进行多次测量,此时应该认为每次测量的可靠程度都相同,故称之为等精度测量,这样的一组测量值称为一个测量列。

在不同测量条件下进行的一系列测量,例如不同的人员,使用不同的仪器,采用不同的方法进行测量,则各次测量结果的可靠程度自然也不相同,这样的测量称为不等精度测量。处理不等精度测量的结果时,需要根据每个测量值的“权重”,进行“加权平均”,因此在一般物理实验中很少采用。

等精度测量的误差分析和数据处理比较容易,本书所介绍的误差和数据处理知识都是针对等精度测量的。

二、误差与偏差

1. 真值与误差

任何一个物理量,在一定的条件下,都具有确定的量值,这是客观存在的,这个客观存在的量值称为该物理量的真值。测量的目的就是要力图得到被测量的真值。我们把测量值与真值之差称为测量的绝对误差。设被测量的真值为 x_0 , 测量值为 x , 则绝对误差 ϵ 为

$$\epsilon = x - x_0 \quad (1-1)$$

由于误差不可避免,故真值往往是得不到的。所以绝对误差的概念只有理论上的价值。

2. 最佳值与偏差

在实际测量中,为了减小误差,常常对某一物理量 X 进行多次等精度测量,得到一系列测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则测量结果的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-2)$$

算术平均值并非真值,但它比任一次测量值的可靠性都要高。系统误差忽略不计的算术平均值可作为最佳值,称为近真值。我们把测量值与算术平均值之差称为偏差(或残差):

$$\nu_i = x_i - \bar{x} \quad (1-3)$$

三、误差的分类

正常测量的误差,按其产生的原因和性质可以分为系统误差和随机误差两类,它们对测量结果的影响不同,对这两类误差处理的方法也不同。

1. 系统误差

在同样条件下,对同一物理量进行多次测量,其误差的大小和符号保持不变或随着测量条件的变化而有规律地变化,这类误差称为系统误差。系统误差的特

征是具有确定性,它的来源主要有以下几个方面:

仪器因素 由于仪器本身的固有缺陷或没有按规定条件调整到位而引起误差.例如,仪器标尺的刻度不准确,零点没有调准,等臂天平的臂长不等,砝码不准,测量显微镜精密螺杆存在回程差,或仪器没有放水平,偏心、定向不准等.

理论或条件因素 由于测量所依据的理论本身的近似性或实验条件不能达到理论公式所规定的要求而引起误差.例如,称物体质量时没有考虑空气浮力的影响,用单摆测量重力加速度时要求摆角 $\theta \rightarrow 0$,而实际中难以满足该条件.

人员因素 由于测量人员的主观因素和操作技术而引起误差.例如,使用停表计时,有的人总是操之过急,计时比真值短;有的人则反应迟缓,计时总是比真值长;再如,有的人对准目标时,总爱偏左或偏右,致使读数偏大或偏小.

对于实验者来说,系统误差的规律及其产生原因,可能知道,也可能不知道.已被确切掌握其大小和符号的系统误差称为可定系统误差;对于大小和符号不能确切掌握的系统误差称为未定系统误差.前者一般可以在测量过程中采取措施予以消除,或在测量结果中进行修正.而后者一般难以做出修正,只能估计其取值范围.

2. 随机误差

在相同条件下,多次测量同一物理量时,即使已经精心排除了系统误差的影响,也会发现每次测量结果都不一样.测量误差时大时小,时正时负,完全是随机的.在测量次数少时,显得毫无规律,但是当测量次数足够多时,可以发现误差的大小以及正负都服从某种统计规律.这种误差称为随机误差.随机误差的特征是它的不确定性,它是由测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的.例如,人的感受(视觉、听觉、触觉)灵敏度和仪器稳定性有限,实验环境中的温度、湿度、气流变化,电源电压起伏,微小振动以及杂散电磁场等都会导致随机误差.

除系统误差和随机误差外,还有过失误差.过失误差是由于实验者操作不当或粗心大意造成的,例如看错刻度、读错数字、记错单位或计算错误等.过失误差又称粗大误差.含有过失误差的测量结果称为“坏值”,被判定为坏值的测量结果应剔除不用.实验中的过失误差不属于正常测量的范畴,应该严格避免.

3. 精密度、正确度和准确度

评价测量结果,常用到精密度、正确度和准确度这三个概念.这三者的含义不同,使用时应注意加以区别.

精密度反映随机误差大小的程度.它是对测量结果的重复性的评价.精密度高是指测量的重复性好,各次测量值的分布密集,随机误差小.但是,精密度不能确定系统误差的大小.

正确度反映系统误差大小的程度.正确度高是指测量数据的算术平均值偏离真值较少,测量的系统误差小.但是,正确度不能确定数据分散的情况,即不能

反映随机误差的大小。

准确度 反映系统误差与随机误差综合大小的程度。准确度高是指测量结果既精密又正确,即随机误差与系统误差均小。

现以射击打靶的弹着点分布为例,形象地说明以上三个术语的意义。如图1-1所示,其中图(a)表示精密度高而正确度低,图(b)表示正确度高而精密度低,图(c)表示精密度和正确度均低,即准确度低,图(d)表示精密度和正确度均高,即准确度高。通常所说的“精度”含义不明确,应尽量避免使用。

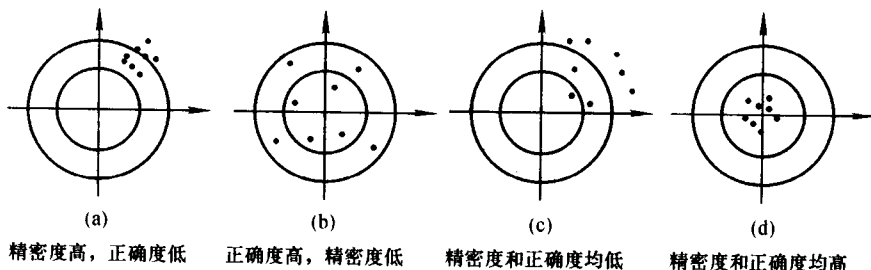


图 1-1 精密度、正确度和准确度示意图

§2 误差处理

一、处理系统误差的一般知识

1. 发现系统误差的方法

系统误差一般难于发现,并且不能通过多次测量来消除。人们通过长期实践和理论研究,总结出一些发现系统误差的方法,常用的有:

理论分析法 包括分析实验所依据的理论和实验方法是否有不完善的地方;检查理论公式所要求的条件是否得到了满足;量具和仪器是否存在缺陷;实验环境能否使仪器正常工作以及实验人员的心理和技术素质是否存在造成系统误差的因素等。

实验对比法 对同一待测量可以采用不同的实验方法,使用不同的实验仪器,以及由不同的测量人员进行测量。对比、研究测值变化的情况,可以发现系统误差的存在。

数据分析法 因为随机误差是遵从统计分布规律的,所以若测量结果不服从统计规律,则说明存在系统误差。我们可以按照测量列的先后次序,把偏差(残差)列表或作图,观察其数值变化的规律。比如前后偏差的大小是递增或递减的;

偏差的数值和符号有规律地交替变化;在某些测量条件下,偏差均为正号(或负号),条件变化以后偏差又都变化为负号(或正号)等情况,都可以判断存在系统误差。

2. 系统误差的减小与消除

知道了系统误差的来源,也就为减小和消除系统误差提供了依据。

(1) 减小与消除产生系统误差的根源

对实验可能产生误差的因素尽可能予以处理。比如采用更符合实际的理论公式,保证仪器装置良好,满足仪器规定的使用条件等等。

(2) 利用实验技巧,改进测量方法

对于定值系统误差的消除,可以采用如下一些技巧和方法。

交换法 根据误差产生的原因,在一次测量之后,把某些测量条件交换一下再次测量。例如,用天平称质量时,把被测物和砝码交换位置进行两次测量。设 m_1 和 m_2 分别为两次测得的质量,取物体的质量为 $m = \sqrt{m_1 \cdot m_2}$,就可以消除由于天平不等臂而产生的系统误差。

替代法 在测量条件不变的情况下,先测得未知量,然后再用一已知标准量取代被测量,而不引起指示值的改变,于是被测量就等于这个标准量。例如,用惠斯通电桥测电阻时,先接入被测电阻,使电桥平衡,然后再用标准电阻替代被测量,使电桥仍然达到平衡,则被测电阻值等于标准电阻值。这样可以消除桥臂电阻不准确而造成的系统误差。

异号法 改变测量中的某些条件,进行两次测量,使两次测量中的误差符号相反,再取两次测量结果的平均值做为测量结果。例如,用霍尔元件测磁场实验中,分别改变磁场和工作电流的方向,依次为 $(+B, +I)$ 、 $(+B, -I)$ 、 $(-B, +I)$ 、 $(-B, -I)$,在四种条件下测量电势差 U_H ,再取其平均值,可以减小或消除不等位电势、温差电势等附加效应所产生的系统误差。

此外,用“等距对称观测法”可消除按线性规律变化的变值系统误差;用“半周期偶数测量法”可以消除按周期性变化的变值系统误差等等,这里不再详细介绍。

在采取消除系统误差的措施后,还应对其它的已定系统误差进行分析,给出修正值,用修正公式或修正曲线对测量结果进行修正。例如,千分尺的零点读数就是一种修正值;标准电池的电动势随温度的变化可以给出修正公式;电表校准后可以给出校准曲线等等。

对于无法忽略又无法消除或修正的未定系统误差,可用估计误差极限值的方法进行估算。

以上仅就系统误差的发现及消除方法做了一般性介绍。在实际问题中,系统误差的处理是一件复杂而困难的工作,它不仅涉及许多知识,还需要有丰富的经

验,这需要在长期的实践中不断积累,不断提高.

二、随机误差及其分布

实验中随机误差不可避免,也不可能消除.但是,可以根据随机误差的理论来估算其大小.为了简化起见,在下面讨论随机误差的有关问题中,并假设系统误差已经减小到可以忽略的程度.

1. 标准误差与标准偏差

采用算术平均值作为测量结果可以削弱随机误差.但是,算术平均值只是真值的估计值,不能反映各次测量值的分散程度.采用标准误差来评价测量值的分散程度是既方便又可靠的.对物理量 X 进行 n 次测量,其标准误差(标准差)定义为

$$\sigma(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} \quad (1-4)$$

在实际测量中,测量次数 n 总是有限的,而且真值也不可知.因此标准误差只有理论上的价值.对标准误差 $\sigma(x)$ 的实际处理只能进行估算.估算标准误差的方法很多,最常用的是贝塞尔法,它用实验标准(偏)差 $S(x)$ 近似代替标准误差 $\sigma(x)$.实验标准差的表达式为

$$S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-5)$$

本书中我们都是用此式来计算直接测量量的实验标准差,其含义将在下面讨论.

2. 平均值的实验标准差

如上所述,在我们进行了有限次测量后,可得到算术平均值 $\bar{x}$. $\bar{x}$ 也是一个随机变量.在完全相同的条件下,多次进行重复测量,每次得到的算术平均值也不尽相同,这表明算术平均值本身也具有离散性.由误差理论可以证明,算术平均值的实验标准差为

$$S(\bar{x}) = \frac{S(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-6)$$

由此式可以看出,平均值的实验标准差比任一次测量的实验标准差小.增加测量次数,可以减少平均值的实验标准差,提高测量的准确度.但是,单纯凭增加测量次数来提高准确度的作用是有限的.如图 1-2 所示,当 $n > 10$ 以后,随测量次

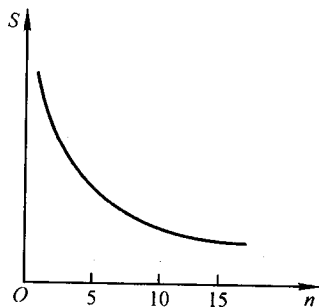


图 1-2 测量次数对 $S(\bar{x})$ 的影响

数 n 的增加, $S(\bar{x})$ 减小得很缓慢. 所以, 在科学研究中测量次数一般取 10~20 次, 而在物理实验教学中一般取 6~10 次.

3. 随机误差的正态分布规律

随机误差的分布是服从统计规律的. 首先, 我们用一组测量数据来形象地说明这一点. 例如用数字毫秒计测量单摆周期, 重复 60 次 ($n=60$), 将测量结果统计如下表:

时间区间/s	出现次数 Δn (频数)	相对频数 $\frac{\Delta n}{n}/\%$	时间区间/s	出现次数 Δn (频数)	相对频数 $\frac{\Delta n}{n}/\%$
2.146~2.150	1	2	2.166~2.170	15	25
2.151~2.155	3	5	2.171~2.175	9	15
2.156~2.160	9	15	2.176~2.180	5	8
2.161~2.165	16	27	2.181~2.185	2	3

以时间 T 为横坐标, 相对频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 为纵坐标, 用直方图将测量结果表示如图

1-3. 如果再进行一组测量 (如 100 次), 做出相应的直方图, 仍可以得到与前述图形不完全吻合但轮廓相似的图形. 随着次数的增加, 曲线的形状基本不变, 但对称性越来越明显, 曲线也趋向光滑. 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 上述曲线变成光滑曲线. 这表示测值 T 与频数 $\frac{\Delta n}{n}$ 的对应关系呈连续变化的函数关系. 显然, 频数与 T 的取值有关, 连续分布时它们之间的关系可以表示为

$$\frac{dn}{n} = f(T) dT$$

函数 $f(T) = \frac{dn}{n dT}$ 称为**概率密度函数**, 其含义是在测值 T 附近、单位时间间隔内测值出现的概率.

当测量次数足够多时, 其误差分布将服从统计规律. 许多物理测量中, 当 $n \rightarrow \infty$ 时随机误差 ϵ 服从正态分布 (或称高斯分布) 规律. 可以导出正态分布概率密度函数的表达式为

$$f(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (1-7)$$

图 1-4 是正态分布曲线. 该曲线的横坐标为误差 ϵ , 纵坐标 $f(\epsilon)$ 为误差分

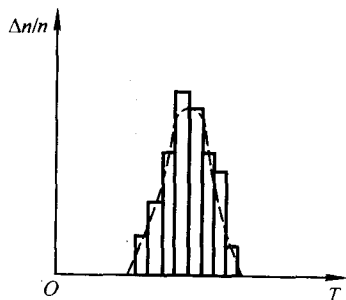


图 1-3 统计直方图

布的概率密度函数. $f(\epsilon)$ 的物理含义是: 在误差值 ϵ 附近, 单位误差间隔内, 误差出现的概率. 曲线下阴影的面积元 $f(\epsilon)d\epsilon$ 表示误差出现在 $\epsilon \sim \epsilon + d\epsilon$ 区间内的概率. 按照概率理论, 误差 ϵ 出现在区间 $(-\infty, \infty)$ 范围内是必然的, 即概率为 100%. 所以, 图中曲线与横轴所包围的面积应恒等于 1, 即

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\epsilon) d\epsilon \equiv 1 \quad (1-8)$$

由概率理论可以证明 σ 就是标准差. 在正态分布的情况下, 式 (1-7) 中 σ 的物理意义是什么呢? 首先定性分析一下: 从式 (1-7) 可以看出, 当 $\epsilon = 0$ 时,

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

因此, σ 值越小, $f(0)$ 的值越大. 由于曲线与横坐标轴包围的面积恒等于 1, 所以曲线峰值高, 两侧下降就较快. 这说明测量值的离散性小, 测量的精密度高. 相反, 如果 σ 值大, $f(0)$ 就小, 误差分布的范围就较大, 测量的精密度低. 这两种情况的正态分布曲线如图 1-5 所示.

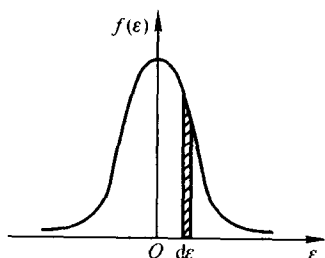


图 1-4 正态分布曲线

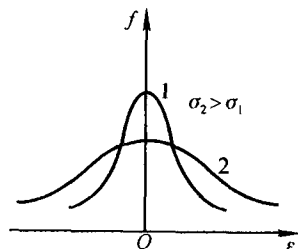


图 1-5 σ 的物理意义

4. 置信区间与置信概率

我们还可以从另一角度理解 σ 的物理意义. 计算一下测量结果分布在 $-\sigma \sim \sigma$ 之间的概率, 可得

$$P_1 = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 0.683 = 68.3\% \quad (1-9)$$

这就是说, 在所测的一组数据中平均有 68.3 % 的数据测值误差落在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 之间. 同样也可以认为在所测的一组数据中, 任一个测值的误差落在区间 $[-\sigma, \sigma]$ 内的概率为 68.3 %. 我们把 P_1 称作置信概率, $[-\sigma, \sigma]$ 就是 68.3 % 的置信概率所对应的置信区间.

显然, 扩大置信区间, 置信概率就会提高. 可以证明, 如果置信区间分别为 $[-2\sigma, 2\sigma]$ 和 $[-3\sigma, 3\sigma]$, 则相应的置信概率为

$$P_2 = \int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\epsilon) d\epsilon = 95.5\% \quad (1-10)$$