

〔苏〕 A.M.列乌申娜 著

学 前 儿 童
初 步 数 概 念
的 形 成

曹筱宁 成有信 朴永馨 译

人 民 教 育 出 版 社

А. М. ЛЕУШИНА
ФОРМИРОВАНИЕ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ
У ДЕТЕЙ
ДОШКОЛЬНОГО
ВОЗРОСТА

*

МОСКВА "ПРОСВЕЩЕНИЕ" 1974

学前儿童初步数概念的形成

[苏] А. М. 列乌申娜 著

曹筱宇 成有信 朴永馨 译

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 13.25 插页 3 字数 320,000

1982年1月第1版 1982年9月第1次印刷

印数 1—19,000

书号 7012·0486 定价 1.90元

出版说明

本书由苏联著名幼儿教育家、教授、教育学博士 A. M. 列乌申娜编著。1974 年经苏联教育部批准为高等师范院校学前教育学和心理学专业的教学参考书。书中系统地阐述了学前儿童初步数概念的形成和发展的理论和特点，并分年龄班详尽地介绍了向三至七岁幼儿传授初步数学知识的教学方法。附录部分还简介了关于数、书写数码和记数制的发展史以及供儿童教学和游戏用的直观材料。可供高等师范院校和幼儿师范学校师生以及广大幼儿教育工作者、小学教师、心理学工作者参考。

本书各章的译者是：绪论和第一章至第八章，朴永馨；第九章至第十一章，曹筱宁；第十二章和附录一、二，成有信。全书由成有信统稿。学前教育方面的内容由曹筱宁校订。最后请北京师范大学数学系教材教法教研室丁尔陞副教授对全书特别是数学方面的内容进行了校订。

人民教育出版社教育编辑室

1982 年 1 月

目 录

绪 论	1
第 一 章 学前儿童初步数学教学的特点	19
第 二 章 十九至二十世纪学校和幼儿园的教学方法	30
第 三 章 儿童关于集合、数和计数的 初步数学知识的发展	59
第 四 章 儿童对于物体大小、形状和重量概念 发展的特点(在感性知觉基础上)	93
第 五 章 学前大班儿童测量长度、重量、 容积方法的发展	111
第 六 章 儿童空间定向的发展	117
第 七 章 学前儿童对时间知觉的特点	127
第 八 章 儿童初步数学知识教学的一般教学原则	136
第 九 章 幼儿园三至四岁小班初步数学的 教学大纲和教学方法	176
第 十 章 幼儿园四至五岁中班初步数学的 教学大纲和教学方法	207
第十一章 幼儿园五至六岁大班初步数学的 教学大纲和教学方法	243
第十二章 小学预备班(六至七岁)初步数学的 教学大纲和教学方法	293
附 录 一 关于数、书写数码和记数制 发展史的一些资料	376
附 录 二 儿童数学作业和游戏的 直观材料	394

绪 论

苏联于1971年对教育科学理论和实践、对整个社会提出了一项极其重要的任务：保证正在成长的一代人的全面发展。全体苏联教师，首先是幼儿园的教养员，都应全力以赴地来完成这项任务。

全体儿童现在都已受到了八年制教育，而在最近若干年内，青年们将受到十年制中等教育。对学校毕业生要求的变化自然会导致教学目的的变化。人的全面发展变成了现实的具体任务。

过去，小学数学教学的基本任务被归结为单纯地训练计算技巧和熟记算术运算的法则，而不是去教学生掌握理论基础知识。这保证不了对儿童必要的逻辑、数学训练。例如，在高年级教学大纲中就没有象概率论、数理统计和线性规划这样一些现代教育的重要部分。

智力的发展、掌握智力活动的方式、提高认识能力、自觉掌握知识和形成使用已学知识解决新问题的能力，这些在人的全面发展中都占有重要地位。最近几十年来，在人类社会生活中产生的巨大的科学技术进步，决定了发展智力、提高认识能力和培养合理思维(明确性、准确性、清晰性等)的必要性。

生产的自动化问题和在电子计算机上进行模拟的问题，都要求各个领域的工作人员严格地和顺序地分析他们的研究过程。因此，培养完善的逻辑论证的习惯就成了实际的需要。学习数学可以最大限度地适应逻辑思维的发展。数学思维的特征是：简洁、推

理过程的顺序性、逻辑的连贯性、思维的准确性和会利用符号。

于是对人们的、首先是对正在成长的一代人的数学教学的内容和方法就产生了新的看法。可见，现在学者和教师们关心学校数学课程的改革，绝不是偶然的。

在改编教学大纲时应该特别注意些什么呢？基本的探索在于下列两个方面：一方面，消除各个数学科目之间的隔阂和“建立统一的数学课程——象 A. И. 马尔库舍维奇所写的那样——把新的内容引进数学课，选择函数和变换这样最重要的思想，增添解析几何和数学分析初步”^①；另一方面，指明数学在物理学和其他科学上的应用，这是由于，在现代数学的实用意义又有了极大的增长（对技术、经济学、国防、语言学、生物学、心理学、教育学、医学等等）。

现代科学把数学看做是关于各种结构的学说。引人注目的是这样的思想：“把整个数学分成不多的几类结构，建立它们的谱系，用简单易懂的模型来形象地表征和表示它们。”^②

关于数学的各种结构的学说（代数结构，首先是群，有序集或半有序集的结构等）引起了心理学家和教育学家的特别注意。这些专家们发现，儿童和成人的思维机制是特别接近的，这一点在 М. 皮亚杰和 Б. 伊涅利杰尔写的书中^③得到了令人信服的证明。儿童们完全有可能在比从前认为的更早的阶段掌握数学概念。

数学教学的一些基本问题是很多国际会议上讨论的题目。社会主义和资本主义国家的学者、数学教师、工程师、逻辑学家、心理

① 马尔库舍维奇：《关于中小学数学课程的改革问题》，《学校数学》1964 年第 6 期，第 4 页。

② 同上，第 5 页。

③ 参见皮亚杰、伊涅利杰尔：《初等逻辑结构的起源》，莫斯科，外文出版社 1963 年版。

学家、历史学家和其他专家参加了这些讨论会。这一类讨论会在英国、比利时、瑞士、法国、卢森堡等地都曾举行过。

1962年，在匈牙利政府的倡议下和在联合国教科文组织的协助下，在匈牙利举行了学校数学教学国际讨论会。会议的结论和建议得到了广泛重视。会议指出，各国进行的研究表明，在从为十二岁（或更年幼的）以上儿童们开设的学校课程中，完全可以使用集合的最简单的运算，完全可以运用关系和函数的概念。

国际讨论会对各国制订学校教学大纲试验工作的进一步开展起了促进作用。

在苏联，多年来在所进行的实验工作的基础上，在著名数学家的参加下，从一年级开始的普通学校数学教学大纲，已由苏联教育科学院制订了出来，从1969年9月1日起已在学校低年级普遍执行。

为了理解探索新的教学方法的意義和理解新大纲的特点，有必要简要地介绍一下旧大纲的性质和它的缺点。

对实行新大纲前的小学 一年级算术教学的简要分析

在伟大的十月社会主义革命后的最初年代里，在探索建立新学校途径的时候，教师们已经开始了重新审查教学方法的工作。遗憾的是，那时给予学校的是很多空洞的计划，毫无批判地抄袭了国外文献中的一些东西。

曾经出版过E. 戈尔邦诺夫-波萨多夫和И. 宗泽尔编写的一级和二级劳动学校的新课本《生动的数、生动的思想和工作的手》。作者们写道，他们试图组织跟小学低年级儿童的发展和爱好相适应的教学工作。“儿童有一种探索的精神，儿童本身具有一种

独立行走、创造、尝试、思想、运动和在实践中运用所学到的知识与使用双手工作的本性。儿童努力把当时他赖以生活的东西体现在自己的工作和游戏中。因此，讲授数学初步知识的教学工作应该建立在儿童的积极活动的基础上：他应当是教学工作的积极合作者，而不应当是消极的听众。”^①

由于儿童的主要活动是游戏，因此作者们建议学校要用游戏的方法对儿童进行教学。“儿童在游戏中生活；游戏是他的作业，是他的工作。我们应给予他们一系列需要计数和思考的游戏。我们认为，在游戏的过程中，儿童能较好地掌握计数，更好地认识数及数的运算。我们希望初等数学的大部分教学工作应变成用生动的作业和游戏方法进行的自我教学。”^②

书中曾提出了发展儿童数学概念的任务，但是，作者们把数学概念的发展理解成了自我发展。

在三十年代，由于国家工业化的结果，提高了对人民普通教育水平的要求。1930年7月25日联共(布)中央通过了《普及初等义务教育》的决议。制订学校对儿童教学的系统指南的任务就落到了教育家和教学法专家们的身上了。1931年9月5日联共(布)中央《关于小学和中学》的决议和1932年8月25日《关于中小学教学大纲和教学制度》的决议，也把教师们的注意力集中到了这个问题上。

为了实现党提出的任务，在三十年代曾制订了很多算术教学法。

苏联教学法专家继续发展了俄国古典教育家莫立的算术教学

① 戈尔邦诺夫-波萨多夫和宗泽尔：《生动的数、生动的思想和工作的手》，莫斯科，国家出版社1921年版，第3页。

② 同上，第4页。

的进步路线。教给儿童的主要不是计数,而是算术运算和计算,因为儿童在入学时已经掌握了计数的技能和形成了数的初步概念。可见,学校的任务在于,在儿童已掌握的技能基础上把数的初步概念系统化起来。形成数概念的过程乃是更长期和更复杂的过程。

K. Φ. 列别金采夫的著作《幼儿数概念的发展》(1923 年)一书在当时曾有过很大影响。

在观察了自己的儿童之后,列别金采夫得出结论说,幼儿 5 以内数的最初概念是在区分物体群的基础上产生的,而且是完全不按自然数列的顺序的。例如,认识由两个物体组成的群并用数词二对它命名要早于用数词一对一个物体的命名。儿童区分由两对物体组成的群要早于由三个物体组成的群。“根据这些情况可以断定,儿童的最初的数概念主要是由于对周围环境中的同类物体(眼、手、足、桌腿等)组成的不大的物体群的知觉引起的。”^①

一些教学法专家接受了列别金采夫的观点。大多数认为,为了形成儿童的数概念,重要的是,不仅要保证对群的知觉,而且要教会儿童计数。

除了数物体外,很多作者建议从一开始就引进度量。他们发展了革命前俄国教学法专家之一的 Л. 加拉宁的思想。加拉宁强调了度量对于掌握数量概念的意义。当儿童数单个物体时,还没有数量的概念。如果我们拿来五杯水,把水全倒入一个容器,就构成了一个新的里面倒了五杯水的整体概念——一瓶水。这个整体不能象分五枝铅笔那样分散为单个的计数单位。量的比较是数的比较的直观形象,因为在比较两个线段的长度时,可以立即看到一个比另一个长一部分,因此,五比四多一个单位。

我们打算谈论不同的作者在算术教学法上的差别,而只是

① 列别金采夫:《幼儿数概念的发展》,基辅,1923 年版,第 33 页。

要做一些概括:

一、大多数苏联作者的观点是,在一年级就必须教给儿童两种基本活动:开始教计数,而后教计算方法(学习加法和减法)。

二、为了准备由计数向运算过渡,很多作者认为必须和儿童一起研究数和数的组成。但是一些作者认为必须把数的组成的研究限制在5以内。然后就转入学习运算(И. И. 卡冯, И. С. 波波娃, 部分地包括 Г. Б. 波利亚克)。另一些人则建议在学习运算之前要先学习10以内所有数的组成(А. С. 普乔柯, В. Л. 埃缅诺夫等)。

但是,他们没有讲明为什么和怎样研究数的组成,而且他们的说法又经常是不一致的。例如,一些人指出,数可以用不同的方式分成二、三、四个加数(埃缅诺夫),另外一些人认为,必须限制在两个加数以内(波利亚克)。问题在于,为什么要把数的分解和数的组成的学习限制在某一个范围之内,这些在理论上都没有加以论证。在学习运算前要先学习数的组成,到底有什么理论的和实践的意义,也是不清楚的。

一些人把学习数的组成看成是学习加法和减法的准备;另一些人看成是培养运算技术的前提;第三种人看成是形成鲜明的数概念的工具;第四种人认为,学习数的组成有复习的意义和把儿童入学时知道的5以内数的初步概念系统化的意义。

可见,这一系列问题都没有得到解决。数的分解和组成这是不同的过程。幼儿可以把物体的集合分成更小的组,但这并不意味着他可以组成这个数(Я. И. 彼得洛娃, Е. И. 科尔扎科娃等人的研究)。

三、虽然在二十世纪初关于数图的意义有过一场大辩论,但很多教学法专家仍主张把学习数的组成和数图^①联系起来。

① 数图是表示数的图形。例如以五个实物图形或五个任意的几何图形表示数5。这个表示数5的五个图形就叫做5的数图或5的数的图形。——译者注

这里产生了一个问题，虽然从很小的时候起儿童周围就充满着不同形式的物体的各种集合，那为什么还要把那么大的作用归之于数图呢？很多对数图的整体感知的反对者指出，在这种情况下数量的感知会被图画的形状的感知所替代。教学法的作者们用沉默避开了所有这些争论的问题。

四、很多作者完全没有涉及到集合的观念、初步数的概念的形成和关于学前幼儿计数能力的发展问题。可见，学校算术教学法是没有根基的，因为它跟儿童过去的生活缺乏继承的关系，没有揭示计数技巧发展的思想和数概念初步形成的思想。因此，在训练幼儿入学的水平问题上什么是好，什么是坏，还是不明确的。作者们在如何实际地培养幼儿的问题上妥协了。他们既没有对学前教育机关提出要求，也没有对家长提出要求。他们认为，儿童在学校两三周的计数教学，对数及数的组成的学习，就能消除入学前形成的深刻缺陷，就可以顺利地转入系统课程的学习。

五、所有作者都强调了儿童计数教学的作用。但是，任何一本教学法都没有揭示计数教学的实质。个别的作者，例如普乔柯，曾想提一些建议。他建议不从计数开始，而从集合开始对儿童进行教学，建议儿童自己循序地用一个物体并入另一个物体的办法建立一个集合。他的基本想法是要帮助儿童理解计数时总数的意义，指出随着新成分的并入会得到新的数。为此目的，普乔柯、波利亚克等人建议用这种方式数数：一块积木、两块积木、三块积木等等，就是说，命名物体是为了以后转向正常的计数：1、2、3等等。这就产生了一个问题，当儿童掌握了计数后再进入那样的学校里，这种教学方法究竟还有什么意义呢？从另一方面说，这种方法不适应幼儿理解的特点。研究表明，儿童数后得出的总数和所数物体的数量是不一致的。

六、教学法专家们对算术加减运算的教学方法——主要是

对于计算方法的教学——问题的观点是极其一致的。

绝大多数教学法专家认为必须同时教加法和减法(卡冯·波波娃、普乔柯)。但是也存在一些分歧:例如,在埃缅诺夫编辑的教学法中就建议加法和减法分开进行,而在波利亚克的教学法中只要求5以内数的加法和减法的教学分开进行,而在学习10以内的数时,则要求加减法同时进行。

七、对于是从算术应用题开始还是从数字式题开始学习运算的问题,也有不同的观点。一部分人认为学习运算和计算方法必须从应用题开始,因为只有在应用题中才能懂得和掌握算术运算;而另一部分人则认为,计算方法在数字式题中容易掌握,并建议从式题开始学习运算和计算方法,而在解应用题时只要运用已经掌握的计算方法就可以了。

这样,我们看到,就象在整个小学阶段一样,把对一年级儿童的教学也归结为训练计算技巧。

在教学大纲中也指出,小学算术教学的“特征是内容本身的实践性和具体性”。

正象在十九世纪末到二十世纪初教学法专家们所主张的那样,基础阶段的算术课是按圆周式安排的。圆周式地分配教材是当时公认的见解。数的范围的扩大应该跟儿童智力的发展和年龄相适应。在狭窄的圆周范围内掌握某种技巧是不必要的硬性规定。在上一个圆周内掌握技巧时理解的缺陷妨碍了在下一个圆周内掌握计算的合理方法。

圆周式排列的繁琐性妨碍了对十进位记数制的实质的理解。甚至三年级的学生还不能掌握数位,因为只停留在两位的范围内是不能掌握十进位制的。教学法专家们曾指出过,儿童们在多位数相减时常常发生大量错误。

总之,应该承认,教学大纲的特点是过分的实践性、过多的圆

周循环、多阶段性和学生学习材料的科学水平不高。由于单纯训练技巧和背诵表格的传统教学法的局限，使算术教学不能吸引儿童。

因此必须提出减少圆周循环的数量，甚至完全取消它和提高小学算术教学理论水平的问题。

由此可见，随着科学技术的飞跃发展和对学生智力发展的高标准要求，而提出必须重新审定从一年级开始的数学教学大纲和教学法，是完全合乎规律的。

关于小学低年级数学教学改革的若干主张

在探索数学教学改革的途径和制订新大纲的过程中出现了几种不同的主张。一部分人主张，知识内容的根本改变应该是改革的基础；另一部分人主张，重新审定和改进教学方法是主要的。争论的问题之一是一年级的教学从什么开始——从数前时期开始、从集合的各种运算开始还是象从前一样从数和计数开始。

一部分研究人员主张，在一年级应该引进教学的数前阶段。对这个阶段应该给予极大的注意。在这个阶段，在不借助于数的情况下，要使一年级学生认识象集合、集合元素之间的对应关系这样一些数学概念，认识集合的相等和不等，认识集合的运算（并、交、补）；通过用不同“量度”测量的方法认识数量的概念和对连续量与离散量的比较方法，认识数量相等和不等书写方法和字母与符号的表示方法；认识概括了算术运算的最简单的代数的运算；作者们也很重视对几何材料的认识。只是在学习了数前阶段的这些材料的基础上才借助于数词来认识数和计数。

相反，另一部分研究人员和教学法专家却认为，在教学的开始阶段不允许忽视数和计数，因为它们是有机的地包括在我们的社会

生活之中的。从集合开始教学而忽视数就意味着必然要建立矫揉造作的情况,因为入学的儿童通常都已很会数数了。当然,教计数和数并不意味着在一年级的大纲中不引进代数的概念。

他们说,不但应当把学校办成教学的场所,同时还应当把它办成发展儿童个性的地方。在改革包括一年级在内的学校教育时,这是应该注意的一个主要问题。例如,波波娃写道,在系统发生学中随着数概念的出现,就引起了数概念对数量和顺序概念关系的变化,数量和顺序的概念失掉了自己的独立性,数量和顺序的概念被数概念“替代”了,并且在我们的时代不能做为形成数学概念的基础。她认为,没有任何必要向儿童介绍算术前的运算,因为数本身包含了数量和顺序的关系(即我们平常所理解的数的基本意义)。由此得出结论,数学应该从数和计数开始,对于形成自觉的计数和完全的数概念要给予特别的注意。

Л. Б. 赞可夫领导下的一个学者小组,把注意力基本上放在制订促进发展学生积极的、精确的和认真的思维的最有效的方法上。这些作者认为,学校教学改革的最主要的任务是改造教师和学生之间的关系,是建立愉快的学习环境。

不同方向的探索在一系列书籍中得到了反映。苏联教育科学院院士马尔库舍维奇教授制订了一年级教学大纲草案。苏联教育科学院的研究人员 К. И. 涅什科夫和 А. М. 佩什卡洛发表了在他们试验基础上编写的教材^①。在这本书中登载的试验教学大纲规定,一年级的教学工作应从集合的运算开始。在这部分中包含有并集、交集和同一集合两个部分的差集运算的各种练习,以及认识并集和交集运算的交换律与结合律。然后,转向集合和子集的计数;学习书写的和印刷的数目字与练习确定和纪录并集、交集及同

① 参见涅什科夫和佩什卡洛:《低年级数学》,马尔库舍维奇主编,第1卷,莫斯科,教育出版社 1968 年版。

一集合两部分差集的数目;学习 20 以内数的加法和减法运算, 认识几何图形和最简单的测量, 学习 100 以内的算术运算。

另一个方面反映在赞可夫的《一年级算术教学中的新内容》^①一书中。在书中作者揭示了数学课程结构和算术教学方法的基本原则。作者认为, 这些原则将促进学生智力的普遍发展和保证学生掌握理论知识和实际技巧的高度质量。

有两本书引起了人们的特别兴趣: 一本书是《在按阶段学会智力活动的理论的基础上形成知识和技能》^②, 它反映了国立莫斯科大学心理学家小组的工作, 另一本书是《按年龄的可能性去掌握知识》^③, 它阐明了苏联教育科学院心理研究所心理学家小组的工作。

这两本书的作者把注意力放在改造低年级数学教育的内容本身、内容的最合理的构成和心理学的论证上。在研究成果的基础上制订了系统的数学课程的试验大纲, 把这个大纲和现行大纲相比, “不管是从所包括的材料的广度看, 还是从所揭示的与现实相对应的规律的深度看”^④, 都是有很大的区别的。

为了提高小学教学的理论水平, 他们从教学的初级阶段开始就提出了原则上完全不同的课程结构。这个课程中的理论原则“保证了学生理解课程中所遇到的新的数学现象”。

在提出按阶段形成智力活动的原则和理解的基本类型时 (这是一种确认心理活动是外部物质活动转移到反映地位的结果的理

① 赞可夫:《一年级算术教学中的新内容》, 莫斯科, 教育出版社, 1964 年版。

② И. Я. 加里培林和 Н. Ф. 达累金娜主编:《在按阶段学会智力活动的理论的基础上形成知识和技能》, 莫斯科大学出版社 1968 年版。

③ Л. Б. 艾利康宁和 В. В. 达维多夫主编:《按年龄的可能性去掌握知识》莫斯科, 教育出版社 1966 年版。

④ 加里培林、А. В. 查包洛塞兹、艾利康宁:《学生知识和技能的形成问题 和学校教学的新方法》,《心理学问题》1963 年, 第 5 期, 第 17 页。

论,这种反映是经过一系列阶段的),作者们认为,建立活动的理论基础是极其重要的。首先,对学生应当揭示所研究的对象的各个特殊方面,以便使学生在学习算术时接触“估价事物的新形式”,以便使他们用间接方法去掌握入学以前所获得的日常经验中的观念。在算术课程中应该抽出那些基本概念,用这些概念重新科学地说明所研究对象的特征,培养学生对数量现象的新评价。作者们认为,量度就是这样一个构成初等算术的基本概念。量度能够形成对数量关系的间接评价。在量度基础上引进单位的概念。“单位是用来度量的并和它自身的量度相等的量”^①。在这种条件下,单位是通过对量度的关系来了解的,而不是用对比一个物体和一系列物体的方法来了解的。活动的基本形式是测量。所有的数都是测定的结果,而不是简单地单个地计数的结果。通过测量掌握了量度的概念,而在这个基础上掌握单位的概念。“因而,以经验的方法对待数量关系的评定就被理论的方法所代替”。^②量度的概念能够形成十进位制的概念,在这种十进位制中,每一个新的位都是计数的新量度。十是一个新的量度,在这个量度中原先的量度被使用了十次。位的对应关系可看做是量度的对应关系。学生懂得了不同量度的对应关系,就可以从一个量度过渡到另一个量度。掌握量度的概念就能使学生理解数及数的运算的概念。

作者们提出的另一个原则是教学的演绎原则。他们写道:“通过研究对象的一般规则和规律可以获得对于此对象的最好的理解。”但是,在教学的开始阶段,只有在保证运算是用具体化的形式来传授的条件下才能够掌握这些规律。例如,自然数列组成的规

① H. П. 萨尔米娜:《关于中小学数学及其运算的研究》,刊于《在按阶段学会智力活动的理论的基础上形成知识和技能》一书,莫斯科大学出版社1968年版,第83页。

② 同上。

则是 $n \pm 1$, 是用阶梯形式表示的。这里 n 是所给的自然数, 这里的每一级的关系表示了数之间的关系。利用这个数列模型, 学生掌握数的组成、数码和计数的十进位制的原则。

既然大多数儿童对十进制原则掌握得都较好, 所以就要求用直线结构的、而不是圆周结构的教学大纲。这种结构创造了立即学完**加法和减法运算的一般原则**的可能性, 而不要依据数的大小和结构分为若干次进行。这个一般的运算原则表现在各种材料中。这样, 儿童们就可以通过模型来掌握复杂的概念。

在归纳的结构中, 运算是和那些现象的非本质特征相联系的, 进行的是局部的概括, 这就不可避免地导致必须经常地重新学习。

用模型进行的全部运算必须要用语言来解释和说明, 以便使学生知道做什么和为什么这样做。随着对模型的掌握, 模型消失了, 只剩下了“运算的语言公式”。解释和说明必须在运算过程中进行, 而不是在运算完成之后进行。讨论有助于对运算本身的理解。讨论在开始时常常是全面展开的, 随着对运算的掌握和一系列次要运算的缩减, 讨论也就随之减少了。次要的运算在必要时可以很快地恢复起来。

作者们认为可以立即引入术语和各种符号。从上述原则出发, 作者们制订了算术教学的实验大纲。

这就是旧大纲的本质特点和对儿童数学教学新途径探索的基本情况。在这方面的研究还在进行着; 提出的许多问题要求更进一步地加以研究, 并在普通学校中和幼儿园中进行检验。

苏联教育部批准的小学一年级数学新大纲

从 1969 年 9 月 1 日开始执行的小学一年级数学新大纲是在 C. M. 亚兹科夫领导下的苏联教育科学院教学法研究所小学教学