

三S平面幾何學

譯者 仲光然
嚴幼芝
徐任吾

中華書局印行

一九五〇年十二月六十二版

三S平面幾何學 (全一冊)

◎售價人民幣九千〇五十元

譯

者

徐嚴仲

任幼光

吾芝然

發

行

者

上海河南中路二二一號
中華書局股份有限公司

印

刷

者

上海澳門路四七七號
中華書局上海印刷廠

發

行

處

各埠中華書局

印翻得不・權作著有

總目編號・(六六九二)

印數10,001-15,000

三、平面幾何學

序 言

美國 Schultze-Sevenoak-Schuyler 三氏對於中等算學的教學方法，有深刻的研究，有極豐富的經驗，他們所著的各種算學教本，我們採用的已經不止一種。（北京高師數理學會的數理雜誌，曾經發表 Schultze 著的中學數學教授法，是張鵬飛張邦銘兩君合譯的。）因為他們的書，說理很嚴密而清楚，選材饒興趣而適當，教的人容易教，學的人容易學，比較別種教本，的確有不可磨滅的優點。

現在我們所翻譯的這本三S幾何學，是原編者自己認為最滿意的作品，可說是他們心血的結晶。我們中國的中等學校，採用他做教本的很多，教算學的教師們，談到三S幾何學，沒有一個人不稱贊的。原書的優點很多，現在略舉幾條於下：

1. 注重學生思想的訓練。
2. 易於引起學生研究的興趣。
3. 能避免過於抽象的敘述。
4. 能注意實用的價值，使學生感覺到實際的需要。
5. 教材的排列，能適合學習心理而有論理的次序。
6. 所採的問題，和別種科學能有相當的聯絡。
7. 所用的說理證法，簡易明曉，於初學者很是相宜。
8. 篇末附有實用題，幾何學史，幾何公式等，足供參考。

我們三人現在都在江蘇省立上海中學教算學，而且這種生涯，都有七八年了。對於各種所採用的教科書，總覺得有一些使我們不能滿意，尤其是幾何學的教本，所以決心把這本三S幾何學翻譯出來，在上海中學試教過兩年，很覺適用，經學校同人屢次的勸告我們，才把他刊印出來，不敢自誇怎樣的好，因為不過是很忠實的把原文翻譯成中文罷了。

原書分平面，立體兩部分，平面部分可供初級中學之用，每星期五小時，一學年可以教完；立體部分可供高級中學之用，每星期四小時，一學期可以教完。本冊祇含他的平面部分，立體部分，另印一冊。

本書譯述時，得章倫清先生的幫助不少，書此誌謝。

譯者識

記 號

+	加	~	相似
-	減	$\angle$	角
=	等於，或等積	$\sphericalangle$	角(多數)
$\cong$	全同	$\triangle$	三角形
$\neq$	不等	$\triangle$	三角形(多數)
>	大於	$\square$	平行四邊形
<	小於	$\square$	平行四邊形(多數)
$\therefore$	所以	$\odot$	圓
$\perp$	垂直於，或垂直線	$\odot$	圓(多數)
$\perp$	垂直線(多數)	$\frown$	弧
$\parallel$	平行於，或平行線	$st.$	直
$\parallel$	平行線(多數)	$st.$	平

三S平面幾何學

目 錄

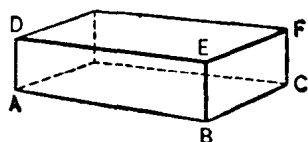
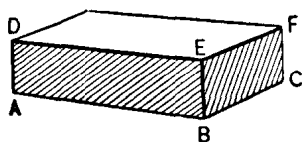
	頁
緒 論.....	1
第一編 直線和直線形.....	23
第二編 圓——作圖.....	132
第三編 比例 相似多邊形.....	195
第四編 多邊形的面積.....	261
第五編 正多邊形 圓的度量.....	295
附 錄.....	329

三S平面幾何學

緒 論

定 義

1. 大凡自然界的物體，譬如木塊鐵片等，必占着空間的一定部分。其所占的空間部分，叫做**幾何立體**或**立體**。



2. 定義。空間的有限部分叫做**立體**。立體有三個向度，就是長，廣，和厚。

3. 定義。立體的界叫做**面**；如 $ABED$ ，或 $BEFC$ 。面有兩個向度，就是長和廣。

窗的玻璃和空氣的界是一個面，這樣的界限很明顯的是沒有厚。

4. 定義。面的界叫做**線**；如 AB ， AD （第1節的圖）。線祇有一個向度，就是長。

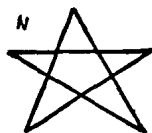
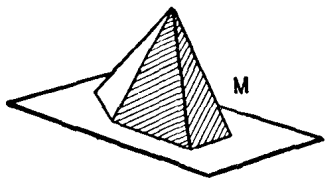
如上所述，右邊的黑線 AB 不能算幾何的線，因為他有廣，而其黑白中間的界綫可以代表真正幾何的線。



5. 定義. 線的界或端叫做點。點沒有向度，祇有位置罷了。

面可以認為離開其所圍成的體而獨立存在。同樣，線和點也可以獨立存在於空間的。

6. 定義. 點，線，面，或立體，或其中任意幾種的集合，叫做幾何圖形，如 M 或 N 。



全是直線所組成的圖形叫做直線形。

7. 定義. 幾何學是研究幾何圖形之性質的科學。

8. 直線是最簡單的線，大略可用緊張在兩點中間的一絲來表明他；如 AB 。直線通常略稱為線。

直線的概念很簡單而且是基本的，所以實際上很難下一個完美的定

義。



9. 定義. 沒有一部分是直的線叫做**曲線**;如第 8 節的 CD.

10. 定義. 由幾個不同方向的直線連接而成的線叫做**折線**;如第 8 節的 EF.

折線相連接的兩部分不在同一直線上。

11. 直線這個名稱用來表示無限直線或者無限直線的一部分。

定長的直線，也叫做**線分**，或**線段**，¹¹兩端有記號的直線表示他；如 AB. 這直線的長也叫做 A 與 B 間的距離。



直線的兩端沒有記號的，表示無限直線；如 CD.

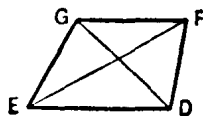
12. 直線 AB 的方向就是從 A 到 B 的方向；BA 的方向就是從 B 到 A 的方向。



13. 延長直線 AB 就是使他經過 B 點而延長；延長 BA 就是使他經過 A 點而延長。

14. 定義. 連結一個面中的任意兩點使成直線, 若這直線完全在這面上, 那末這面就叫做**平面**.

15. 定義. 一個幾何圖形, 他的全部各點都在同一平面上的, 叫做**平面圖形**; 如 $EDFG$.



16. 定義. **平面幾何學**祇研究平面圖形.

17. 定義. **立體幾何學**是研究不在同一平面上的圖形. **球面幾何學**研究在一球面上的圖形.

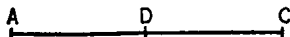
18. 一個圖形能够放在另一個圖形的上面而各點互相密合的, 這兩個圖形稱為**重合**.

19. 定義. 能使他們重合的兩個圖形叫做**全同形**.

全同的線常常稱為相等的線. 同樣, 全同的角常常稱為相等的角.
理由見後. (參看 346 節的註)

20. 重疊證法就是使兩個圖形重合而證明其全同.

21. 二等分一線, 就是平分這線成為相等的兩部分. (統)



· 那末，假如 $AD = DC$ ， AC 就是被分做二等分。我們假定每一線分 (AC) 祇有一個⁽¹⁾二等分點，那末這二等分點一定就是一點；如 D 。

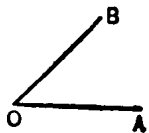
習 題

1. 一個動點所經過的路是什麼？
2. 移動一線，常常成為什麼幾何圖形？移動一面呢？
3. 一直線能不能移動而使他不成為面呢？
4. 石匠怎樣用直尺的邊來決定面的平不平呢？
5. 室中的壁是那一種面呢？
6. 煤氣管的外表是那一種面呢？

(1) 普通都說有一個而祇有一個，本書的說法言雖簡而意實同。

角

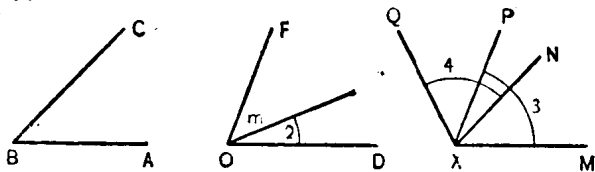
22. 假使一直線 OA 環繞其上的一點 O 而旋轉至 OB 的地位，這樣所生的旋轉量叫做 AOB 角。很明顯的，這樣旋轉的大小 (就是角的大小)，與旋轉線的長短是沒有關係的。直線 OA 及 OB 叫做 AOB 角的邊，而 O 點是角的頂點。



我們可以為角下一個定義，角是由二射線或二半直線從一公共點放

射而成的圖形。

23. 記法。 假使用三個字母來表示一個角，頂點的一個字母應該放在其他兩個字母的中間；如 ABC 角， EOF 角。



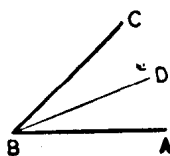
在頂點處單獨的一個字母，常常表示在這個頂點的最大角（假使有幾個角同在這一點）。那末 DOF 角可以讀做“ O 角，” ABC 角可以讀做“ B 角。”

有時也可以拿一個數字，或一個小寫字母放在角的裏面來表示一角；如 1 角， 2 角， m 角。

FOD 角是 2 角與 m 角的和， 2 角是 FOD 角與 m 角的差。

有時候畫一條曲線，可以使所指的角格外的明顯；如 2 角，及 3 角。其所畫的弧須在指示角的數字的近旁，好像 MXP 角可以讀做“ 3 角。”又 NXQ 角可以讀做“ 4 角。”

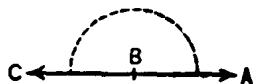
24. 二等分一個角，就是平分這個角成為相等的兩部分。我們假定每個角祇有一個二等分線。



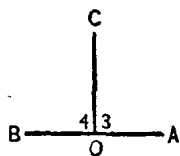
(統)

那末，假使 $\angle ABD = \angle DBC$ 角，BD 就是二等分 $\angle ABC$ 角，BD 叫做 $\angle ABC$ 角的二等分線。

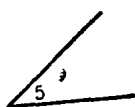
25. 定義. 角的二邊在同一直線上而向反對方向伸張的叫做平角；如 $\angle ABC$ 。



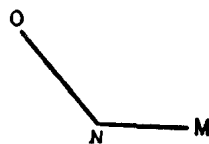
26. 定義. 一個角等於半個平角的叫做直角。那末，假使 OC 二等分平角 AOB， $\angle 3$ 角和 $\angle 4$ 角都是直角。



直角



銳角



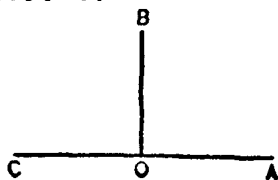
鈍角

27. 定義. 比直角小的角叫做銳角如 $\angle 5$ 角。

28. 定義. 比直角大而比平角小的角叫做鈍角；如 $\angle MNO$ 角。

29. 定義. 銳角及鈍角都叫做斜角。

30. 定義. 若兩直線相交成直角，這兩直線叫做互相垂直；如 AC 和 BO。

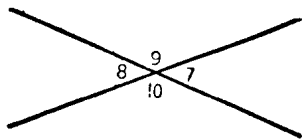
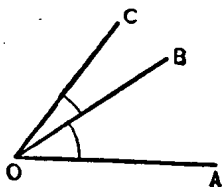


他們的交點(O)叫做垂足。

一點至一直線的距離，就是從這點到這直線的垂線的長；如 BO。

31. 量角的大小，就是求他包含某一個單位的多少倍。普通的單位是度(就是一直角的九十分之一)。一度等分做六十份，每份叫做分；一分等分做六十份，每份叫做秒。度，分，秒常用記號來表示他，如 $6^{\circ}50'12''$ ，讀做六度五十分十二秒，其他的單位還有直角和平角。

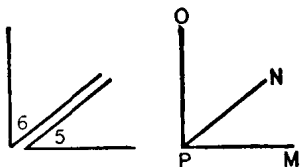
32. 定義。兩個角有公共的頂點，其間有一條公共的邊稱為鄰角；如 AOB 角與 BOC 角。



33. 定義。假使一個角的邊，是他一個角的邊過公共頂點向反對方向的延長線，這兩個角叫做對頂角；如 7 角與 8 角，或 9 角與 10 角。

34. 定義。把兩個角放在一起，使他們成鄰角而相加。其不公共的二邊所成的角稱為二角的和。

35. 定義. 假使兩個角的和等於一直角, 這兩個角叫做互為餘角.



因此每一個角稱為他一個角的餘角, 5 角與 6 角, 或 MPN 角與 NPO 角都互為餘角的.

36. 定義. 假使兩個角的和等於一平角(或兩直角), 這兩角叫做互為補角.



因此每一個角稱為他一個角的補角. 1 角與 2 角, 3 角與 4 角, 是互為補角的.

習 題

1. 一個直角有若干度? 一個平角有若干度? 半個直角有若干度?
2. 三點鐘時鐘面上兩針所成的是什麼角? 六點鐘時如何? 兩點鐘時如何? 五點鐘時如何?
3. 一點鐘時鐘面上兩針所成的是什麼角? 兩點三十分時如何? 五點三十分時如何?
4. 當車輪的輻旋轉 $\frac{1}{2}$ 周的時候, 其旋轉的角度是若干度? 旋轉 $\frac{1}{4}$

周時是若干度？ 旋轉 2 周時是若干度？

5. 假使一個餅從中心分做 5 等分，其每份角度的大小如何？ 分做六等分呢？

6. 假使作二直線一向北而一向東北，他所成的是什麼角？ 一向南而一向東南如何？ 一向西北而一向西南如何？

7. 假使錢面的長針行 10 分鐘時，其所經的是什麼角？ 行 15 分鐘時如何？ 行 30 分鐘時如何？ 行 45 分鐘時如何？ 行一點鐘時如何？

8. 在第 9 題的圖中試用三個字母讀出： $\angle a$ ， $\angle b$ ， $\angle c$ ， $\angle d$ ， $\angle(a+b)$ ， $\angle(b+c+d)$ 。

9. 於此處所示的圖形中求各未知角的數值：

(a) 若 $\angle a = 30^\circ$ ， $\angle b = 40^\circ$ ，求 $\angle AOC$ 。

(b) 若 $\angle b = 35^\circ$ ， $\angle c = 10^\circ$ ，求 $\angle BOD$ 。

(c) 若 $\angle b = 40^\circ$ ， $\angle c = 10^\circ$ ， $\angle d = 50^\circ$ ，求 $\angle BOE$ 。

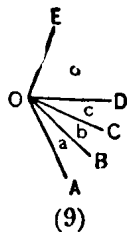
(d) 若 $\angle AOC = 60^\circ$ ， $\angle b = 40^\circ$ ，求 $\angle a$ 。

(e) 若 $\angle AOD = 90^\circ$ ， $\angle a = 35^\circ$ ， $\angle c = 10^\circ$ ，求 $\angle b$ 。

(f) 若 $\angle AOE = 110^\circ$ ， $\angle a = 20^\circ$ ， $\angle d = 30^\circ$ ，求 $\angle BOD$ 。

(g) 若 $\angle AOC = 60^\circ$ ， $\angle a = \angle b$ ，求 $\angle a$ 。

(h) 若 $\angle AOD = 75^\circ$ ， $\angle a = \angle b = \angle c$ ，求 $\angle c$ 。



10. 在前圖中，何角是 $\angle BOC$ 的鄰角？ 何角是 $\angle COD$ 的鄰角？ 何角是 $\angle BOD$ 的鄰角？

11. 如所示的圖形, 若 $\angle O = 90^\circ$:

(a) 何角是 $\angle a$ 的餘角?

(b) 何角是 $\angle AOC$ 的餘角?

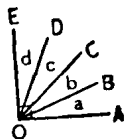
(c) 何角是 $\angle BOE$ 的餘角?

(d) 若 $\angle d = 20^\circ$, 求 $\angle AOD$.

(e) 若 $\angle b = 20^\circ$, $\angle COE = 55^\circ$, 求 $\angle a$.

(f) 若 $\angle AOC = 55^\circ$, $\angle d = 15^\circ$, 求 $\angle c$.

(g) 若 $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d$, 求 $\angle a$.



(11)

12. 30° 的餘角是若干度? 35° 的餘角是若干度? $\frac{3}{4}$ 直角的餘角是若干度? n° 的餘角是若干度? $\frac{1}{4}$ 直角的餘角是若干度? $(10+a)^\circ$ 的餘角是若干度?

13. 一個角是他的餘角的 2 倍, 問這個角是若干度?

14. 如附圖, 若 FBA 是一直線:

(a) 何角是 $\angle p$ 的補角?

(b) 何角是 $\angle DBF$ 的補角?

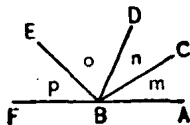
(c) 何角是 $\angle ABE$ 的補角?

(d) 若 $\angle p = 40^\circ$, 求 $\angle ABE$.

(e) 若 $\angle m = 30^\circ$, $\angle p = 35^\circ$, 求 $\angle CBE$.

(f) 若 $\angle DBF = 100^\circ$, $\angle m = \angle n$, 求 $\angle m$.

(g) 若 $\angle p = 30^\circ$, $\angle m = \angle n = \angle o$, 求 $\angle o$.



(14)