

全国高等教育自学考试计算机信息管理专业应试指导
全国高等教育自学考试计算机信息管理专业应试指导



高等数学 (一) 模拟试题分析与解答

张宇航 黄 杉 王军民 编著



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

全国高等教育自学考试计算机信息管理专业应试指导

高等数学（一）

模拟试题分析与解答

张宇航 黄 杉 王军民 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

《自考应试指导丛书》编委会

主 编 张维明 常兆成

编 委 王朝阳 姚庭宝 邓必雄

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(一)模拟试题分析与解答/张宇航, 黄杉, 王军民编著. —北京: 电子工业出版社, 2003.1
(全国高等教育自学考试计算机信息管理专业应试指导)

ISBN 7-5053-8184-9

I. 高... II. ①张...②黄...③王... III. 高等数学-高等教育-自学考试-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 087746 号

责任编辑: 秦 梅

印 刷: 北京兴华印刷厂

出版发行: 电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 17.75 字数: 454 千字

版 次: 2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 5000 册 定价: 22.00 元

凡购买电子工业出版社的图书, 如有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系。
联系电话: (010) 68279077

责任编辑	李艳馥
封面设计	杨立新
责任绘图	杜晓丹
版式设计	马静如
责任校对	康晓燕
责任印制	杨 明

丛 书 序

全国高等教育自学考试指导委员会在组织编写供读者学习用教材的前言中写道：“这种教材应当适合自学，应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息，有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力，也应有利于学习者学以致用，解决实际工作中所遇到的问题。”

确实，有一套好的助学教材对广大考生无疑是一个福音。然而，针对自学考试的特点，广大考生还殷切期望能拥有与教材相配套的模拟试题训练与应试指导方面的书籍，以帮助他们加强基础训练，巩固所学知识，增强灵活运用能力，提高应试自信心，达到既顺利过线又增长能力的双重效果。

自 2001 年起，全国自学考试开始使用新的考试大纲。为了尽快适应新考试计划的要求，我们作为高等教育自学考试计算机信息管理专业主考院校之一，组织了一批多年来工作在大学本科、高教自考第一线的教学骨干，陆续编写了一套全国高等教育自学考试计算机信息管理专业应试指导丛书，内容包括专科、本科多门课程，分为笔试、机试两类。这套应试指导丛书力求体现下列特色：题型丰富，分析透彻，解答准确，实用性强。我们希望本丛书能够成为广大自学者的良师益友，通过对模拟试题的试做和自测，帮助自学者消化所学知识，巩固所学概念，充分理解考核知识点，提高应试技巧，使他们在考前扎扎实实地提高水平，增强信心，在考试时能顺利过线，甚至考高分。同时，更重要的是能促使他们在培养训练综合素质与能力，增进知识和才干，努力成为合格的计算机信息管理人才方面迈出坚实的步伐。

这套应试指导丛书的主要读者虽然是全国高等教育自学考试计算机信息管理专业专科、本科广大考生，但其中有些书籍对其他相近专业（如计算机及应用专业等）以及全国计算机等级考试的广大考生亦具有较大参考价值。

《自考应试指导丛书》编委会

前 言

本书中的模拟试题根据 2001 年颁布的“高等数学（一）自学考试大纲”精心编写，可使读者准确把握新大纲的内容和考核知识点。读者在系统复习之后，通过练习这十份模拟试题，既可增强应考能力，又可发现自己的薄弱环节，从而可针对性地进行补缺，进一步梳理知识，融会贯通，巩固提高。

本书中的模拟试题覆盖了所有应掌握的知识要点，题目变化多样，对在历年考试中重点考查的内容注意了重点突出，编排了充足的题目，以求练熟练透。针对自学考生的特点，对每道试题（含单项选择题）进行了详细分析与解答，及时注释，将解题方法及其技巧凝聚其中。

历年的自学试题中，多次涉及空间解析几何的初步知识，而指定教材中对此论述不详。为此，特将空间解析几何简介附于书末。

高等数学（一）考试采用标准化命题，题量大，共有五十道考题。知识覆盖面广，大约覆盖了教材内容的 80%。试卷结构、考核知识点和试题分值的分布已趋稳定，难易程度波动不大。为使读者对此有一个清晰了解，书末收录了 2001 年的试卷和评分标准，以期读者复习应考能有的放矢，事半功倍。

在此，还要感谢周予滨先生对本书所做的细致的审校工作。

限于编者水平，书中欠妥之处在所难免，殷切希望读者批评指正。

编 者

目 录

模拟试题 (一)	(1)
模拟试题 (一) 参考答案	(7)
模拟试题 (一) 试题分析	(9)
模拟试题 (二)	(27)
模拟试题 (二) 参考答案	(33)
模拟试题 (二) 试题分析	(35)
模拟试题 (三)	(53)
模拟试题 (三) 参考答案	(60)
模拟试题 (三) 试题分析	(62)
模拟试题 (四)	(79)
模拟试题 (四) 参考答案	(85)
模拟试题 (四) 试题分析	(87)
模拟试题 (五)	(104)
模拟试题 (五) 参考答案	(110)
模拟试题 (五) 试题分析	(112)
模拟试题 (六)	(128)
模拟试题 (六) 参考答案	(134)
模拟试题 (六) 试题分析	(136)
模拟试题 (七)	(152)
模拟试题 (七) 参考答案	(159)
模拟试题 (七) 试题分析	(161)
模拟试题 (八)	(178)
模拟试题 (八) 参考答案	(184)
模拟试题 (八) 试题分析	(186)
模拟试题 (九)	(202)
模拟试题 (九) 参考答案	(208)
模拟试题 (九) 试题分析	(210)
模拟试题 (十)	(226)
模拟试题 (十) 参考答案	(232)
模拟试题 (十) 试题分析	(234)
高等数学 (一) 试题 (2001 年 10 月)	(249)
高等数学 (一) 试题 (2001 年 10 月) 参考答案	(255)
高等数学 (一) 试题 (2001 年 10 月) 试题分析	(257)
附录 A 空间解析几何简介	(271)

模拟试题 (一)

一、单项选择题 (在每小题的四个备选答案中, 选出一个正确的, 并将正确答案的号码填写在题后的括号内。每小题 1 分, 共 40 分)

1. 设集合 $A = \{0\}$, ϕ 为空集, 则下列写法中正确的是 ()。

- (A) $0 \subset A$ (B) $0 = A$ (C) $\phi \in A$ (D) $\phi \subset A$

2. 已知 $f(x) = \ln x + 1$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$, 则 $f[g(x)] =$ ()。

- (A) $\ln(\sqrt{x} + 1) + 1$ (B) $\ln(\sqrt{x} + 2)$
(C) $\sqrt{\ln(x+1)} + 1$ (D) $\ln \sqrt{x} + 1$

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 内的奇函数, 下列函数必为奇函数的是 ()。

- (A) $y = f(x^3)$ (B) $y = f(x) + 8$
(C) $y = -|f(x)|$ (D) $y = f(e^x)$

4. 设 $f(x) = \frac{1-3x}{x-2}$ 与 $g(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称, 则 $g(x) =$ ()。

- (A) $\frac{1-3x}{x-2}$ (B) $\frac{1+2x}{x+3}$ (C) $\frac{x+3}{1+2x}$ (D) $\frac{x-2}{1-3x}$

5. 函数 $y = \frac{x-1}{\ln x} + \sqrt{16-x^2}$ 的定义域是 ()。

- (A) $(0, 1)$ (B) $(0, 4)$
(C) $(0, 1) \cup (1, 4)$ (D) $(0, 1) \cup (1, 4]$

6. 若 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = A$, 则对于给定的任意小正数 ε 总存在一个正数 δ , 恒有 $|f(x) - A| < \varepsilon$,

变量 x 应满足的条件是 ()。

- (A) $0 < x - x_0 < \delta$ (B) $0 < x - 2 < \delta$
(C) $0 < 2 - x < \delta$ (D) $0 < |x - 2| < \delta$

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3+1}}{\sqrt{n-n}} =$ ()。

- (A) -2 (B) $-\sqrt{3}$ (C) 0 (D) ∞

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 4x} = (\quad)$ 。

- (A) 0 (B) ∞ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

9. 下列各式中, 极限存在的是 ()。

- (A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \sin x$ (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin x$
(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1}{\sqrt{x}}$ (D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1}{\sqrt{|x|}}$

10. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ 是 ()。

- (A) 无穷小量 (B) 无穷大量 (C) 无界变量 (D) 有界变量

11. 设 $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $a = (\quad)$ 。

- (A) 1 (B) e (C) $\frac{1}{e}$ (D) -1

12. 设 $f(x) = \ln 4$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = (\quad)$ 。

- (A) 4 (B) $\frac{1}{4}$ (C) ∞ (D) 0

13. 设函数 $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$, 则 $f'(1) = (\quad)$ 。

- (A) $-\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $-\frac{6}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$

14. 设某产品的需求量 Q 是价格 p 的函数, 已知函数关系为 $Q = a - bp$ ($a, b > 0$), 则需求量对价格的弹性是 ()。

- (A) $\frac{-b}{a-b}$ (B) $\frac{-b}{a-b} \%$ (C) $-b \%$ (D) $\frac{bp}{a-bp}$

15. $\frac{d(\ln x)}{d(\sqrt{x})} = (\quad)$ 。

- (A) $\frac{2}{x}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ (C) $\frac{2}{x\sqrt{x}}$ (D) $\frac{2}{2x\sqrt{x}}$

16. 将半径为 R 的球加热, 如果球的半径伸长 ΔR , 则用微分表示球的体积 V , 增加的近似值是 ()。

- (A) $\frac{4}{3}\pi R^3 \Delta R$ (B) $4\pi R^2 \Delta R$ (C) $4\pi R$ (D) $4\pi R \Delta R$

17. 设 $f(x) = \arctan(-2x)$, 则 $f'(x) = ()$ 。

- (A) $\frac{1}{1+4x^2}$ (B) $\frac{1}{1-4x^2}$ (C) $-\frac{1}{1+4x^2}$ (D) $-\frac{1}{1-4x^2}$

18. 函数 $f(x) = x\sqrt{3-x}$ 在 $[0,3]$ 上满足罗尔定理的 ξ 是 $()$ 。

- (A) 0 (B) 3 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2

19. 函数 $y = x - \ln(1+x^2)$ 在定义域内 $()$ 。

- (A) 无极值 (B) 极大值为 $1 - \ln 2$
(C) 极小值为 $1 - \ln 2$ (D) $f(x)$ 为非单调函数

20. 曲线 $y = (x-1)^3 - 1$ 的拐点为 $()$ 。

- (A) (2,0) (B) (1,-1) (C) (0,-2) (D) 不存在

21. 如果 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内恒有 $f'(x) < 0$, $f''(x) > 0$, 则曲线弧为 $()$ 。

- (A) 上升且上凸 (B) 下降且上凸
(C) 上升且下凸 (D) 下降且下凸

22. 曲线 $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$ 的渐近线是 $()$ 。

- (A) $y = 0$ (B) $y = 0$ 和 $x = 3$
(C) $x = 3$ (D) 不存在

23. 若 $f(x)$ 是 $g(x)$ 的一个原函数, 则下式正确的是 $()$ 。

- (A) $\int f(x) dx = g(x) + C$ (B) $\int g(x) dx = f(x) + C$
(C) $\int f'(x) dx = g(x) + C$ (D) $\int g'(x) dx = f(x) + C$

24. $\int f(x) dx = 3e^{\frac{x}{3}} + C$, 则 $f(x) = ()$ 。

- (A) $3e^{\frac{x}{3}}$ (B) $9e^{\frac{x}{3}}$ (C) $e^{\frac{x}{3}} + C$ (D) $e^{\frac{x}{3}}$

25. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2}} = ()$,

- (A) $\frac{1}{5} \arcsin 5x + C$ (B) $\arcsin 5x + C$
(C) $\ln \left| 5x + \sqrt{1-25x^2} \right| + C$ (D) $\frac{1}{5} \ln \left| 5x + \sqrt{1-25x^2} \right| + C$

26. 若 $y = \int_0^x (t-1)(t-2)dt$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = (\quad)$.

- (A) -2 (B) -1 (C) 2 (D) 1

27. 已知 $\int_0^a x(2-3x)dx=2$, 则 $a=(\quad)$.

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

28. 下列广义积分中收敛的是 ().

- (A) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$ (B) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$ (C) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ (D) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

29. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 则级数 $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ ().

- (A) 一定收敛 (B) 一定发散
(C) 一定条件收敛 (D) 可能收敛, 也可能发散

30. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5^n}$ 的和是 ().

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{5}{3}$

31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p+1}}$ 发散, 则有 ().

- (A) $p \leq 0$ (B) $p > 0$ (C) $p \leq 1$ (D) $p < 1$

32. 球面方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0$ 的球心 M_0 及半径 R 分别是 ().

- (A) $M_0(1,0,1)$, $R=\sqrt{2}$ (B) $M_0(-1,0,-1)$, $R=\sqrt{2}$
(C) $M_0(-1,0,-1)$, $R=2$ (D) $M_0(1,0,1)$, $R=2$

33. 二元函数 $z = \frac{1}{\ln(x+y)}$ 的定义域是 ().

- (A) $x+y \neq 0$ (B) $x+y > 0$
(C) $x+y \neq 1$ (D) $x+y > 0$ 且 $x+y \neq 1$

34. 若 $f'_x(x_0, y_0)$ 和 $f'_y(x_0, y_0)$ 存在, 则 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) ().

- (A) 一定不可微 (B) 一定可微
(C) 有定义 (D) 无定义

35. 设 $z = u \ln v$, 而 $u = \cos x$, $v = e^x$, 则 $\frac{dz}{dx} = (\quad)$.

- (A) $\cos x - x \sin x$ (B) $x \sin x - \cos x$

(C) $x + e^{-x} \cos x$

(D) $x \cos x$

36. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x = \ln \frac{z}{y}$ 确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ()。

(A) 1

(B) e^x

(C) ye^x

(D) y

37. 设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 且 $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, 则函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处 ()。

(A) 必有极值, 可能是极大值, 也可能是极小值

(B) 可能有极值, 也可能无极值

(C) 必有极大值

(D) 必有极小值

38. 设 $z = e^x \sin y$, 则 $dz =$ ()。

(A) $e^x (\sin y dx + \cos y dy)$

(B) $e^x \cos y dx$

(C) $e^x \sin y dx$

(D) $e^x \cos y dy$

39. 二重积分的积分区域 $D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, 则 $\iint_D dx dy =$ ()。

(A) 4π

(B) 9π

(C) 5π

(D) 65π

40. 下列微分方程中为一阶线性方程的是 ()。

(A) $xy' + y^2 = x$

(B) $y' + xy = \sin x$

(C) $yy' = x$

(D) $y'^2 + xy = 0$

二、计算题 (一) (每小题 4 分, 共 12 分)

1. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{5x + 3} \sin \frac{2}{x}$ 。

2. 求 $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

3. 求微分方程 $y - y' = 1 + xy'$ 的通解。

三、计算题 (二) (每小题 7 分, 共 28 分)

1. 设 $f(x) = \arctan \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$, 求 $f'(x)$ 。

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2}$ 的敛散性。

3. 求由方程 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$ 所确定的隐函数 y 对 x 的导数 $\frac{dy}{dx}$ 。

4. 计算二重积分 $\iint_D f(x, y) dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 4$, $f(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq 1 \\ xy^2, & 1 < x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$ 。

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

1. 某种商品的需求函数为 $Q = 75 - p^2$ ，其中 p 为价格， Q 为需求量。

（1）若销售此种商品，问当 p 为多少时总收益最大？最大收益是多少？

（2）求当 $p = 4$ 时的需求弹性，其经济含义是什么？

（3）求当 $p = 4$ 时若价格提高 1%，总收益是增加还是减少？变化百分之几？

2. 求曲线 $y = e^{-x}$ 在点 $(-1, e)$ 处的切线方程，并求此切线与曲线 $y = e^{-x}$ 及 x 轴所围图形的面积。

五、证明题（本题 4 分）

设连续函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调增加，又 $G(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(x) dx, x \in (a, b)$ ，试证 $G'(x)$ 在 (a, b) 内非负。

模拟试题（一）参考答案

一、单项选择题（在每小题的四个备选答案中，选出一个正确的，并将正确答案的号码填写在题后的括号内。每小题 1 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	(D)	(A)	(A)	(B)	(D)	(C)	(A)	(C)	(B)	(C)
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	(C)	(D)	(B)	(D)	(B)	(B)	(C)	(D)	(A)	(B)
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	(D)	(B)	(B)	(D)	(A)	(C)	(B)	(C)	(D)	(C)
题号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
答案	(A)	(A)	(D)	(C)	(A)	(C)	(B)	(A)	(C)	(B)

二、计算题（一）（每小题 4 分，共 12 分）

1. $\frac{6}{5}$
2. $\frac{1}{2}(\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}) + C$
3. $y = C(1+x) + 1$

三、计算题（二）（每小题 7 分，共 28 分）

1. $\frac{x \ln x}{(x^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}$
2. 收敛。
3. $\frac{x+y}{x-y}$
4. π

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

1. (1) $p=5$ 时总效益最大，最大总收益为 250。
(2) $p=4$ 时，价格上涨 1%，需求量将减少 0.54%。
(3) $p=4$ ，若价格提高 1%，总收益将增加 0.46%。
2. 当切线方程为 $y=-ex$ 时，所求面积为 $\frac{1}{2}e$ 。

五、证明题（本题 4 分）

见《模拟试题（一）解答与分析》

模拟试题（一）试题分析

一、单项选择题（在每小题的四个备选答案中，选出一个正确的，并将正确答案的号码填写在题后的括号内。每小题 1 分，共 40 分）

1. 设集合 $A = \{0\}$ ， ϕ 为空集，则下列写法中正确的是（ ）。

- (A) $0 \subset A$ (B) $0 = A$ (C) $\phi \in A$ (D) $\phi \subset A$

选 (D)

A 是以 0 为元素的单元素集，(A)、(B) 不可选。空集是任何非空集合的真子集，(C) 不可选，应选 (D)。

2. 已知 $f(x) = \ln x + 1$ ， $g(x) = \sqrt{x} + 1$ ，则 $f[g(x)] =$ （ ）。

- (A) $\ln(\sqrt{x} + 1) + 1$ (B) $\ln(\sqrt{x} + 2)$
(C) $\sqrt{\ln(x+1)} + 1$ (D) $\ln \sqrt{x} + 1$

选 (A)

已知 $f(x)$ 与 $g(x)$ ，求 $f[g(x)]$ 、 $f[f(x)]$ 、 $g[f(x)]$ 和 $g[g(x)]$ 一般用代入法求之。如 $f(x)$ 中的 x 用 $g(x)$ 代入即可求出 $f[g(x)]$ ，其余三个复合函数的求法类似。

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 内的奇函数，下列函数必为奇函数的是（ ）。

- (A) $y = f(x^3)$ (B) $y = f(x) + 8$
(C) $y = -|f(x)|$ (D) $y = f(e^x)$

选 (A)

由于 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 内的奇函数，对任何 $x \in (-\infty, +\infty)$ ，有 $f(-x) = -f(x)$ ，从而 $y(-x) = f[(-x)^3] = f(-x^3) = -f(x^3) = -y(x)$ ，故选 (A)。易知，(B) 和 (D) 中的函数是非奇非偶函数，(C) 中的函数是偶函数，均不可选。

4. 设 $f(x) = \frac{1-3x}{x-2}$ 与 $g(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则 $g(x) =$ （ ）。

- (A) $\frac{1-3x}{x-2}$ (B) $\frac{1+2x}{x+3}$ (C) $\frac{x+3}{1+2x}$ (D) $\frac{x-2}{1-3x}$

选 (B)

因 $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图像对称于直线 $y=x$ ，可知 $g(x) = f^{-1}(x)$ 。求 $y = f(x)$ 的反函数，一般，由 $y = f(x)$ 解得 $x = f^{-1}(y)$ ，然后再交换变量 x, y 得： $y = f^{-1}(x)$

$$y = \frac{1-3x}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = 1 - 3x \Rightarrow (y+3)x = 1 + 2y \rightarrow x = \frac{1+2y}{y+3}$$

交换 x, y 得: $y = \frac{1+2x}{x+3}$ 。

注释: 由反函数的定义可知,

(1) $y=f(x)$ 有反函数的条件是 x 与 y 必须是一一对应, 否则其反函数不存在, 如 $y=x^2$ 。

(2) 反函数的定义域 $D_{f^{-1}} = R_f$, 值域 $R_{f^{-1}} = D_f$ 。 $y=f(x)$ 的值域 R_f 往往有一定的限制, 所以求出 $y=f^{-1}(x)$ 时, 必须求出相应的定义域 $D_{f^{-1}}$, 否则容易产生错误。

如求 $y=-\sqrt{x-1}$ 的反函数:

$$y=-\sqrt{x-1} \Rightarrow x-1=y^2 \Rightarrow x=y^2+1, y \in (-\infty, 0],$$

所以所求反函数为 $y=x^2+1, x \in (-\infty, 0]$ 。

5. 函数 $y = \frac{x-1}{\ln x} + \sqrt{16-x^2}$ 的定义域是 ()。

(A) (0,1)

(B) (0,4)

(C) (0,1) $\cup$ (1,4)

(D) (0,1) $\cup$ (1,4]

选 (D)

要使函数有意义, 必须且只需偶次根式中的被开方数 $16-x^2 \geq 0$, 对数中的真数 $x > 0$, 分式中分母 $\ln x \neq 0$, 定义域是这些不等式解的交集。

$$\begin{cases} 16-x^2 \geq 0 \\ x > 0 \\ \ln x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 4 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = (0,1) \cup (1,4]$$

6. 若 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = A$, 则对于给定的任意小正数 ε , 总存在一个正数 δ , 恒有

$|f(x)-A| < \varepsilon$, 变量 x 应满足的条件是 ()。

(A) $0 < x-x_0 < \delta$

(B) $0 < x-2 < \delta$

(C) $0 < 2-x < \delta$

(D) $0 < |x-2| < \delta$

选 (C)

因为 (A)、(B) 和 (D) 分别是极限 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$ 、 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = A$ 和 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = A$ 定义

中 x 应满足的条件。

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8n^3+1}}{\sqrt{n-n}} = ()$ 。

(A) -2

(B) $-\sqrt{3}$

(C) 0

(D) ∞

选 (A)

分子和分母都趋向无穷大是 $\frac{\infty}{\infty}$ 待定型, 必须消去无穷大因子, 分子和分母同时除以最高次幂 n 。