

中学数学习题集

天津人民出版社

中学数学习题集

天津市和平区教学研究室编

天津人民出版社

中学数学习题集

天津市和平区教学研究室编

*

天津人民出版社出版

(天津市赤峰道124号)

天津市第一印刷厂印刷 天津市新华书店发行

*

开本 787×1092 毫米 1/32 印张11 字数233,000

一九七九年五月第一版

一九七九年五月第一次印刷

印数:1——120,000

统一书号,7072·1094

每册:0.76元

前 言

华国锋同志在党的“十一大”政治报告中提出：“要采取强有力的措施，扩大和加快各级各类教育事业发展的规模和速度，提高教育质量，以配合各项经济事业和科学技术事业的发展，适应社会主义革命和建设的需要。”我们根据华国锋同志报告的精神，考虑了中学数学教学的现有情况，感到努力提高数学这门基础学科的教育质量，对于提高科学、教育事业的水平是很重要的，为此，编写了这本《中学数学学习题集》。目前学生中普遍存在数学基础知识掌握不牢固、基本解题能力差的现象，我们在编写时着重于这两个基本方面的习题，供老师和同学们参考。希望对弥补这些缺陷，有所帮助。全书共分代数、平面几何、立体几何、三角、解析几何、微积分等六部分，共二千多题，除了作图题，证明题及少数简单的题没有给出答案外，其余各题书末附有答案和提示。为了适应读者学习的需要，我们还附上了一九七七年全国各省市高等院校入学试题的数学题及答案。

本书是集体编写的，参加执笔的有我室的陈明耀、徐宝瑾、陈颖梅同志和我区数学中心教研组的刘嘉禄、宋业琪、柏均和同志。由于我们水平所限，编写仓促，错误在所难免，欢迎读者多予指正，以便在使用中不断改进。

天津市和平区教学研究室

一九七八年三月

目 录

代数部分	(1)
------------	-----

一、数与数的运算	(1)
----------------	-----

二、式与式的恒等变形	(21)
------------------	------

三、方程与不等式	(37)
----------------	------

四、函 数	(58)
-------------	------

五、数列、排列、组合、二项式定理和数学归纳法	(69)
------------------------------	------

平面几何部分	(85)
--------------	------

一、证明题	(85)
-------------	------

二、计算题	(107)
-------------	-------

三、作图题	(128)
-------------	-------

立体几何部分	(137)
--------------	-------

三角部分	(151)
------------	-------

解析几何部分	(172)
--------------	-------

微积分部分	(194)
-------------	-------

答案与提示

代数部分	(207)
------------	-------

平面几何部分	(230)
--------------	-------

立体几何部分	(242)
--------------	-------

三角部分	(245)
------------	-------

解析几何部分	(266)
--------------	-------

微积分部分	(278)
-------------	-------

附：1977年各省市高考数学题分类汇编

代数部分	(290)
------------	-------

平面几何部分	(304)
--------------	-------

立体几何部分	(310)
--------------	-------

三角部分	(313)
解析几何部分	(321)
微积分部分	(326)
答案与提示	(331)

代数部分

一、数与数的运算

1. 说出下列各数中，哪些是整数？分数？正数？负数？有理数？

+ 5, 4, -4.5, $-\frac{1}{2}$, -27, 0, 0.174, -1, 360,
+ $3\frac{3}{4}$.

2. 先写出下列各数的相反的数，再把下列各数和它们的相反的数一同记在数轴上，然后按从小到大的顺序用“<”号连接起来。

+ 7, 3, -4.5, -1.5, 6.

3. 写出所有适合于下列条件的数，并且把它们记在数轴上。

(1) 小于6的正整数；

(1) 大于5的负整数；

(3) 绝对值小于4的整数。

4. 写出下列各数的相反数、倒数。

4, -2.5, -1, 0.5; 并把这些数和它们的相反数、倒数一起表示在数轴上，然后按从大到小的顺序排列起来。

5. 在数轴上用点表示：

- (1) 所有大于 - 5 和小于 3.6 的整数；
 (2) 所有小于 7 的正整数；
 (3) 所有大于 - 6.4 的负整数；
 (4) 所有绝对值小于 4.7 的整数；
 (5) 在 - 2 和 3 之间（包括 - 2 和 3 在内）的一切整数；
 (6) 绝对值是 3.5 和 1 的各数。

6. $|x| = \frac{1}{2}$, 求 x .

7. $|3x - 7| = 3$, 求 x .

8. 下列各式在 a 是什么数时成立？

$|a| = a$, $|a| = -a$, $|a| = -a$, $a = -a$.

9. 写出绝对值等于 6 的正数，写出绝对值等于 6 的负数，写出绝对值等于 6 的有理数。

10. - 5 的绝对值和 - 4 的绝对值哪个大？

11. 计算：

(1) $|-3| \times |-4|$; (2) $|(-3) \times (-4)|$;

(3) $|-5| \times |+6|$; (4) $|(-5) \times (+6)|$;

(5) $|-3|^2$; (6) $|(-3)^2|$;

(7) $|-9|^3$; (8) $|(-9)^3|$.

12. 计算下列各式的结果，再比较各对式子的大小：

(1) $|(+4) + (+5)|$ 与 $|+4| + |+5|$;

(2) $|(-4) + (-5)|$ 与 $|-4| + |-5|$;

(3) $|(+4) - (-5)|$ 与 $|+4| - |-5|$;

(4) $|(-4) - (+5)|$ 与 $|-4| - |+5|$;

(5) $|(-18) \times (+3)|$ 与 $|-18| \times |+3|$;

(6) $|(-35) \div (-5)|$ 与 $|-35| \div |-5|$ 。

13. 下列各对数中, 哪些互为倒数? 哪些互为相反的数?

-5 与 $-\frac{1}{5}$, -5 与 5 , $-\frac{2}{3}$ 与 $-1\frac{1}{2}$,

$-1\frac{1}{2}$ 与 $1\frac{1}{2}$, -1 与 1 , -1 与 -1 ,

0 与 0 。

14. 一个数的相反数是正数, 这个数是什么数? 两个互为相反的数的绝对值有什么关系? 一个数的绝对值是25, 这个数是多少?

15. 说出比 -2 大的三个负数, 说出绝对值比 2 大的三个负数, 说出比 2 小的三个负整数。

16. 有理数中有没有最小的数? 有没有绝对值最小的数? 有没有最小的正整数? 有没有最小的负整数? 有没有最大的负整数? 如果有, 各是什么数?

17. 比较大小:

$|-4|$ 和 -4 , $-|-2|$ 和 $-(-2)$,

$-(-7\frac{2}{5})$ 和 $|+7\frac{3}{5}|$; $-(+3.25)$ 和 $-(-3.245)$ 。

18. 比较大小:

$-\frac{1}{2}$ 的倒数与 $-\frac{1}{3}$ 的相反数;

$-\frac{5}{7}$ 的相反数与 $-\frac{5}{6}$ 的绝对值。

19. 用等号或者大于号小于号, 把下列各组里的两部分数连结起来:

(1) $5^2 \times 5^3$ 和 5^5 ; (2) $(5^2)^3$ 和 5^6 ;

(3) $(7^4)^3$ 和 $(7^3)^4$; (4) $(9^4)^3$ 和 9^7 ;

(5) $(2 \times 3 \times 5)^3$ 和 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$;

(6) $(-7 \times 5)^4$ 和 $-7^4 \times 5^4$.

20. 回答下列问题:

(1) 如果字母 a 表示一个正数, 那么 $-a$ 表示什么数?
 $|a|$ 表示什么数? 举例说明;

(2) 如果字母 a 表示一个负数, 那么 $-a$ 表示什么数?
 $|a|$ 表示什么数? 举例说明;

(3) 如果字母 a 表示零, 那么 $-a$ 表示什么? $|a|$ 表示什么?

21. 当 x 取什么样的数值时, $-x$ 是正数? 负数? 零? 能不能确定 $-x$ 永远是负值? 举例说明.

22. 已知 $|m| = |n|$, 能断定 $m = n$ 吗? 举例说明. 若已知 $|m| > |n|$, 能断定 $m > n$ 吗? 举例说明. 若已知 $|m| < |n|$, 能断定 $m < n$ 吗? 举例说明.

23. 不论 a 是什么数值, a^2 永远是正值, 对吗? 为什么? 又不论 a 是什么数值, a^2 永远不会是负值, 对吗? 为什么?

24. 两个数的积是正数, 这两个数的符号怎样? 两个同号数的和是负数, 这两个数的符号怎样? 一个数的五次幂是负数, 这个数的符号怎样? 有没有一个有理数的平方是负数? 说任何有理数的平方是正数, 对吗? 为什么?

25. 计算下列各式, 并且利用10的幂表示下列各数的结果:

(1) $(-36) \cdot (-6.25) \cdot 28$;

(2) $2^4 \cdot 3^3 \cdot 4^2 \cdot 5^5$.

26. 计算:

$$(1) 2^2 + (-2)^3 \times 5 - (-0.28) + (-2)^2,$$

$$(2) -7.8 + 2.3 \times (-8) - (-6.9) + 0.23,$$

$$(3) 0 - 4 + (-4) + (-3.5) \times 0 - 1 + (-1),$$

$$(4) -(-9 + 12 - 14 + 5) + (-7) \times 4 \times 12 \times 0 - (-5) \times (-8) + (-10),$$

$$(5) [0 - (-3)] \times (-6) - (-12) + [(-3) + (-5)],$$

$$(6) \left(16\frac{24}{31} - 24\frac{16}{21}\right) + 8 + 65 \times (-7),$$

$$(7) 3\frac{1}{7} \times \left(3\frac{1}{7} - 7\frac{1}{3}\right) \times \frac{7}{22} + 1\frac{1}{21},$$

$$(8) -6\frac{7}{9} - \left[\frac{3}{2} \times \left(-\frac{4}{5}\right) + 0.2 + 1\frac{3}{5} + \frac{8}{7}\right],$$

$$(9) (-2)^4 + \left(-2\frac{2}{3}\right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) - 0.25,$$

$$(10) \left[\left(18\frac{7}{8} - 5\frac{1}{4}\right)\left(10\frac{1}{2} - 7\frac{2}{3}\right) - 41\frac{29}{72}\right] \div 22\frac{7}{18},$$

$$(11) \left(16\frac{22}{45} \times 0.5 - 1\frac{61}{72} \times 2\right) + \left(-1\frac{2}{5}\right) - 198.9 + (9.5 + \frac{23}{40} + 2.3) - 13.5 \times 0.1,$$

$$(12) -1 - \left[1 - \left(1 - 0.5 \times \frac{1}{3}\right)\right] \times \left[2 - (-3)^2\right],$$

$$(13) (-1)^{1622} + (-1)^{101} - (-1)^{365},$$

$$(14) \left[2\frac{1}{3} \times \left(-1\frac{2}{7}\right) + \left(-5\frac{1}{3}\right) + \left(-1\frac{7}{9}\right)\right]^2,$$

$$(15) \left\{\left[4\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right) + (-0.4)\right] \times \left(-6\frac{1}{4}\right)\right\} + \left(-\frac{3}{5}\right),$$

$$-20\} \times (-1)^{37};$$

$$(16) \frac{3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times 1\frac{1}{2} - 4 \times \left(1\frac{1}{2}\right)^2}{2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1}.$$

27. 证明没有一个有理数的平方等于 2.

28. 判别以下各命题是否正确？

- (1) 整数必能化为分数；
- (2) 分数必能化为整数；
- (3) 分数必能化为小数；
- (4) 小数必能化为分数；
- (5) 无限循环小数必能化为分数；
- (6) 分数必能化为无限循环小数；
- (7) 整数是有理数；
- (8) 有理数是整数；
- (9) 分数是有理数；
- (10) 有理数是分数；
- (11) 不尽根数是无理数；
- (12) 无理数是不尽根数；
- (13) 无理数是实数；
- (14) 实数是无理数。

29. 在实数轴上：

- (1) 如何比较两个实数的大小？
- (2) 一个实数的绝对值的几何意义是什么？
- (3) 如何比较两个实数的绝对值的大小？
- (4) 一个实数的绝对值和它本身如何比较大小？

(5)在实数轴上说明实数有哪些基本性质?

30. 在自然数(正整数)中:

(1)什么叫奇数? 偶数? 质数? 合数?

(2)把1—100中的质数写出来;

(3)2、3、5、9、11的倍数(即能被2、3、5、9、11整除)有哪些特点?

31. 什么叫实数的六种运算? 0和1在六种运算中有哪些特性?

32. 回答下列问题:

(1)两个有理数的和、差、积、商一定是有理数吗? 为什么?

(2)两个无理数的和、差、积、商一定是无理数吗? 举例说明.

33. 不求出方根的值比较下列各根式的大小:

(1) $\sqrt[3]{15}$ 和 $\sqrt{6}$; (2) $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt[3]{11}$ 和 $\sqrt[5]{123}$.

34. 化简下列各式:

(1) $\sqrt{288}$; (2) $\sqrt{20}$; (3) $\sqrt[3]{128}$;

(4) $\sqrt{250}$; (5) $\sqrt[3]{250}$; (6) $\sqrt[3]{5000}$;

(7) $\sqrt[3]{-2187}$; (8) $\sqrt{245}$; (9) $\sqrt[3]{256}$;

(10) $\sqrt[4]{3125}$; (11) $\sqrt[4]{800}$; (12) $\sqrt{125}$;

(13) $\sqrt[5]{216}$; (14) $\sqrt[3]{1125}$; (15) $\sqrt{\frac{2}{7}}$;

(16) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$; (17) $\sqrt[3]{\frac{14}{27}}$; (18) $\sqrt{363}$;

(19) $\frac{4}{11}\sqrt{847}$.

35. 计算:

$$(1) 5\sqrt{45} - 2\sqrt{20} + 8\sqrt{5};$$

$$(2) 5\sqrt{63} + 6\sqrt{7} - 8\sqrt{28};$$

$$(3) \sqrt{44} + 6\sqrt{176} - 2\sqrt{99};$$

$$(4) 5\sqrt{363} - 2\sqrt{243} + 3\sqrt{192};$$

$$(5) 5\sqrt[3]{81} - 7\sqrt[3]{192} - 4\sqrt[6]{648};$$

$$(6) \sqrt{2} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{8}} + \sqrt{50};$$

$$(7) \sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{4};$$

$$(8) \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}};$$

$$(9) 3\sqrt{147} - \frac{7}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27}};$$

$$(10) \sqrt[3]{-54} - 4\sqrt[3]{-16} + 5\sqrt[3]{250};$$

$$(11) 3\sqrt{5} + \sqrt{90} + \sqrt{10} - \sqrt{360};$$

$$(12) \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{75}};$$

$$(13) \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{8};$$

$$(14) \sqrt[3]{6} + \sqrt{6} + \sqrt[4]{6};$$

$$(15) \sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10};$$

$$(16) \sqrt{3} \times \sqrt{24} \times \sqrt{5};$$

$$(17) \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{324}; \quad (18) \sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{\frac{1}{200}};$$

$$(19) \sqrt[3]{2} \times \sqrt{5}; \quad (20) \sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{3}$$

$$(21) 2\sqrt{3} (1 + \sqrt{2} \times \sqrt{3});$$

$$(22) 3\sqrt{2} (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5});$$

$$(23) (2 + \sqrt{3})(3 + \sqrt{5});$$

$$(24) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{5});$$

$$(25) (-\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3});$$

$$(26) (\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{20} - \sqrt{12});$$

$$(27) \sqrt{3} + \sqrt{2}; \quad (28) \sqrt{2} + \sqrt{3};$$

$$(29) 3 + \sqrt{2}; \quad (30) 3 + \sqrt[3]{2};$$

$$(31) \sqrt[4]{3} \div \sqrt[3]{2};$$

$$(32) 1 + (\sqrt{3} + \sqrt{5});$$

$$(33) (2 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3});$$

$$(34) (\sqrt{7} - \sqrt{19}) + (\sqrt{7} + \sqrt{19});$$

$$(35) 1 + (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3});$$

$$(36) (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3});$$

$$(37) \sqrt{3} + \sqrt{250};$$

$$(38) (3 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) + (5 - \sqrt{6}).$$

36. 將下列各式分母有理化:

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$(2) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$(3) \frac{12}{7\sqrt{3}};$$

$$(4) \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}};$$

$$(5) \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{6\sqrt{3}};$$

$$(6) \frac{3}{2 - \sqrt{3}};$$

$$(7) \frac{5}{2 + \sqrt{5}};$$

$$(8) \frac{6}{3 - \sqrt{5}};$$

$$(9) \frac{4}{\sqrt{2} - 1};$$

$$(10) \frac{7}{3 + 2\sqrt{5}};$$

$$(11) \frac{3 - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}};$$

$$(12) \frac{1 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}};$$

$$(13) \frac{8 + \sqrt{6}}{8 - \sqrt{6}};$$

$$(14) \frac{4 + 3\sqrt{5}}{4 - 3\sqrt{5}};$$

$$(15) \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{27} - \sqrt{18}};$$

$$(16) \frac{3\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{3\sqrt{5} - 4\sqrt{2}};$$

$$(17) \frac{1}{\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{2}};$$

$$(18) \frac{2}{\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}}.$$

37. 求 $\frac{4}{\sqrt{5}-1} + \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{3}{2+\sqrt{3}}$ 的近似值 (精确到0.01) .

38. 下列说法对吗?

(1) 25的算术平方根是-5;

(2) 81的四次方根是 ± 3 ;

(3) -125的立方根是 ± 5 ;

(4) $(-2)^7$ 的七次方根是-2;

(5) $(-2)^8$ 的八次方根是-2.

39. 在实数里, $\sqrt{a}$ 中的 a 可以是正数吗? 可以是负数吗? 可以是零吗? $\sqrt[3]{a}$ 中的 a 呢?

40. 用简便的方法查表求下列各式的值:

$$(1) 2\sqrt{5};$$

$$(2) 2\sqrt[3]{\frac{3}{4}};$$

$$(3) 20\sqrt{3\frac{1}{2}};$$

$$(4) \frac{1}{5}\sqrt[3]{-25}.$$

41. 求下列各式精确到0.01的近似值:

$$(1) \sqrt{2\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{5}\sqrt{54}.$$

$$(2) 5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{45}.$$

42. 化去 $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}$ 分母中的根号.

43. 化简下列各式:

$$(1) \frac{(3 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})},$$

$$(2) \frac{5}{4 - \sqrt{11}} + \frac{1}{3 + \sqrt{7}} - \frac{6}{2 - \sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7} - 5}{2},$$

44. 下列各数中哪些是有理数? 哪些是无理数?

$$2, -2, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, \sqrt{100}, 0.2, 0,$$

$$0.0\dot{3}, \sqrt[3]{-1000}, \pi, \frac{11}{23}, -0.\dot{5}81\dot{4}.$$

45. 下列计算对吗? 如果不对, 说出理由.

$$\sqrt[3]{-2} = \sqrt[3]{(-2)^2} = \sqrt[3]{4}.$$

46. 下列说法对吗? 举例说明:

(1) 同类根式一定是同次根式吗?

(2) 同次根式一定是同类根式吗?

(3) 最简根式就是分母中不含根号的根式.

47. 已知 $a = \sqrt{\sqrt{2} + 1}$, $b = \sqrt{\sqrt{2} - 1}$,

证明 $a = \frac{1}{b}$.

$$48. \text{ 计算: } \left(\frac{2}{3}\sqrt{18} + \frac{3}{4}\sqrt{2} \right)^3.$$

$$49. \text{ 计算: } \sqrt[3]{3\sqrt{3}\sqrt{3}}.$$