高等学校试用教材

船舶噪声控制

（船舶动力装置专业用）

武汉水运工程学院
蒋淦清　　编

人民交通出版社

高等学校试用教材

船舶噪声控制

Chuanbo Zaosheng Kongzhi

（船舶动力装置专业用）

武汉水运工程学院

蒋淦清　编

人民交通出版社

内 容 简 介

本书简要介绍了船舶噪声控制的基本理论，着重阐述并分析了船舶噪声源及其传播特性，详细地讨论了船舶设计阶段的声学设计原理和计算方法。

本书可作为水运及造船院校船舶工程、船舶动力工程专业教材及教学参考用书，也可供船舶设计、建造、航运、检验等部门的有关人员参考。

高等学校试用教材

船舶噪声控制

（船舶动力装置专业用）

武汉水运工程学院

蒋淦清　编

人民交通出版社出版

本 社 发 行

人民交通出版社印刷厂印

开本：$787\times1092\frac{1}{16}$　印张：12.5　字数：301 千

1985年6月 第1版

1985年6月　第1版　第1次印刷

印数：0001—2.400册　定价：3.00 元

前　言

随着航运事业的发展，船舶噪声控制的重要性和迫切性日益为人们所认识。交通部于1982年颁布了“运输船舶舱室噪声标准”，提出了舱室噪声的许用值。如何同噪声作斗争，做好船舶噪声控制工作，使建造好的船舶能满足噪声标准，已成为目前船舶设计中的一个重要课题。

近年来，国内出版的噪声控制文献尽管较多，但是与船舶设计有关的资料却甚少。本书是在作者多年来从事这方面工作的基础上编写而成的。全书着重介绍船舶噪声控制的基本原理，计算方法和船舶设计阶段的声学计算，力求从船舶总体性能的角度出发，对船舶进行噪声控制。其中有关空气噪声的内容，由于国内有关著作（主要是建筑声学）有详尽的介绍，因此在编写过程中作了适当的简略，而船舶固体声的特性、传播、阻尼、辐射、隔离和计算等，考虑到目前国内尚未公开出版过这方面的著作，所以本书作了必要的论述，以适应当前的需要。

本书在编写过程中，得到中国船舶工业总公司701所于书吉，719所王明棣，长江船舶设计院郑真、苏恩康等的帮助，本院周轶尘副教授亦给于帮助和指导，最后由701所张国良主审，在此一并表示谢意。

限于本人水平，错误在所难免，请读者批评指正。

目　　录

第一章　声学基础知识

§1　基 本 概 念

一、声音在介质中传播的基本概念

声音是人们日常生活中很熟悉的客观物理现象。当发声体振动时，就产生声音。例如：当你迈步在林中小路时，阵风吹来，就会听到树叶运动而发出“沙沙”的响声；当人们在欣赏一支乐队演奏时，就会发现这些悦耳动听的乐曲正是那些乐器上的振动体振动发声的组合。因此，声音是由机械振动产生的，而发出声音的发声体称声源。

声音通过空气传入人耳，引起耳内鼓膜振动，刺激听觉神经，产生声的感觉。声源的振动，通过周围介质向四周传播就形成声波。声音不仅可在空气中传播，也可在液体和固体中传播。例如：人们潜入水中，能听到远处石块投入水中的声音；把耳朵贴在铁轨上，能听到远处行驶在该铁轨上的火车响声，等等。因此，一切弹性介质都可以传播声音。

为了便于理解声音在介质中传播的现象，用图1-1来说明其传播的过程。

设想由于某种原因，在弹性介质的某局部地区激发起一种扰动，使这局部地区的介质质点A离开平衡位置开始运动。如图1-1所示，质点A的运动必然推动相邻介质质点B，亦即压缩了这部分相邻介质，因为介质的弹性作用，相邻介质被压缩时会产生一个反抗压缩的力，这个力作用于质点A并使它恢复到原来的平衡位置，又因为质点A具有质量，也就是具有惯性，所以质点A在经过平衡位置时会出现“过冲”，以至又压缩了另一侧面的相邻介质。同样，该相邻介质也会产生一个反抗压缩的力，使质点又回过来趋向平衡位置。可见，由于介质的弹性和惯性作用，这个最初得到扰动的质点A就在平衡位置附近来回振动起来。同理，被A推动了的质点B以至更远的质点C、D、…也都在平衡位置附近振动起来，只是依次滞后一些时间而已。这种介质质点的机械振动由近及远的传播称为声波，或声波的传播过程。

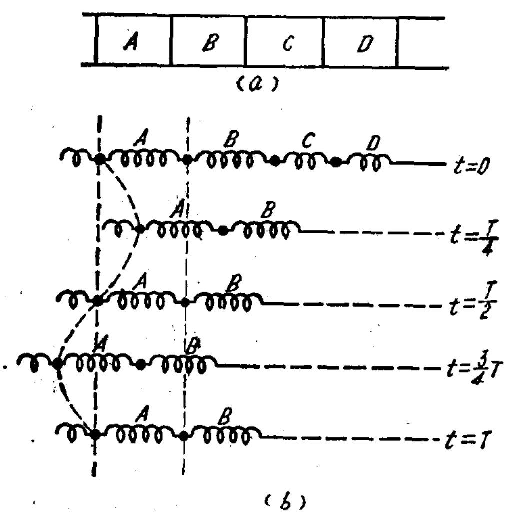

图1-1　声波传播过程示意图

由此可见，声波在介质中传播时，介质质点本身并不随声波一起传播出去，而只是在它的平衡位置附近振动，传播出去的只是物质运动的能量。这说明声音是物质的一种运动形式，这种运动形式叫做波动。振动是波动产生的根源，波动是振动的传播过程。

当振动在气体和液体中传播时，质点振动方向与声波的传播方向一致，所以这种波称为纵波。在固体中由于有切应力，除纵波外还有横波（振动方向与声波传播方向相垂直）以及弯曲波、扭转波、切变波等复杂的制导波。介质中振动传播过程有时间滞后，即声波在介质

中传播有一定速度，称之为声波的传播速度，简称声速。在介质中，声波所及的区域统称为声场。

声波传播时，空间行波在同一时刻相位相同各点的轨迹曲面称为波阵面（表面行波则为同一时刻相位相同的各点轨迹曲线）。按波阵面的形状不同可分为平面波（波阵面为与传播方向垂直的平行平面的波），球面波(波阵面为同心球面波)和柱面波（波阵面为同轴柱面的波）。图 1-2 为平面波、球面波和柱面波的示意图。

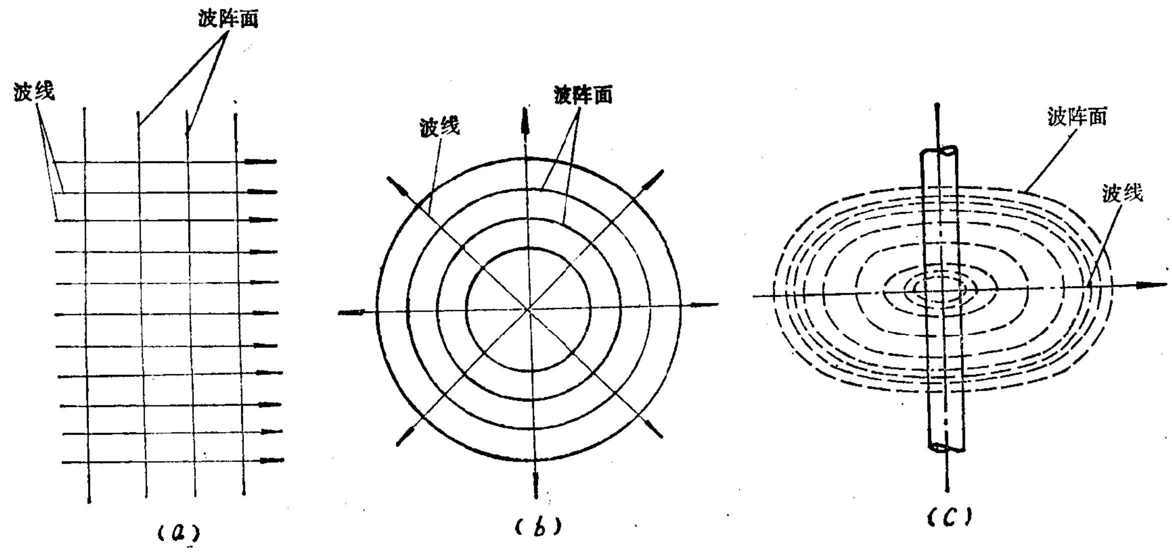

图1-2 平面波、球面波、柱面波示意图
(a)平面波；(b)球面波；(c)柱面波

通常把频率在20～20000Hz 之间能引起听觉的声音振动称为可闻声。具有上述频率的在弹性介质中传播的振动称为声振动，简称声振。从物理学的观点来看，在20～20000Hz 以外的振动，与这频率范围以内的振动没有本质上的不同，因此在物理学中将气体、液体、固体中传播的弹性振动或在这种物体的有限区域内形成驻波的弹性振动，往往都称之为声振动。低于20Hz的声振动称之为次声，高于20000Hz的声振动称为超声。超声及次声一般不能引起人听觉器官的感觉，但可借助仪器设备进行观察和测量。

声音以波动的形式，在空气中传播称为空气声；在固体中传播称为固体声或结构声；在液体中传播的一般称为水声。

二、频率、波长、声速和声压

1.频率

发声体每秒振动的次数称为频率，用符号f表示，单位是赫兹，简称赫，用符号Hz 表示。当物体每秒振动一次时表示为

$$1赫 = 1/秒$$

物体每振动一次所需要的时间称为周期，用符号T 表示，它的单位是秒，所以频率又可表示为

$$f = \frac{1}{T}$$

在声学中，一般把频率在200～300Hz以下的称为低频；500～1000Hz称为中频；2000～

4000Hz以上的称为高频。

2.波长

振动在一个周期中传播的距离称为波长，用符号λ表示，单位为米。波长实际上就是两个相邻近的振动相位相同的点之间的距离，如图 1-3 所示。

3.声速

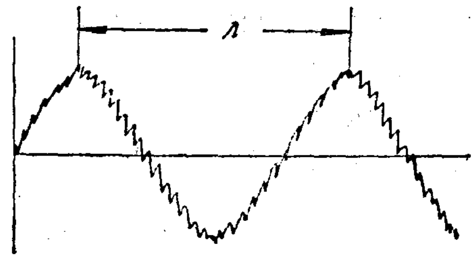

图 1-3

声波每秒钟传播的距离叫做声波传播速度，简称声速，用符号c表示，单位是 m/s。

声音在不同的介质中的传播速度是不同的。若介质的可压缩性较大(例如气体)，那么一个体积元状态的变化需要经过较长的时间才能传到周围相邻的体积元，声波的传播速度就较慢。若介质的可压缩性较小（如固体），则一个体积元状态的变化很快传播给周围相邻的体积元，在这种介质里，声波传播的速度就较快。如在空气中（0℃时），声速为 331.4m/s；水中一般为 1450m/s；钢铁中约为 5000m/s；橡胶中却只有 30～50m/s。可见声速的快慢取决于传声介质的性质，而与声源频率及强度无关（但对大振幅声波例外）。声波的传播速度与介质的温度有关，温度越高，声波的传播速度越快，对空气介质而言，温度每升高1℃，声速约增加0.607m/s。

根据频率，波长和声速的定义，它们三者之间的关系为

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (\mathrm{m}) \tag{1-1}$$

例如在常温下（15℃），当空气中声波频率为100Hz 时，它的波长$\lambda = c/f \approx 340/100 = 3.4\mathrm{m}$；而在水中声波频率为100Hz时的波长$\lambda = 1450/100 = 14.5\mathrm{m}$。

4.声压

声压是指有声波时介质中的压强超过静压力的值，用符号P表示，单位为帕（Pa）：

$$1\mathrm{Pa} = 1\mathrm{N/m^2}$$

有时也用微巴（μbar）做单位，$1\mu\mathrm{bar} = 0.1\mathrm{Pa} = 1\mathrm{dyn/cm^2}$，一个大气压约等于$10^6$微巴。

声场中某一瞬时的声压值称为瞬时声压。在一定时间间隔中最大的瞬时声压值称为峰值声压或巅值声压。如果声压随时间按简谐规律变化，则峰值声压也就是声压的幅值。在一定时间间隔中，瞬时声压对时间取均方根值称为有效声压：

$$P_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2 dt} \tag{1-2}$$

式中：下脚符号e代表有效值；T代表取平均的时间间隔，它可以是一个周期或比周期大得多的时间间隔。一般用电子仪表测得的往往就是有效声压，因而我们习惯上指的声压，也往往是指有效声压。

为使读者对声压的大小有一直观概念，下面举出一些有效声压大小的典型例子：

人耳对1000Hz声音的可听阈（即刚刚能觉察到它存在时的声压）约 2×10^{-5}Pa；微风轻轻吹动树叶的声音约2×10^{-4}Pa；在房间中的高声谈话（相距 1 m处）约0.05～0.1Pa；飞机的大功率发动机发出的声音（相距 5 m处）约10^2Pa。

声压作用于弹性介质，使介质的质点产生振动。显然，质点的振速与声压成正比，同声

压一样，振速也有瞬时值、有效值和幅值。

声压的变化不仅引起振速的变化，而且也会引起介质密度的变化。

§2 声场的基本定律

声场的特征可以通过介质中的声压、质点速度和密度的变化量来表示。以声压为例，在声传播过程中，同一时刻，声场中各不同位置都有不同的数值，也就是声压是位置的分布函数；声场中的每个位置的声压又随时间而变化。本节就是要根据声波过程的物理性质，建立声压随空间位置的变化和随时间的变化两者之间的联系，这就是著名的波动方程。

一、理想流体介质的三个基本方程

为使问题简化，我们假设：

(1)介质为理想流体，即介质中不存在粘滞性，声波在这种介质中传播时没有能量损耗。

(2)介质是均匀的，介质中的静态压强P_0、静态密度ρ_0都是常数，没有声扰动时，介质在宏观上是静止的，其初速度为零。

(3)声波传播过程是绝热过程，即介质仅发生体积变化，不发生热交换过程。

(4)介质中传播的是小振幅声波，各声学参量都是一级微量，则声压p大大小于介质中静态压强P_0，即$p \ll P_0$；质点速度v大大小于声速c_0，即$v \ll c_0$；质点位移ξ大大小于声波波长λ，即$\xi \ll \lambda$；介质密度增量ρ'大大小于静态密度ρ_0，即$\rho' \ll \rho_0$，或密度的相对增量$s_\rho = \dfrac{\rho'}{\rho_0} \ll 1$。

由这些假设，再运用牛顿第二定律、质量守恒定律及物态方程，可导出理想流体的三个基本方程：运动方程、连续性方程及物态方程。

1.运动方程

在声场中取一足够小的体积元，如图1-4所示。其体积为$S\,dx$(S为体积元垂直于x轴的侧面积)，由于声压p随位置x而异，因此作用在体积元左侧面与右侧面上的力是不相等的，其合力就导致这个体积元里的质点沿x方向运动。当有声波传过时，体积元左侧面处的压强为P_0+p，所以作用在该体积元左侧面上的力为$F_1=(P_0+p)S$。因为在理想流体介质中不存在切向力，内压力总是垂直于所取的表面，所以F_1的方向是沿x轴正方向的。体积元右侧表面处的压强为P_0+p+dp，其中$dp=\dfrac{\partial p}{\partial x}dx$为位置从$x$变到$x+dx$以后声压的改变量，于是作用在该体积元右侧面上的力为$F_2=(P_0+p+dp)S$，其方向沿负x方向。考虑到介质静态压强P_0不随x而变，因而作用在该体积元上沿x方向的合力为$F=F_1-F_2=-S\dfrac{\partial p}{\partial x}dx$。该

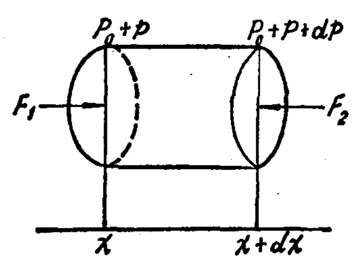

图 1-4

体积元内介质的质量为$\rho S\,dx$，它在力F作用下得到沿x方向的加速度$\dfrac{dv}{dt}$，据牛顿第二定

律有

$$\rho S dx \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} S dx$$

整理后可得

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (1-3)$$

这就是有声扰动时介质的运动方程。它描述了声场中声压 p 与质点速度 v 之间的关系。

2.连续性方程

仍设想在声场中取一足够小的体积元，如图1-5所示。其体积为 Sdx，如在体积元左侧面

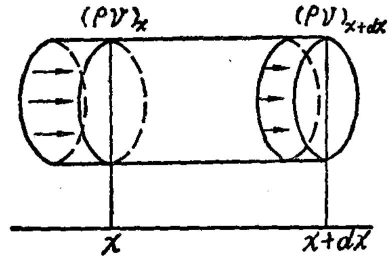

图 1-5

x处，介质质点的速度为$(v)_x$，密度为$(\rho)_x$，则在单位时间内流过左侧面进入该体积元的质量应等于截面积为S，高度为$(v)_x$的柱体体积内所包含的介质质量，即$(\rho v)_x S$。在同一单位时间内从体积元经过右侧面流出的质量为$-(\rho v)_{x+dx}S$，负号表示流出。取其泰勒展开式的一级近似即为$-\left[(\rho v)_x + \frac{\partial(\rho v)_x}{\partial x}dx\right]S$。因此，单位时间内流入体积元的净质量为$-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x}Sdx$（$\rho$、$v$都是$x$的函数，式中不再注下标$x$）。另外，体积元内质量增加，就说明它的密度增大了，设它在单位时间内的增加量为$\frac{\partial \rho}{\partial t}$，那么在单位时间内体积元质量的增加为$\frac{\partial \rho}{\partial t}Sdx$。由于体积元内既没有产生质量的源，又不会无缘无故地消失，所以质量是守恒的。因此，在单位时间内体积元的质量的增加量必然等于流入体积元的净质量，即

$$-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x}Sdx = \frac{\partial \rho}{\partial t}Sdx$$

整理后可得

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (1-4)$$

这就是声场中介质的连续性方程。它描述介质质点速度v与密度ρ间的关系。

3.物态方程

我们仍考察介质中包含一定质量的某体积元，在没有声扰动时，它的压强为P_0、密度为ρ_0、温度为T_0。当声波传过该体积元时，体积元内的压强、密度及温度都会发生变化。假设声波过程是绝热过程，这样可以认为压强是密度ρ的函数，即

$$P = p(\rho)$$

由声扰动引起的压强和密度的微小增量满足

$$dP = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s d\rho$$

这里下标s表示绝热过程。

考虑到压强和密度的变化有相同的方向，当介质被压缩时，压强和密度都增加，即$dP>$

0，$d\rho>0$；膨胀时压强和密度都降低，即 $dP<0$，$d\rho<0$，所以系数 $\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s$ 恒大于零，现以 c^2 表示，即

$$dP = c^2 d\rho \tag{1-5}$$

这就是理想流体介质中有声扰动时的物态方程，它描述声场中压强P的微小变化与密度 ρ 的微小变化之间的关系。关于

$$c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s$$

实际上代表了声传播的速度。它在一般情况下并非常数，仍可能是P或 ρ 的函数，其值决定于具体介质情况下P 对 ρ 的依赖关系。

例如理想气体的绝热物态方程为

$$PV^{\gamma} = 常数 \tag{1-6}$$

式中：V 为体积；γ 为比热比，$\gamma = \frac{c_P}{c_V}$，c_P、c_V分别为定压比热和定容比热。对于质量一定的理想气体而言，上式可写为

$$\frac{P}{\rho^{\gamma}} = 常数$$

由此可求得

$$c^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \tag{1-7}$$

可见声速c仍是压强P及密度ρ的函数。

二、小振幅声波一维波动方程

前面已假设：声波的振幅比较小；声波的各参量 p、v、ρ' 以及它们随位置、随时间的变化量都是微小量，并且它们的平方项以上的微量为更高级的微量，因而可以忽略。这样，三个基本方程可得到简化，下面分别叙述之。

1.运动方程

已知介质运动方程为

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1-8}$$

这里$\rho = \rho_0 + \rho'$，它仍然是一个变量。加速度 $\frac{dv}{dt}$实际上包含了两部分：一部分是在空间指定点上，由于该位置的速度随时间而变化所取得的加速度，即本地加速度$\frac{\partial v}{\partial t}$；另一部分是由于质点迁移一空间距离以后，因速度随位置而异取得的速度增量而得到的加速度，它等于 $\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt} = v\frac{\partial v}{\partial x}$，即迁移加速度，因此式(1-8)成为

$$(\rho_0 + \rho')\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

略去二级以上的微量就得到简化了的方程

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1-9}$$

2. 连续方程

已知连续性方程为

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v)=\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1-10}$$

因为$\rho=\rho_0+\rho'$，其中ρ_0为没有声扰动时介质的静态密度，它既不随时间而变化，也不随位置而变化，将ρ代入上式，略去二级以上的微量即可得到简化方程

$$-\rho_0\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial \rho'}{\partial t}$$

3. 物态方程

前面所述的式（1-5）中的系数$c^2=\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s$一般讲并非常数，仍可能是$P$或$\rho$的函数，但如果是小振幅声波，$\rho'$较小，这时可将$\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s$在平衡态（$P_0$，$\rho_0$）附近展开

$$\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s=\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{s,0}+\left(\frac{d^2P}{d\rho^2}\right)_{s,0}(\rho-\rho_0)+\cdots$$

这里下角符号0表示取平衡态时的数值。因$\rho-\rho_0$很小，略去第二项以后的所有项得$\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s\approx\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{s,0}$，并以$c_0$来表示，则有

$$c_0^2=\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{s,0}$$

可见对小振幅声波，c_0^2近似为一常数。

例如，对理想气体，由式(1-7)知$c^2=\frac{\gamma P}{\rho}$，取平衡态时的数值，则得

$$c_0^2\approx\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_{s,0}=\frac{\gamma P_0}{\rho_0} \tag{1-11}$$

再考虑到小振幅声波，式（1-5）中压强的微分即声压；密度的微分即密度增量ρ'，因而介质的物态方程可简化为

$$p=c_0^2\rho' \tag{1-12}$$

由此，经过略去二级以上微量的所谓线性化手续以后，介质的三个基本方程都已简化为线性方程了，它们是：

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial \rho'}{\partial t}$$

$$p=c_0^2\rho'$$

根据这一方程组，即可消去p、v、ρ'中的任意两个，例如将式（1-12）对t求导后代入式(1-10)得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t}$$

将此式对 t 求导得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

然后代入上式即得

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{1-13}$$

这就是均匀的理想流体介质中小振幅声波的波动方程。如果由上述方程组消去 p、ρ'或p、v，则也可得到关于v或ρ'的类似于式(1-13)的波动方程。

三、三维波动方程

对于三维情形，声音在x、y、z三个方向上都不均匀，此时介质的三个基本方程及波动方程的推导完全类似于一维情形，不同的只是还要计及由于y、z方向压强的变化而作用在体积元上的力，体积元的速度也不恰好在x方向，而是空间的一个矢量。为避免重复，不再逐一推导，只把一维情况的结果简单地推广到三维情况：

对应于式（1-9）、（1-10）的三维运动方程和连续性方程分别为

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla P \tag{1-14}$$

$$-\nabla\cdot(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1-15}$$

至于物态方程形式上仍为式(1-5)。

在小振幅情况下，经过线性化近似，得到相应于式（1-9）、（1-10）的三维线性方程为

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla P \tag{1-14a}$$

$$-\nabla\cdot(\rho v) = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \tag{1-15a}$$

物态方程形式上仍为式（1-12），其中的系数c_0^2已是决定于介质平衡态参数的一个常数。

同一维的推导类似，我们可得均匀的理想流体介质里小振幅声波声压 p 的三维波动方程为

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{1-16}$$

其中“∇^2”为拉普拉斯算符，它在不同的坐标系里有不同的形式，在直角坐标系里 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$。

四、速 度 势

前面已经导得了关于声压 p 的声波方程，通常可以在求得声压 p 以后，再应用运动方程

式（1-14a）式而得到质点速度v：

$$\left.\begin{aligned} v_x &= -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial x}dt \\ v_y &= -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial y}dt \\ v_z &= -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial z}dt \end{aligned}\right\} \tag{1-17}$$

不难发现，由式（1-17）可得

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} = 0$$

也就是

$$rot v = 0 \tag{1-18}$$

此式说明了理想流体介质中小振幅声场是无旋运动。

由矢量分析知识可以知道，如果某一矢量的旋度等于零，则这一矢量必为某一标量函数的梯度，而这矢量的分量则是该标量函数对相应坐标的偏导数。既然$rot v=0$，那么速度v必为某一标量函数Φ的梯度，现证明如下，由式（1-17）可得

$$v_x = -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial x}dt = -\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{p}{\rho_0}dt$$

$$v_y = -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial y}dt = -\frac{\partial}{\partial y}\int\frac{p}{\rho_0}dt$$

$$v_z = -\frac{1}{\rho_0}\int\frac{\partial p}{\partial z}dt = -\frac{\partial}{\partial z}\int\frac{p}{\rho_0}dt$$

若定义一个新的标量函数 Φ，使

$$\Phi = \int\frac{p}{\rho_0}dt \tag{1-19}$$

则上式成为

$$v_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$

$$v_y = -\frac{\partial\Phi}{\partial y}$$

$$v_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

或者合并成为

$$v = -\nabla\Phi \tag{1-20}$$

可见质点速度v可以表示成一个标量函数的梯度，这个标量函数就称为速度势。其值即为式

(1-19)所定义，速度势Φ在物理上反应了由于声扰动使介质单位质量具有的冲量。

可以证明，速度势也有类似于式（1-16）形式的波动方程

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \tag{1-21}$$

证明过程从略。

§3 平面声波、球面声波与柱面声波

在实际情况下，声波的传播方向和波阵面的形状往往是已知的。例如均匀球面波，其波阵面形状为一球面，传播方向即为矢径r方向。这样，我们可以单独地考虑声波沿某一个方向传播的情况，从而得到简单的特殊形式的波动方程，使问题得到简化。

一、特殊形式的声波方程

设有一任意形状波阵面的声波在空间传播，波阵面的法线方向即声波传播方向为r方向，令沿轴离开声源r处波阵面的面积等于S，当距离增加一微量dr时，波阵面的面积变为$S+dS$，如图1-6所示。

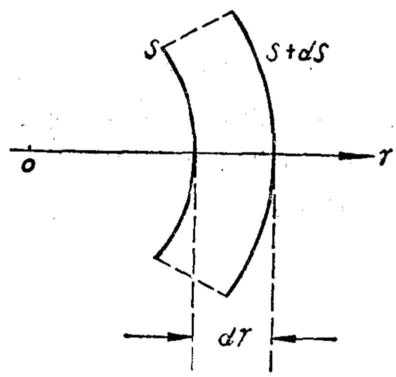

图 1-6

因为传播仅在r方向，而且仍考虑小振幅情形，此时线性化了的运动方程为

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r} \tag{1-22}$$

图1-6所示的容积可近似地认为等于Sdr，介质质点的位移垂直于波阵面。设在时间dt内，质点的位移等于$d\xi$，在单位时间内进入此容积的介质质量等于$\rho S\frac{\partial\xi}{\partial t} = \rho Sv$；在$r+dr$处，$\rho$、$v$、$S$值都已变化，所以单位时间内流出该体积元的质量为$\rho vS + \frac{\partial(\rho vS)}{\partial r}dr$，两者之差$-\frac{\partial(\rho vS)}{\partial r}dr$即为进入该体积元的净质量。由于所取体积元很小，所以该体积元内的质量近似等于ρSdr，体积元在单位时间内质量的变化为$\frac{\partial(\rho Sdr)}{\partial t}$。由质量守恒定律，进入体积元内的净质量应等于体积元内质量的增加，即

$$\frac{-\partial(\rho vS)}{\partial r}dr = \frac{\partial(\rho Sdr)}{\partial t}$$

因为$\rho=\rho_0+\rho'$，考虑到ρ_0不随时间改变，对小振幅声波，上式可简化为

$$-\rho_0\frac{\partial(vS)}{\partial r} = S\frac{\partial\rho'}{\partial t} \tag{1-23}$$

将（1-23）式展开，并在方程的两边同乘以$\frac{c_0^2}{S}$得

$$-\rho_0\frac{c_0^2}{S}\left(S\frac{\partial v}{\partial r}+v\frac{\partial S}{\partial r}\right)=c_0^2\frac{\partial\rho'}{\partial t}$$

将物态方程（1-12）两边对t求导后代入上式得

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\rho_0c_0^2\left[\frac{\partial v}{\partial r}+v\frac{\partial(\ln S)}{\partial r}\right]$$

再对时间 t 求导，把运动方程式（1-22）对 r 求导，两者联立消去 v 即得

$$\left[\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{\partial p}{\partial r}\frac{\partial(\ln S)}{\partial r}\right]=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\tag{1-24}$$

这就是当声波波阵面形状不变的特殊情况下的波动方程。在具体问题中只要知道了波阵面的形状$S(r)$，即可由它来求解声压p。

二、平面声波

如果声波仅沿x方向传播，而在yz平面上所有质点的振幅和相位均相同，那么它的波阵面是平面，这种声波就称为平面声波。例如一活塞（刚体）在柱形管（也是刚体）的一端往复振动，在管内传播着的波就是平面波，波阵面的面积等于管的横截面积。由此可见平面波的特征是

$$S=S_0=\text{常数}$$

因此式(1-24)中的$\frac{\partial(\ln S)}{\partial r}=0$，式(1-24)变为

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\tag{1-25}$$

此式即为x方向上的一维波动方程，设式（1-25）的解为

$$p=p(x)e^{j\omega t}\tag{1-26}$$

式中ω为声源简谐振动的圆频率。一般上式还应引入一个初相角，但它对稳态声传播性质的影响不大，这里为简单起见将它忽略了。

将式（1-26）代入式（1-25），并将r改写为x，则得到关于空间部分$p(x)$的常微分方程

$$\frac{d^2p(x)}{dx^2}+K^2p(x)=0\tag{1-27}$$

式中：$K=\frac{\omega}{c_0}$ 称为波数，c_0为声速。

取式（1-27）的解为

$$p(x)=Ae^{-jkx}+Be^{jkx}\tag{1-28}$$

式中A和B为两个任意常数，由边界条件决定。

将式(1-28)代入式(1-26)得

$$p(t,x)=Ae^{j(\omega t-kx)}+Be^{j(\omega t+kx)}\tag{1-29}$$

式中的第一项代表了沿正x方向行进的波，第二项代表了沿负x方向行进的波，前者叫入射波，后者叫反射波。

若声波在传播途径上没有遇到反射体，那就不会出现反射波，因而$B=0$，式（1-29）