

复杂非线性系统中的混沌

王兴元 著

5.5
4



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

复杂非线性系统中的混沌

王兴元 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书从非线性科学的角度介绍了混沌的基本原理,国内外发展概况,以及作者对复杂非线性系统中混沌研究所取得的成果。主要内容有:混沌的发展史,混沌的基本理论,三维奇怪吸引子透视图,二维非线性映射中的混沌与分形,神经网络中的混沌,常微分方程组中的混沌,混沌的控制及心脏系统中的混沌。本书深入浅出,图文并茂,文献丰富,可供理工科大学的教师、高年级学生和研究生阅读,也可供自然科学和工程技术领域中的研究人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

复杂非线性系统中的混沌/王兴元著. —北京:电子工业出版社,2003.6

ISBN 7-5053-8794-4

I. 复… II. 王… III. 非线性—混沌学 IV. O415.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 044659 号

责任编辑:韩同平

印 刷:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:10.5 字数:268.8 千字

版 次:2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

印 数:3 000 册 定价:25.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。
联系电话:(010)68279077

本书由

大 连 市 人 民 政 府 资助出版
大连理工大学学术著作出版基金

The published book is sponsored by

The Dalian Municipal Government

and

The Publishing Academic Works

Foundation of the Dalian University of Technology

前 言

混沌理论基本思想起源于 20 世纪初,发生于 20 世纪 60 年代后,发展壮大于 20 世纪 80 年代,被认为是继相对论、量子力学后,20 世纪人类认识世界和改造世界的最富有创造性的科学领域的第三次大革命。今天,混沌理论与计算机科学理论等领域相结合,使人们对一些久悬未解的基本难题的研究取得了突破性进展,在探索、描述及研究客观世界的复杂性方面发挥了巨大作用。混沌已被认为是一种研究复杂非线性问题最好的语言和工具,受到各国政府及学者的重视,成为举世瞩目的学术热点。

确定性系统的混沌使人们看到了普遍存在于自然界而多年来被视而不见的一种运动形式。混沌无所不在,它存在于大气中,海洋湍流中,野生动植物种群数的涨落中,风中飘拂的旗帜中,水流缭乱的旋涡中,心脏和大脑的振动中,还有秋千、摆钟、血管、嫩芽、卷须、雪花……。世界是混沌的,混沌遍世界!混沌的研究跨越了各学科,涉及到各个科学技术领域。混沌研究的目的是试图揭示、了解隐藏得很深的自然界混乱无规结构中的规律性及其物理本质,并进而支配它们。但这个目的还远未达到。因此,已经有越来越多的学者投身于这一新学科的理论及其在各门具体科学中的应用研究中。传播和普及混沌学的基本概念、基本理论及应用研究成果是一项非常有意义的工作。

我们生活和面对的世界是个极其复杂的演化系统。复杂性到处都有,复杂系统无处不在。复杂系统有自然的、人为的或人造的,以及人叠加于自然的复合复杂系统。现实世界的复杂性大都源于非线性。要探索自然的复杂性,必须研究非线性。作者在多年从事复杂非线性系统中的混沌现象研究成果的基础上,参阅了大量国内外有关文献资料,经过反复修改而写成本书。本书介绍了一维时间序列相空间重构技术和系统混沌的定量判据准则,采用解析、计算和实验三种手段并用的方法,研究了心脏系统、神经网络、常微分方程组、二维非线性映射等复杂系统中的混沌现象,是一本从事混沌应用的科技工作者和对混沌理论有兴趣的研究人员的实用读物。由于作者的水平有限,书中的错误与不当之处,恭请专家、同行与读者的殷切指教与批评。

本书共分六章,第 1 章主要介绍了混沌理论的发展史、混沌理论对现代科学的作用和影响、混沌的研究工具与研究方法、混沌研究的现状与展望和本书研究的主要内容。第 2 章介绍了本书与混沌分形相关的基本理论。第 3 章首先介绍了一维 Logistic 映射中的混沌;然后利用计算机构造了 LMGS(the Logistic Map Graph Set)吸引子和三维奇怪吸引子透视图;最后对二维 Logistic 映射及一般二维二次映射中的混沌与分形现象进行了理论上的分析。第 4 章分析了神经网络中的混沌现象;构造了具有旋转对称性的广义 Lorenz 吸引子和广义 Rössler 吸引子;并由一维可观察量计算系统混沌定量判据的方法,计算了吸引子的 Lyapunov 指数和关联维数。第 5 章首先介绍了混沌控制的产生、发展与意义,然后给出了控制混沌的几种常用方法,如 OGY(Ott、Grebogi 和 Yorke,简称 OGY)控制方法和 OPF 技术(Occasional Proportional Feedback,简称 OPF 技术)等,分析了生理系统中的混沌控制和利用,最后阐述了混沌控制的目标。第 6 章首先介绍了生物医学工程领域中混沌的研究现状、意义及展望。然后阐述心电信号的数据采集实验,其中对 PHCA(Profound Hypothermia and Circulatory Arrest)实验中温度

传感器及 R-R 间隔检测系统的研制进行了详细说明。最后在对心电信号进行功率谱分析、分维和 Lyapunov 指数计算的基础上,给出了几点结论。

本书的研究工作得到了中国博士后科学基金及辽宁省自然科学基金(编号:972194)的支持,本书的出版得到大连市优秀专著出版基金和大连理工大学交叉学科建设经费的支持,兹此表示由衷的感谢。

在本书即将付梓之际,感谢大连理工大学信息与控制研究中心邵诚教授和大连海事大学计算机学院张维石教授对本书的评审与推荐。

最后,要感谢我的妻子张月竹女士,女儿王天娇,感谢她们多年来对我工作的理解和支持。

王兴元
于大连理工大学



作者简介

王兴元，辽宁省沈阳市人。1987年毕业于天津大学应用物理专业，获学士学位；1992年毕业于天津大学光学专业，获硕士学位；1999年毕业于东北大学计算机软件与理论专业，获博士学位；1999年6月至2001年6月于东北大学自动化博士后流动站做博士后；现任大连理工大学计算机系副教授。主要研究方向为混沌与分形理论及其在生物医学工程中的应用。曾出版专著2本，以第一作者身份在国内外核心期刊上发表论文60余篇。

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 混沌理论的产生与发展	(1)
1.1.1 混沌理论的产生	(1)
1.1.2 混沌理论的发展过程	(2)
1.1.3 混沌研究的意义与发展前景	(3)
1.1.4 分形理论的产生与发展	(4)
1.2 混沌理论对现代科学研究的作用和影响	(5)
1.3 混沌的研究工具与研究方法	(7)
1.4 混沌研究的现状与展望	(8)
1.5 本书研究的基本特征	(9)
1.5.1 本书研究的目标、内容和拟解决的关键问题	(9)
1.5.2 本书研究采用的方法及技术路线	(11)
1.5.3 本书研究的特色及创新之处	(13)
习题	(15)
第 2 章 混沌与分形的基本理论	(16)
2.1 混沌	(16)
2.1.1 混沌的特征	(16)
2.1.2 混沌的定义	(19)
2.1.3 奇怪吸引子	(22)
2.2 分岔及产生混沌的途径	(24)
2.2.1 分岔理论	(24)
2.2.2 通向混沌的道路	(24)
2.3 混沌研究的判据与准则	(28)
2.3.1 庞加莱截面法	(28)
2.3.2 相空间重构	(29)
2.3.3 功率谱分析法	(31)
2.3.4 关联维数	(32)
2.3.5 Lyapunov 指数	(32)
2.3.6 测度熵	(37)
2.4 分形	(39)
2.4.1 分形与混沌的关系	(40)
2.4.2 构造分形图的逃逸时间算法	(41)
2.4.3 Julia 集	(42)
2.4.4 Mandelbrot 集	(43)
习题	(44)

第3章 二维非线性映射中的混沌与分形	(46)
3.1 一维 Logistic 映射中的混沌	(46)
3.2 LMGS 吸引子混沌特征的定量观测	(47)
3.2.1 LMGS 吸引子的构造方法	(47)
3.2.2 LMGS 吸引子的模拟结果	(48)
3.2.3 结论	(52)
3.3 三维奇怪吸引子透视图的计算机模拟	(52)
3.3.1 方法	(52)
3.3.2 结果	(53)
3.3.3 小结	(54)
3.4 二维 Logistic 映射中的混沌与分形	(56)
3.4.1 混沌的研究	(56)
3.4.2 分形的研究	(60)
3.4.3 小结	(62)
3.5 一般二维二次映射中的混沌与分形	(63)
3.5.1 一般二维二次映射中的混沌	(63)
3.5.2 一般二维二次映射中的分形	(68)
3.5.3 小结	(68)
习题	(69)
第4章 高维非线性系统中的混沌	(72)
4.1 神经网络中的混沌	(72)
4.1.1 神经网络理论的产生与发展	(72)
4.1.2 混沌神经网络研究概况	(72)
4.1.3 神经网络的生理结构	(73)
4.1.4 三层反馈神经网络模型	(75)
4.1.5 神经网络的奇怪吸引子	(75)
4.1.6 神经网络奇怪吸引子的定量分析	(76)
4.1.7 结论	(79)
4.2 对称广义 Lorenz 奇怪吸引子	(79)
4.2.1 结果与分析	(80)
4.2.2 结论	(85)
4.3 对称广义 Rössler 奇怪吸引子	(85)
4.3.1 研究结果	(85)
4.3.2 结论	(88)
习题	(90)
第5章 混沌的控制	(91)
5.1 混沌控制的研究现状、意义及应用前景	(91)
5.1.1 混沌控制的产生与发展	(91)
5.1.2 混沌控制的内容与任务	(92)
5.1.3 混沌控制的发展前景	(93)

5.1.4 混沌控制的意义	(94)
5.2 混沌控制的方法	(95)
5.2.1 OGY 控制方法	(95)
5.2.2 OPF 技术	(96)
5.2.3 混沌的连续控制方法	(98)
5.2.4 混沌的自适应控制方法	(104)
5.2.5 混沌中非周期轨道的控制方法	(105)
5.2.6 周期扰动抑制混沌运动	(106)
5.2.7 传递和转移控制	(108)
5.3 生理系统中的混沌控制和利用	(108)
5.3.1 心脏的混沌控制	(108)
5.3.2 大脑的混沌控制	(110)
5.3.3 小结	(112)
5.4 混沌控制的目标	(112)
习题	(113)
第6章 心脏系统中的混沌	(114)
6.1 生物医学工程领域中混沌的研究现状、意义及展望	(114)
6.1.1 心脏系统中混沌的研究概况	(114)
6.1.2 神经系统中的混沌	(119)
6.1.3 混沌在生物医学工程领域中其他方面的应用	(120)
6.1.4 混沌理论在生物医学工程研究中的作用与意义	(120)
6.2 心电信号的数据采集实验	(121)
6.2.1 PHCA 实验中温度传感器的研制	(121)
6.2.2 R-R 间隔检测系统的研制	(124)
6.2.3 PHCA 实验中犬的心电数据的采集	(125)
6.2.4 不同物种心电数据的采集	(128)
6.3 心电信号的分析与计算	(129)
6.3.1 心电信号的功率谱分析	(130)
6.3.2 心电信号分维的计算	(136)
6.3.3 心电信号 Lyapunov 指数的计算	(139)
6.4 讨论与结论	(147)
6.4.1 心脏系统运动机制的分析	(147)
6.4.2 心脏系统的混沌运动特征随物种进化关系的探讨	(149)
6.4.3 小结	(149)
习题	(150)
参考文献	(151)

第 1 章 绪 论

1.1 混沌理论的产生与发展

非线性混沌与分形理论的基本思想起源于 20 世纪初,形成于 20 世纪 60 年代后,发展壮大于 20 世纪 80 年代。这一理论揭示了有序与无序的统一、确定性与随机性的统一,并成为正确的宇宙观和自然哲学的里程碑。混沌与分形理论被认为是继相对论、量子力学之后,20 世纪在科学领域中人类认识世界和改造世界的最富有创造性的第三次大革命^[1,2]。

1.1.1 混沌理论的产生

混沌,通常理解为混乱、无序、未分化,如所谓“混沌者,言万物相混成而未相离”(《易经》),“窈窈冥冥”、“昏昏默默”(《庄子》)。混沌最初进入科学领域是与以精确著称的数理科学无缘的,混沌主要是一个天文学中与宇宙起源有关的概念,它来源于神话传说与哲学思辨。在现代,混沌被赋予了新的涵义,混沌是指在确定性系统中出现的类似随机的过程,其来自非线性。混沌的理论基础可追溯到 19 世纪末创立的定性理论,但真正得到发展是在 20 世纪 70 年代,现在方兴未艾^[3-6]。

300 年前,Newton(牛顿)的万有引力定律和他的三大力学定律将天体的运动和地球上物体的运动统一起来,Newton 的这一科学贡献曾被视为近代科学的典范。Newton 在讨论宇宙起源时就曾使用过混沌概念,他当时的观点与当代有序来源于对称破缺是一致的。18 世纪具有彻底牛顿宇宙观的伟大的科学家 Laplace(拉普拉斯)曾有传世名言:“如果有一位智慧之神,在给定时刻能够识别出赋予大自然以生机的全部的力和组成万物的个别位置,而且他有足够深邃的睿智能够分析这些数据,那么他将把宇宙中最微小的原子和庞大的天体的运动都包括在一个公式之中,对他来说,没有什么东西是不确定的,未来就如同过去那样是完全确定无疑的。”Laplace 的这句话可解释为:“如果已知宇宙中每一粒子的位置与速度,那么就可以预测宇宙在整个未来中的状况。”要实现 Laplace 的这一目标显然有若干实际困难,但一百多年来似乎没有理由怀疑他至少在原则上是正确的。后来,Einstein(爱因斯坦)也曾表态说:“我无论如何深信上帝不是在掷骰子。”

然而,随着科学的发展,人们进一步认识到,Newton 力学的真理性受到了一定的限制。19 世纪末 20 世纪初,人们发现 Newton 力学不能反映高速运动的规律,一切接近光速的运动应当用 Einstein 的相对论方法来计算。在此前后,人们又发现,微观粒子的运动并不遵守 Newton 力学的规律,在微观世界中应当用量子力学的薛定谔方程来代替 Newton 力学方程。

20 世纪后半叶,由于量子力学的兴起,海森堡不确定关系的确立,使 Laplace 的决定论在 20 世纪的科学界趋于失势。同时,物理学在非线性和非平衡方面所取得的两大进展:非平衡物理学和始于混沌概念的不稳定系统动力学^[1],又使 Newton 力学受到了更大的冲击。

非平衡物理学研究远离平衡态的系统,这门新学科产生了诸如自组织和耗散结构这样一些概念,它们描述了单项时间效应,即不可逆性。例如,香水瓶打开之后,香水会挥发掉,香气

充溢整个房间,但无论如何,空气中的香水分子不会自发地重新聚集到瓶子里。常识告诉我们,从摇篮到坟墓,时间一往无前,永不倒退。然而,Newton 和 Einstein 确立的自然法则,却描述了一个无时间的确定性宇宙。物理学基本定律所描述的时间,从经典的 Newton 力学到相对论和量子力学,均未包含过去和未来之间的任何区别。所以,Einstein 常说:“时间(不可逆性)是一种错觉。”时间可逆过程在现实世界中是罕见的,不可逆过程(如炒鸡蛋)却在我们周围频频发生,难道时间真是一种错觉?另外,经典科学强调有序和稳定性,以 Newton 理论为代表的近代科学创造了一种能够精确刻画必然性或确定性的方法。然而人们在研究非线性系统时却发现了分岔、突变、混沌等现象^[2]。

早在 19~20 世纪之交,法国数学家 Poincaré'(庞加莱)研究了天体力学中的三体问题。当时 Newton 的万有引力定律能够很好解决地球绕太阳公转的二体问题,即地球沿椭圆轨道运行。但在处理三个相互吸引的天体问题(即三体问题)时,Newton 定律遇到了困难,因此三体问题已成了多年来困扰牛顿力学的难题。Poincaré'把动力系统和拓扑学有机地结合起来,并指出三体的运动中可能存在混沌特性。但当时大多数物理学家都不理解和欣赏 Poincaré'的工作,因为牛顿力学占据了科学领域的统治地位,经典牛顿理论用一层厚实而不易觉察的帷幕把混沌现象这块丰饶的宝地给隔开了,但 Poincaré'第一次在这道帷幕上撕开一条缝,暴露出后面尚有一大片未开发的“西部世界”。Poincaré'发现三体问题(如太阳、月亮和地球三者的相对运动)与单体问题、二体问题不同,它是无法求出精确解的。于是,1903 年 Poincaré'在他的《科学与方法》一书中提出了 Poincaré'猜想。他指出三体问题中,在一定范围内,其解是随机的。实际上这是一种保守系统中的混沌,从而使 Poincaré'成为世界上最先了解混沌存在的可能性的第一人^[2]。

现在看起来,哪怕是再天才的科学家,如 Laplace, Einstein, 由于受所处时代科学发展水平和个人科学经验的局限,仍然可能对科学发表失当的言论。正如美国著名科学家 Gleick 所云:“混沌学排除了 Laplace 决定论的可预测性的狂想。”^[1]

1.1.2 混沌理论的发展过程

我们生活和面对的世界是个演化系统,是极其复杂的。复杂性到处都有,复杂系统无处不在,如宇宙天体、生物系统、社会系统等。复杂系统有自然的、人为的或人造的以及人叠加于自然的复合复杂系统。

目前,对复杂性尚无统一认识。一般认为,复杂性可归纳为:系统的多层次性、多因素性和多变性,各因素或子系统之间的及系统与环境间的相互作用,随之而有的整体行为和演化。

所谓复杂性研究,就是研究复杂系统的结构、组成、功能及其相互作用,系统与环境的相互作用,研究系统的整体行为和演化规律及控制它们的机制,然后建立模型,进行模拟实验,进一步对其施加影响、管理和调控。

现实世界的复杂性,大都源于非线性。但以 Newton 力学为奠基石的近代自然科学总是试图在复杂的自然现象中寻求一种线性化的、简单性的答案。这种以局部线性化来处理非线性问题,用世界“片面的美”掩盖了“完整的真”。要探索自然界的复杂性,必须研究非线性。

20 世纪的二三十年代,G. D. Birkhoff 紧跟 Poincaré'的学术思想,建立了动力系统理论的两个主要研究方向:拓扑理论和遍历理论。到 1960 年前后,非线性科学研究得到了突飞猛进的发展,A. N. Kolmogorov 与 V. I. Arnold 及 J. Moser 深入研究了 Hamilton 系统(或保守系统)中的运动稳定性,得出了著名的 KAM 定理,即用这三位发现者的名字命名的定理,

KAM 定理为揭示 Hamilton 系统中 KAM 环面的破坏以及混沌运动奠定了基础^[2,5]。

给出混沌解第一个例子的是,1963 年美国数学家 E. N. Lorenz 在美国《大气科学杂志》上发表的文章《确定性的非周期流》^[7]。第二次世界大战期间,Lorenz 成了一名空军气象预报员,结果他迷上了天气预报。1963 年,在气象预报的研究中,Lorenz 用计算机模拟天气情况,发现了天气变化的非周期性和不可预言性之间的联系。Lorenz 从对流问题中提炼出一组三维常微分方程组,用来描述天气的演变情况。在他的天气模型中,Lorenz 看到了比随机性更多的东西,看到了一种细致的几何结构,发现了天气演变对初值的敏感依赖性。Lorenz 提出了一个形象的比喻:“巴西的一只蝴蝶扇动几下翅膀,可能会改变 3 个月后美国得克萨斯州的气候。”这被称为“蝴蝶效应”。用混沌学术语表达就是系统长期行为对初值的敏感依赖性。

1964 年,M. Hénon 等人以 KAM 理论为背景,发现了 1 个二维不可积 Hamilton 系统中的确定性随机行为,即 Hénon 吸引子。D. Ruelle 和 F. Takens 提出了“奇怪吸引子”(Strange attractor)的概念,同时将这一概念引入耗散系统,并于 1971 年提出了一种新的湍流发生机制。这一工作由 J. P. Gollub 等人的实验结果所支持,并对后来关于 Smale 马蹄吸引子的研究起到一定的推动作用。Smale 马蹄吸引子是指在 Lorenz 以后,美国数学家 Smale 发明了一种被称做“马蹄”的结构,以后的岁月里成为混沌经久不衰的形象。Smale 的马蹄结构,可比喻为在一团橡皮泥上任意取两点,然后把橡皮泥拉长,再折叠回来,不断地拉长、折叠,使之错综复杂地自我嵌套起来。这样原来确定的两点到最终离得很近,但又是从相距任意远处开始运动的。接着 Smale 又提出了马蹄变换,为 20 世纪 70 年代混沌理论的研究做了重要的数学理论准备。

1975 年,T. Y. Li(李天岩)和 J. A. York 提出“周期 3 蕴含混沌”的思想,被认为是对混沌的第一次正式表述,Chaos 一词也自此被正式使用^[8]。后来,Li 和 York 的观点在许多方面得到了推广,如 Oono 指出“周期 $\neq 2$ ”蕴含混沌”等。不过在 Li 和 York 之前,A. N. Sarkovskii 就已提出了类似的思想。1976 年,R. M. May 研究了一维平方映射,并在一篇综述中指出,非常简单的一维迭代映射也能产生复杂的周期倍化和混沌运动^[9]。在这个基础上,M. J. Feigenbaum 于 1978 年发现了倍周期分叉通向混沌的两个普适常数,并引入了重整化群思想,这是一个重大的发现,具有里程碑的意义^[10]。F. Takens 于 1981 年提出了判定奇怪吸引子的实验方法^[11],而 P. J. Holmes 转述并发展的 Melnikov 理论分析方法可用于判别二维系统中稳定流形和不稳定流形是否相交,也即判别是否出现混沌。在混沌理论的发展中,各种混沌现象不断被发现,各种分析方法和判据也相继被提出。混沌理论在许多领域获得了广泛的应用^[2]。

1.1.3 混沌研究的意义与发展前景

著名的比利时科学家、诺贝尔奖金获得者 Prigogine 等人在《探索复杂性》专著中,又从多方面研究了混沌问题^[12]。他们通过对一些非平衡过程可以以各种不同的方式进入混沌,以及对混沌特性的研究后发现,这种混沌不同于宇宙早期热力学平衡态的混沌,它是有序和无序的对立统一,既有复杂性的一面,又有规律性的一面。这就意味着,对混沌科学的深入研究,将会对自然科学带来新的突破。

正如日本著名统计物理学家久保在 1978 年所指出的:“在非平衡、非线性的研究中,混沌问题揭示了新的一页。”美国一个国家科学机构,把混沌问题列为当代科学研究的前沿之一。混沌科学最热心的倡导者、美国海军部官员 Shlesinger 说:“20 世纪科学界将永远铭记的只有

三件事：相对论、量子力学与混沌。”物理学家 Ford 认为，混沌是 20 世纪物理学第三次最大的革命，与前两次革命相似，混沌也与相对论及量子力学一样冲破了牛顿力学的教规。他说：“相对论消除了关于绝对空间与时间的幻想，量子力学消除了关于可控测量过程的牛顿式的梦，而混沌则消除了 Laplace 关于决定论式可预测性的幻想。”^[1]

与牛顿力学的应用经受相对论和量子力学革命性的突破有所不同，这次革命的实质就在于混沌是直接用于研究人们所感知的真实宇宙，是在人类本身的尺度大小差不多的对象中所发生的过程。人们研究混沌时所探索的目标就处在日常生活经验与这个世界的真实图像之中。

混沌理论研究大千世界中的复杂奇妙现象，独步经典科学之外，另辟蹊径，开创了一条新的科学革命的道路。混沌学改变了科学世界的图景，认为世界是一个有序与无序的统一、确定性与随机性的统一、简单性与复杂性的统一、稳定性与不稳定性统一、完全性与不完全性的统一、自相似性与非相似性的统一的世界。显然，已往那种只追求有序、精确、简单的观点是不全面的。因为牛顿力学所描绘的世界是一幅静态的、简单的、可逆的、确定性的、永恒不变的自然图景，形成了一种关于“存在”的机械自然观。而人们真正面临的世界却是地址变迁、生物进化、社会变革这样一幅动态的、复杂的、不可逆的、随机性的、千变万化的自然图景，形成的是关于“演化”的自然观。因此，只有抓住复杂性并对它进行深入研究，才能为人们描绘一个客观的世界图景。这说明混沌是一种关于过程的科学而不是关于状态的科学，是关于演化的科学而不是关于存在的科学。

斯特瓦尔特在《混沌素描》中说：“混沌是振奋人心的，因为它开启了简化复杂现象的可能性。混沌是令人忧虑的，因为它导致对科学的传统建模程序的新怀疑。混沌是迷人的，因为它体现了数学、科学及技术的相互作用。但混沌首先是美的。这并非偶然，而是数学美可以看得见的证据；这种美曾被局限于数学界的视野之内，由于混沌，它正在渗透于人类感觉的日常世界中。”混沌运动产生出各种巧夺天工的图形，成功模拟和创造出足以乱真的“实景”，获得意想不到的结果。对简单、纯净、和谐的有序性美和静态美的追求被多样性美、奇异性美、复杂性美和动态美所取代，这就是混沌美。

混沌研究的重要特点就是跨越了学科界限。混沌学的普适性、标度律、自相似性、分形、奇怪吸引子、重整化群等概念和方法，正超越原来数理学科的狭窄背景，走进化学、生物学、地学、医学及至社会科学的广阔天地。混沌现象是丝毫不带随机因素的固定规则所产生的，研究动态系统的混沌机制在今天有更多的现实意义：它说明精确的预测从原则上讲是能够实现的，加上计算机的快速跟踪，就能够深入探讨各种强非线性系统的特征，开创了模型化的新途径。

现如今，混沌已成为各学科关注的一个学术热点。确定性系统的混沌使人们看到了普遍存在于自然界而人们多年来视而不见的一种运动形式。混沌无所不在，它存在于大气中，海洋湍流中，野生动植物种群数的涨落中，风中飘拂的旗帜中，心脏和大脑的振动中，还有秋千、摆钟、血管、嫩芽、雪花……等之中。世界是混沌的，混沌遍世界！目前，许多科学家都在利用非线性动力学的方法来研究混沌运动，探索复杂现象的无序中的有序和有序中的无序，就是新兴的混沌学的任务。

1.1.4 分形理论的产生与发展

另外，混沌的出现与“分岔”紧密相关，混沌集又常常具有分数维特征，所以也与“分形”有关^[13~17]。分形理论是非线性科学研究中十分活跃的一个分支，它的研究对象是自然界和非线

性系统中出现的不光滑和不规则的几何形体。分形理论的数学基础是分形几何^[18~21]。

分形理论的基本思想起源于 20 世纪初,发生并发展于 60 年代后。创立分形理论的代表人物为美国数学家、美国科学院院士 Mandelbrot^[13]。1960 年, Mandelbrot 到哈佛大学去讲课,发现自己研究的经济模式中高低收入的分布图与利塔沃经济中心大厦黑板上棉花价格变动图是一样的,他不无怨气地开玩笑说:“我的图怎么能在做报告之前就画出来呢?”之后,他转向了对棉价变化的分析。他采用一种特殊的变换尺度的方式考察棉价变化的内在序列,惊人地发现:尽管棉价的每一次变好是随机的,但价格的日变化和月变化的曲线竟然完全一致!这就是说,在大量的无序的数据里存在着一种出乎意料的有序。

Mandelbrot 又从“英国的海岸线有多长”的问题着手进行研究,提出一个惊人的论点:任何一段海岸线都是无限长的。虽然一条曲折的海岸线长度不能精确测量,但它却有某种特征量,就是分形所揭示的分数维数,可以对分形对象内部的不均匀性、层次结构性的整体数量特征进行刻画。分形的意义在于摸索自相似,自相似是跨越不同尺度的对称性,图案之中套图案。

1975 年, Mandelbrot 用“分形”一词囊括他的思想,相继出版了杰作《分形对象——形、机遇和维数》、《分形——形、机遇和维数》、《大自然的分形几何学》三本专著。在这些专著中,第一次系统地阐述了分形几何的思想、内容、意义和方法。这些专著的发表标志着分形几何作为一个独立的学科正式诞生。

1998 年,研究几何与混沌的麦克·马伦获菲尔兹奖,再一次说明了研究混沌分形理论在科学研究中的地位。我国国家攀登计划中有关非线性科学、纳米材料科学、生命科学等项目中,就列举了有关混沌分形理论的五个专题。国家自然科学基金中也列出混沌分形理论及其应用的内容,并指出这是一项具有跨学科前沿交叉性特点的基础性和应用基础性的研究,具有广阔的应用前景。

1.2 混沌理论对现代科学研究的作用和影响

进入 20 世纪 90 年代,非线性动力学中分岔和混沌理论的建立,使非线性科学有了可靠的理论保证,并激励着众多的自然科学、工程学和数学工作者深入探索和研究。而混沌与分形的应用研究比理论研究更为引人注目,很难再有另外一门学科能在这么短的时间内渗透到如此多的学科中并产生重要的影响。混沌运动是存在于自然界中的一种普遍运动形式,所以对非线性科学的研究不仅推动了其他学科的发展,而且正在改变整个现代知识体系。而动力系统、分岔和奇怪吸引子理论方法的发展也已超越原来数学的界限,广泛应用于振动、自动控制、系统工程、机械工程等领域中对非线性问题的研究,并对经典力学、物理学、固体力学、流体力学(为解决湍流问题带来了希望)、化学工程、生态学和生物医学,乃至一些社会科学部门的研究和发展都产生深远影响。同时,科学实践的进一步深化反过来又促进非线性动力学数学理论的纵深发展。

今天,混沌分形理论已经与计算机科学理论等领域相结合,这种结合使人们对一些久悬未解的基本难题的研究取得突破性进展,在探索、描述及研究客观世界的复杂性方面发挥了巨大作用^[1,13~17],其作用涉及到几乎整个自然科学和社会科学。混沌分形已被认为是研究非线性复杂问题最好的一种语言和工具,并受到各国政府及学者的重视和公认,成为各学科关注的一个学术热点。

混沌学对现代科学的发展具有广泛而深远的影响,几乎覆盖了一切科学领域,尤其是在物理学、天体力学、力学、流体力学、数学、经济学、生物学等方面。如今天文学家能运用混沌理论建立模型模拟早期宇宙的脉动、星系中恒星的运动以及太阳系中行星、卫星、彗星的运动。混沌对力学的意义在于,过去总是将牛顿力学和“决定论”相联系,现在我们却知道由牛顿定律运动方程确定的状态,可能由于方程具有内在随机性而在动态上实际不可预测,它只有某种统计特征。在分析力学方面,混沌理论指出它发展的新途径,高维非线性系统的方程不仅不能积分,而且其解可能对初值有敏感依赖性,因而得用类似统计力学的观点去处理。在流体力学中,湍流的产生机理是一个百年难题,它千姿百态、瞬息万变和神态莫测,是自然界中复杂现象的集中表现,描述流体动力学的方程既包含了无穷维的耗散项,又包含了大中小许多不同尺度的运动。也就是说湍流在时间和空间两方面都表现出随机性,它是非线性连续系统在一定条件下的内秉特性,因此确定性和随机性、有序和无序等截然不同的现象由同一组确定性方程演化出来,混沌理论已为湍流研究开辟了一条新的思路。混沌运动也广泛存在于城市交通、工程建设、地质材料和各项经济活动(如股票市场的波动)等领域中。生命世界中也有着混沌,如人脑电波的测量、神经疾病的研究等。在神经生理学测试中,正常人的脑电波是混沌的,而有神经症的患者脑电波却往往是整齐划一的。因而,必要的混沌对人的身心健康和创造性思维的发展是有益的。

正如模糊论填补了精确论和概率论之间的空白一样,混沌论在确定论和随机论之间架起一座桥梁。但混沌的意义远不止这些。混沌有无序的一面,但在某些情况下它反而是组织结构和高度有序的表现,是系统进化和产生信息之源。这些都将对人们的科学观和方法论产生重大影响,并激励人们去研究和探索。混沌理论在解决各种问题上的威力已初见端倪,为人们认识世界、改造世界提供了有力的武器。

分形与混沌动力系统理论进一步丰富和深化了唯物辩证法关于普遍联系和世界统一性原理。分形论从一个特定层面直接揭示了宇宙的统一图景,而分形与动力系统可以共同对世界物质统一性从时态与历时性两个维度上展开说明:一方面,动力系统理论说明,自然界中蕴含着历史的演化与嬗变的信息;另一方面,分形源于分形系统之间普遍的信息同构关系编织了一张世界统一的网络。

总之,20多年来人们对确定性混沌和分形的研究不仅对整个自然科学而且对哲学体系也带来了巨大的冲击,并可能成为产生变革的持久动力,将在人类探索自然的实践中起着开阔眼界、解放思想的作用。

在对混沌动力系统理论的研究中,人们已经发现,那些遵循不变的、精确的定律的系统并不总是以可预言的、规则的方式运作的。简单的定律可能不产生简单的性态。确定性的定律会产生貌似无规的性态。秩序能孕育出自身特有的混沌。

这是一个重大发现,它的意蕴必将对我们的科学思维方式形成强大冲击。从混沌的观点来看,预言(或可重复性实验)的概念焕然一新。我们过去以为简单的事物变得复杂了,与测量、可预言性和验证(或否证)理论有关的一些令人困惑的新问题产生了。

相反,我们过去以为复杂的事物倒有可能变得简单了。看来无结构的、无规则的现象实际上可能遵循着简单的定律。确定性混沌自有其一定规律,并且带来了全新的实验技术。大自然中不乏一些不规则性,其中有些不规则性,可以证明是混沌的表现形式。流体的湍流,地球磁场的反转,心脏搏动的不规则,液氮的对流模式,天体的翻转,小行星带中的空隙,虫口的增长,龙头的滴水,化学反应的进程,细胞的代谢,天气的变化,神经冲动的传播,电子电路的振

荡,系缆于浮筒的船只的运动,台球的反弹,气体中原子的碰撞,量子力学的内在不确定度——这些仅是已应用过混沌问题中的一部分。

这是一个崭新的世界,一种新的科学——混沌与分形,是认识大自然中的不规则性方面的一个举足轻重的突破。它的未来不可限量!

1.3 混沌的研究工具与研究方法

混沌理论自 20 世纪 60 年代出现以来,在短短几十年的时间里进展神速,天文地理数理化学,小至粒子,大至宇宙,到处可以看到混沌的影子。如木星巨大红斑的机理,生态系统中个体和群体的演化,太阳系的稳定性问题,湍流以及心脑血管振荡等,这些都是混沌研究大有可为的领域。混沌研究如此之热,主要是因为:第一,混沌打破了长期以来在人们头脑中形成的思维模式,拓宽了人们的视野,开创了科学研究的新领域;第二,混沌理论不是局部地观察问题,而是从总体上了解,从全局上看一切可能之变化;第三,混沌研究自然界的本质特征,揭示自然界的本质规律;第四,混沌显示了确定性与随机性,简单性与复杂性,有序与无序之间的辩证关系;第五,计算机为混沌研究插上了双翼。同时随着混沌分形理论的深入研究和计算机算法的进一步完善,混沌分形方法必将在工程实践中发挥越来越大的作用。

我们生活和面对的世界是个演化系统,是极其复杂的。复杂性到处都有,复杂系统无处不在,如宇宙天体、生物系统、社会系统等。复杂系统有自然的、人为的或人造的,以及人叠加于自然的复合复杂系统。

目前,对复杂性尚无统一的认识。复杂性可归纳为:系统的多层次性、多因素性、多变性,各因素或子系统之间的及系统与环境间的相互作用,随之而有的整体行为和演化。一般认为非线性、不稳定性、不确定性是复杂性之根源。复杂性研究,就是研究复杂系统的结构、组成、功能及其相互作用,系统与环境的相互作用,研究系统的整体行为和演化规律及控制它们的机制,然后建立模型,进行模拟实验,进一步对其施加影响、管理和调控。

复杂系统的研究依赖于多学科的综合研究,需跨学科的知识、综合技术和方法。复杂系统的研究也将会促使崭新的方法论出现。混沌与分形理论的建立使复杂系统的研究有了一定的理论基础和方法。

分析复杂的非线性系统可用在相空间观察其轨道的方法。所谓相空间就是由所要研究的物理量本身作为坐标分量所构成的广义空间,系统的任意状态相当于相空间中的一个代表点,系统的状态随时间变化过程对应于代表点在相空间中的变化。非线性系统随时间的演变将趋向于维数比原来相空间低的极限集合——吸引子^[22,23]。在非线性系统中,除了平常吸引子,如不动点、极限环和环面外,也可观察到另外一些吸引子;其轨道性态在经典意义上是不稳定的,即轨道的小摄动随着时间指数型地增长。因此称这种吸引子为奇怪吸引子(或混沌吸引子)。数值实验加强了这样的猜测:几乎在每一个非线性系统中,都可能出现奇怪吸引子。

因为各根轨道一般只对非线性动力学系统的性态提供很少信息,较好的办法是观察许多根轨道。但这样一来,就放弃了研究动力学系统时通常作为基础的严格的确定性。它只能对平均结果做出统计性的预测。在技术中通常力图把无序的运动缩到最小或加以避免。因此,涉及系统性态对参数变化的依赖性的判断准则是有意义的。

如果系统的性态是规则的,在某些情况下,也可由相图得到有价值的启示。但根据各个状态量的时间历程,却很难对系统做出令人满意的判断。在数学方面,对非线性动力学系统尚缺