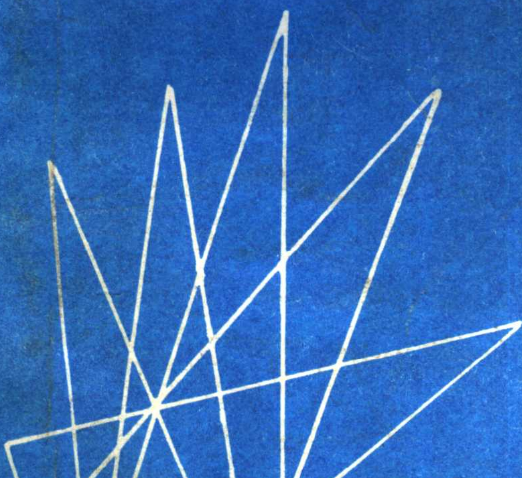
重点难点疑点问答与水平反馈丛书

高一数学



主编：崔孟明
编著：曾广钦
傅佑珊
周去难

三环出版社

重点难点疑点问答与水平反馈丛书

高

曾广 [illegible] 周云雄

编 著

三 环 出 版 社

高一数学

曾广钦 傅佑珊 周云雄 编著

三环出版社出版

（海口市滨海大道花园新村20号）

新华书店首都发行所发行

天津新华印刷三厂印刷

787×1092mm 1/32 印张10.5 字数225千

1991年2月第1版 1992年1月第2次印刷

ISBN7-80564-330-×/G·200

定价：4.00元

主　　编　崔孟明
副 主 编　符大榜　宋志唐　李勃梁　符策震
编　　委　安　宁　张　皓　宋志唐　李勃梁
　　　　　符大榜　符策震　崔孟明
责任编辑　刘文武
封面设计　刘治亚

前　言

学生学习，既要学习科学知识，又要通过学习知识培养良好的品德素质，提高分析问题解决问题的能力。能力的核心是思维能力。设疑解疑是发展思维提高能力的重要途径。

学生在学习过程中，只有掌握好基础知识，基本概念和基本技能，才能顺利解疑，以提高学习效果。由于学生各自的基础不同，对应该掌握的知识重点、难点理解深度不同，则需要帮助他们对重、难点知识的理解。为此，我们组织了有多年教学经验的教师编写了一套《重点、难点、疑点问答与水平反馈》丛书。该丛书包括语文、数学、物理、化学、英语等科，与中学各年级对应。

该丛书有如下特点：

一、具有理论基础。作者是在学习研讨教育理论和青少年学习心理的基础上，总结多年的教学经验汇集于书中，使《丛书》具有一定的理论基础，以提高该书的水平。

二、适宜学生阅读。该《丛书》是以问答的形式编写的。设问是以学生的疑难为前提，以知识的重、难点为线索，从多角度解析重点和难点，帮助学生深入浅出的理解有关知识，语言通俗，适于阅读，有助于提高阅读能力。

三、及时水平反馈。反馈是提高学习积极性，促进求知欲的有力手段。学习知识的反馈，越及时越好。因而在阅读一段知识之后，设有水平反馈练习，以检查阅读效果，使读

者更自觉的掌握知识。

四、开拓知识视野。该《丛书》的内容，略高于课本知识，选用与课本有关的知识，课堂内外结合，使读者增长知识，提高兴趣，以扩大知识视野。

该《丛书》在编写时，得到海南省教委的大力支持和关怀，并给以具体指导，在此表示衷心感谢。

在编写过程中，虽经努力，但由于时间和水平所限，难免有不足之处，欢迎广大读者和同行们给以批评指正。

编　者

1990．12．26

目 录

第一章幂函数、指数函数和对数函数

一、巧用文氏图

1．用集合的观点及文氏图的直观表达方法，有利于概念内涵与外延形象统一在集合的观点内。

集合论是近代数学最基本的内容之一，它研究的对象非常广泛，它不仅可以用字母表示数、点、图形、向量、矩阵、线性变换、概率中的事件、对策论的策略、计算机上的信号和电路的开闭多种研究的对象，并将研究的各种对象联系和统一起来，还可以用字母的运算表达它们的演变。从字母代数的研究中，抽出其共同规律，解决各种问题。

文氏图是用圆圈表示集合的一种形象而又直观的表达方法。圆圈的大小不表示集合中元素的多少（除一圆包含在另一圆内）。

运用集合的观点和文氏图的直观表达方法，可以把概念的本质属性（内涵）与概念所反映的具体对象（外延）形象地统一起来。

如图1－1表明了直角三角形的内涵是有一个角为90°；外延是各种位置、形状、大小的直角三角形。

文氏图是用集合观点，从内涵与外延两个侧面反映了这种三角形的全体，形象而生动的给出了直角三角形的概念。

2．深刻揭示了概念的联系与区别

图1－2揭示了集合A是集合B的真子集的概念。即A

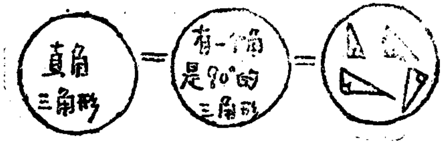


图 1 - 1

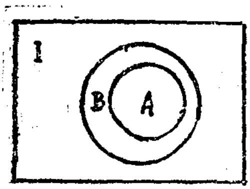


图 1 - 2

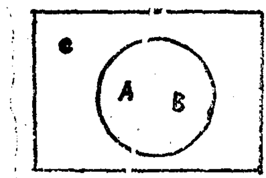


图 1 - 3

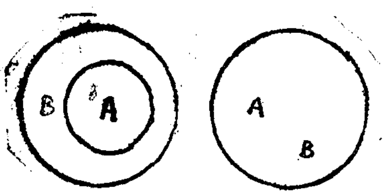


图 1 - 4

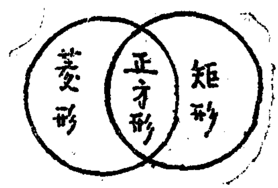


图 1 - 5

⊂B。

图1—3说明真子集之间具备有传递性：如果A⊂B，B⊂C，那么，A⊂C。

图1—4表明了集合A是集合B的子集的概念，即A⊆B，它包含有两层意思：集合A的元素与集合B的元素可能相等也可能集合A的元素是集合B的部分元素组成，从文氏

图上深刻地揭示了子集与真子集的关系。

图1—5说明了

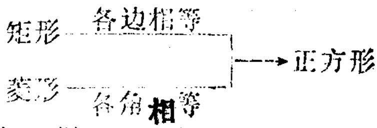


图1—6清晰地揭示了对应、映射、函数、一一映射、逆映射、反函数之间的包含关系。

再加上表1—1就能清楚理解这些概念的内容，联系与区别。

3．直观地说明命题之间的逻辑关系

不含逻辑联结词的命题叫简单命题，由简单命题和逻辑联结词（“或”、“且”、“非”）构成的命题叫复合命题。

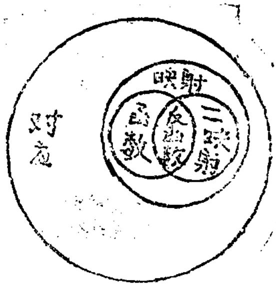


图1—6

通常用小写的拉丁字母p、q、r、s……表示命题，复合命题的形式有“p或q”（$p\vee q$）；“p且q”（$p\wedge q$）；“非p”（$\sim p$）。

怎样作出“p或q”和“p且q”的否定呢？

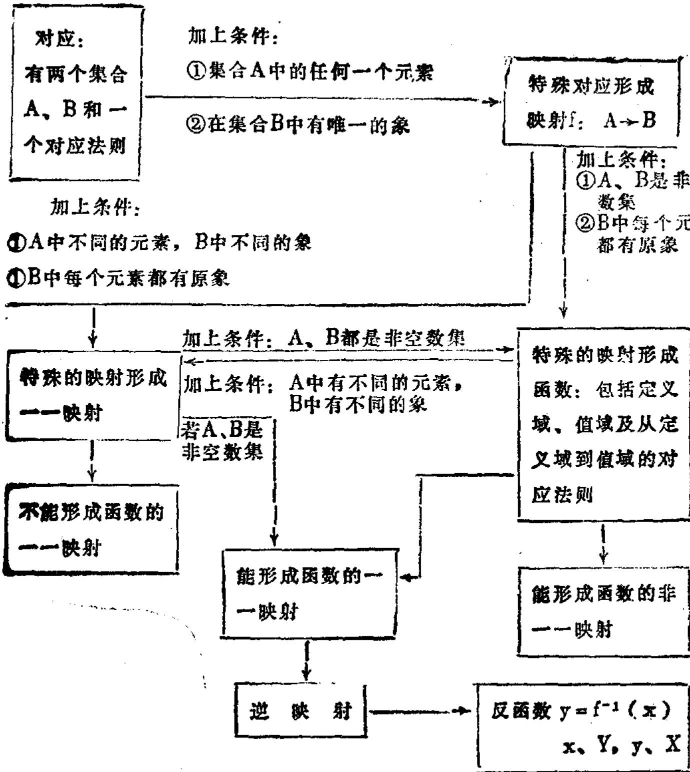
例1　写出下列命题的否定

（1）AB$\perp\!\!\!\!=$CD；

（2）△ABC是直角三角形或等腰三角形。

分析：（1）AB$\perp\!\!\!\!=$CD的含意是“AB∥CD”且AB＝CD，是“p且q”的形式，因此，它的否定具有“非p”或“非q”的形式。

表1—1



（2）原命题是“p或q”的形式，因此，它的否定具有“非p”且“非q”的形式。

解：（1）原命题的否定是“AB不平行CD或AB≠CD”

（2）原命题的否定是“△ABC既不是直角三角形，也不是等腰三角形”。

设 $AB \parallel CD$ 表示集合 A，$AB = CD$ 表示集合 B，则 $AB \perp CD$ 表示 $A \cap B$，所以，$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$，如图1—7的阴影部分表示“$AB \nparallel CD$”或“$AB \neq CD$”。

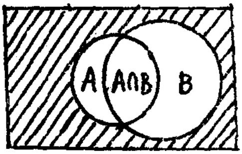


图1—7

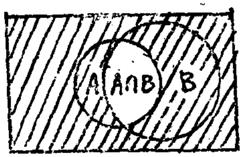


图1—8

用 I、A、B 分别表示三角形、直角三角形、等腰三角形．那么，原命题的集合是 $A \cup B$，所以 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$，如图1—8的阴影部分表示△ABC既不是直角三角形也不是等腰三角形。

文氏图清晰地表达出命题“p或q”及“p且q”的否定。

在几何中讲到四种命题有如图1—9的关系：它们的逻辑等价关系是：原命题和它的逆否命题同真或同假；逆命题和否命题同真或同假。

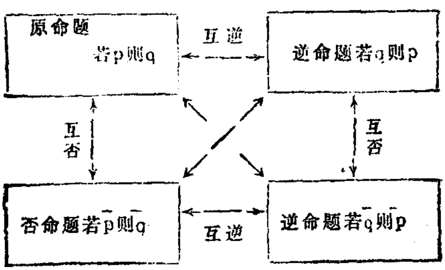


图1—9

写出下列命题的四种形式，并说明它们的等价性。

（1）正方形四边等长

（2）在三边对应相等的两个三角形全等

解：（1）原命题："若一个四边形是正方形，则它的四边等长" （真）

逆命题："若一个四边形的四边等长，则它是一个正方形" （假）

否命题："若一个四边形不是正方形，则它的四边不等长 （假）

逆否命题："若一个四边形的四边不等长，则它不是一个正方形 （真）

（2）原命题："若两三角形三边对应相等，则两三角形全等" （真）

逆命题："若两三角形全等，则两三角形三边对应相等" （真）

否命题："若两三角形不是三边对应相等，则两三角形不全等" （真）

逆否命题："若两三角形不全等，则两三角形不是三边对应相等" （真）

如果（1）题中用字母 I、A、B 分别表示四边形的集合，正方形的集合及四边等长的四边形集合。（2）题中用字母 I、A、B 分别表示三角形、全等三角形及三边对应相等的三角形。文氏图 1—10 上直接反映出原命题和逆否命题是等价命题；逆命题和否命题是等价命题。

4．直观地认识集合的运算及运算法则

在数的运算中有"＋、－、×、÷"等符号，在集合中

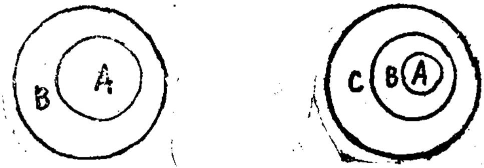
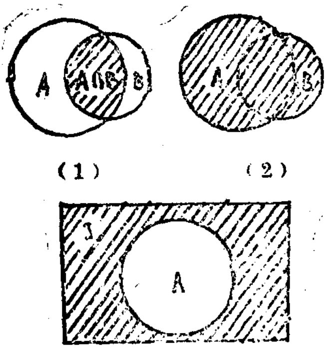


图 1 —10



（1）　（2）

图 1 —11

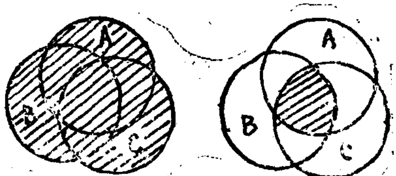


图 1 —12

有"∩、∪、－"（交、并、补）等运算符号，文氏图1—11的阴影部分，说明了"∩"、"∪"、"—"运算的定义，通过这些运算，可以得到新的集合。

集合具有以下的重要性质：

（1）交换律：

①$A\cup B=B\cup A$

②$A\cap B=B\cap A$　图 1 —11的（1）、（2）可以验证。

（2）结合律：

①$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

②$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

图1—12验证了定律。

（3）分配律：

①$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

②$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

图1—13验证了定律。

（4）德摩根律（反演律）：

①$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

②$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

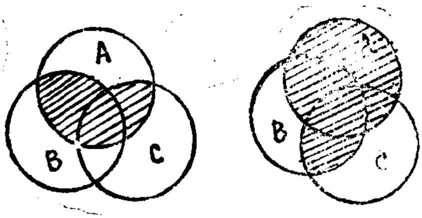


图1—13

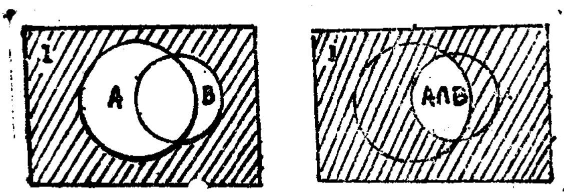


图1—14

图1—14验证了定律。

（5）等幂律：

①$A\cup A=A$

②$A\cap A=A$

（6）同一律：

①$A\cup\phi=A$　　②$A\cap\phi=\phi$

③$A\cup I=I$　　④$A\cap I=A$

（7）互补律：

①$A\cup\overline{A}=I$　　②$A\cap\overline{A}=\phi$

③$\overline{\overline{A}}=A$　　④$\overline{I}=\phi$　　⑤$\overline{\phi}=I$

（8）吸收率：

④$A\cup(A\cap B)=A$　　②$A\cap(A\cup B)=A$

以上这些定律都可以轻易地用文氏图加以验证它的正确性，加深对法则的感性认识和理解，并运用以上法则对集合进行运算和证明。

例1　试证：$(A\cap\overline{B})\cup B=A\cup B$

证明： $\because(A\cap\overline{B})\cup B$

$=B\cup(A\cap\overline{B})$　　〔交换律〕

$=(B\cup A)\cap(B\cup\overline{B})$　　〔分配律〕

$=(B\cup A)\cap I$

〔互补律〕

$=B\cup A$

〔同一律〕

$=A\cup B$

〔交换律〕

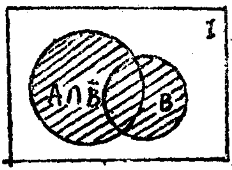


图1—15