



几何三角教学指导

中学数学教学文摘

浙江教育出版社

中学数学教学文摘

几何三角教学指导

浙江师范学院数学系
《中学数学教学文摘》编辑组

浙江教育出版社

内 容 提 要

本书为《中学数学教学文摘》的第五册，内容包括平面几何、三角和立体几何三个部分。全书围绕着“探索教育规律，提高教学质量”这个中心，详细阐述了现行教材的重点、难点和各阶段的教法；剖析了一些典型例题，总结出证题、解题的思路和技巧；介绍了培养学生的逻辑思维、看图画图和空间想象等基本能力的宝贵经验。主要供给中学数学教师教学时参考，对师范院校学生和高中毕业生也有裨益。

中学数学教学文摘

几何三角教学指导

浙江教育出版社出版

(杭州武林路125号)

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张9.25 字数210,000 印数00,001—10,000

1984年4月第1版 1984年4月第1次印刷

统一书号：7346·34

定 价：0.76 元

前 言

“他山之石，可以攻玉。”努力参加社会实践，取得直接经验，固然重要，虚心学习他人经验也同样不可忽视。编辑《中学数学教学文摘》，目的就是想为中学数学教师比较广泛地提供一点有益的资料。

这些年来，教育事业在发展的道路上曾经受过种种挫折，尤其是十年动乱，更横遭摧残。可是无数忠诚党的教育事业的教师，仍然孜孜不倦地刻苦钻研业务，写下了许多理论联系实际和见地深刻的好文章。它们散见在各种报刊杂志上，至今还很少有人去注意搜集整理，使它为当前的教育服务。现今教师队伍中，年轻教师和新教师大量增加，他们热情好学，进取心强，但又常常苦于资料匮乏，时间有限，对于大量过去和现在发表的好文章，难以一一遍读。为了帮助解决这方面的问题，我们做了一些搜集、整理和浓缩的工作，以文摘的形式分类编辑成书，这样可以为他们节约很多时间和省却寻求资料的麻烦。现在已编成的有《教师的基本功》、《复习指导》、《解题与证题指导》、《代数教学指导》、《几何三角教学指导》等五册，随后还将编辑高等数学初步知识教学的经验。这些都是数学教学中经常要遇到的问题，解决得好，对提高教学质量将会有所帮助。

丛书在编辑方法上，强调精选精编的原则，一般不收录全文，采取节选、摘编或综合改写等方法，选取其精华部分，力求中心突出，言简意赅，尽量以有限的篇幅包含较丰富的内容。但限于水平，难免挂一漏万。

探索教育规律，提高教学质量，这是大家共同关心的问题。假如我们今天所做的工作能对它起到一点点促进的作用，那是我们莫大的快慰。

参加本书编选的有商永建、刘焕岩、王岳庭、吴茹玉等同志，并经朱玉同志审定。编选过程中得到浙江师范学院图书馆和数学系资料室的大力支持和协助，谨在此表示衷心的感谢。

编 者

目 录



平面几何教学	【 1 】
怎样教平面几何	【 1 】
教师必须做到“三教”与“四给”	【 1 】
怎样教初中平面几何	【 8 】
关于中学平面几何教学的意见	【 15 】
抓住本质，加深对基础知识的理解	【 22 】
善于捕捉思维活动的苗子	【 25 】
谈几何题的演变	【 28 】
几何教学中典型例题的分析	【 39 】
平面几何各阶段教学探讨	【 45 】
平面几何入门阶段的教学〔 I 〕、〔 II 〕	【 45 】
三角形的教学	【 56 】
三角形主要线段的性质	【 59 】
四边形教学的体会	【 69 】
“圆”一章的教法探讨	【 73 】
证题、解题的教学	【 81 】

在相似形教学中培养解题技巧的体会	【 81 】
谈运用分析法求解几何题	【 88 】
添辅助线的教学〔 I 〕、〔 II 〕、〔 III 〕	【 94 】
初等变换在解几何题中的应用	【 102 】
教会学生用代数法证明几何题	【 112 】
线段比例式或等积式的论证〔 I 〕、〔 II 〕	【 115 】
几何定值问题的教学	【 124 】
几何教学中能力的培养	【 126 】
培养学生逻辑思维能力的体会	【 126 】
看图能力的培养	【 136 】
三角教学	【 148 】
三角教学杂谈	【 148 】
解直角三角形的教学	【 148 】
改革三角函数图象教学的尝试	【 156 】
关于“五点法”作图的改进	【 160 】
函数周期性的教学	【 164 】
谈两角和差的余弦公式的证法	【 169 】
反三角函数的教学〔 I 〕、〔 II 〕、〔 III 〕	【 171 】
三角方程的教学	【 187 】
三角式的变换	【 195 】
三角式变换的教学〔 I 〕、〔 II 〕	【 195 】
从“归类”到“串线”	【 208 】
三角函数的和差化积	【 212 】
三角消去法浅谈	【 219 】

立体几何教学	【 227 】
立体几何的教学研究	【 227 】
六年制重点高中《立体几何》简介	【 227 】
对立体几何教材的一点看法	【 233 】
直线、平面位置关系的教学	【 238 】
立体几何中截面的教学	【 246 】
立体几何计算题的教学	【 254 】
立体几何解题与能力培养	【 261 】
求异面直线间距离的五种方法	【 261 】
立体几何习题的简化解法	【 269 】
培养学生画图能力的体会	【 277 】
提高学生的空间想象能力	【 285 】

平面几何教学

怎样教平面几何

教师必须做到 “三教”与“四给”

教师在一节课里，仅仅解决“懂”与“会”是远远不够的，还要求教师发挥主导作用。一方面发挥教师的外因作用，另一面还要求调动学生的积极性和主动性，即发挥学生的内因作用。因此，课堂教学要
提高质量，教师必须做到“三教”与“四给”。

一、“三教”

这里指的是：教分析、教规律和教样板，这三方面是教师起主导作用的直接体现。

1. 教分析

讲一个问题，不是单纯地去讲怎样列式、怎样解题或怎样论证，而是先引导学生从问题的结论出发，结合给定的条件，步步推想出来。例如讲：“过 $\widehat{BC}$ 的中点 A ，任作二弦 AD 和 AG 并分别和 BC 交于 H 和 K ，连结 GH 和 DK ，并分别与圆交于 E 和 F 。求证 $EF \parallel BC$ (图 1)。”

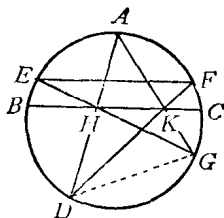


图 1

这时，教者引导学生按下列思路，提出问题，叫学生自己进行探讨。

(1) 要证明两条弦 EF 与 BC 平行，必须证出哪两条弧相等？

(2) 但已知 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ ，又必须证出哪两条弧相等？

(3) 要证 $\angle ADF = \angle AGE$ ，必须证出什么？

(4) 要证 H 、 D 、 G 、 K 共圆，必须证出什么？

(5) $\angle BHD$ 为什么能等于 $\angle KGD$ ？

一直到学生答出 A 是 $\widehat{BC}$ 的中点为止，再叫学生口述完整的证明过程。象这样用分析与综合相结合的教法，就比教者先讲证法后再板书证法或边讲边写的教法，有着本质的区别。后者是叫学生背，叫学生抄，而前者是叫学生会想出来，会证出来。只有不但教会学生解题而且教会分析问题，才算是高质量地完成教学任务。

2. 教规律

教师讲课与学生自学有着本质的区别，由教师传授知识之所以优越，不仅是因为按学生的认识进程和教学原则来进行传授的原故，而且还因为教师把自身学习的经验和体会，也传授给学生的原故。没有这一点，就不可能出现“胜于蓝”，就很难教出高质量的学生，因此教规律是极其重要的一个问题。例如教给学生：

(1) 证题的一般规律：

①对已知条件，首先要把它牢固地占有，并熟悉它的一般性质。

②图形要画得准确，千万不要特殊化。

③从结论开始，一步步进行分析。

(2) 布列方程的一般规律：关键是找出用什么等量关系来

列出方程，再把等量关系中的未知量用含有 x 的代数式表示。

(3) 类型题的规律：例如证明线段 $a^2+b^2=c^2$ 或者 $an+bm=c^2$ 类型题的规律，是在 c 上找到一点，分 c 为 a' 和 b' 两条线段，然后证出 $a^2=ca'$ 、 $b^2=cb'$ ，再将二等式相加即得结论。

以上几点不仅培养学生重视抓规律和运用规律解决实际问题的能力，同时提高了学生的解题能力。

(4) 学习方法上的规律：学生成绩的两极分化，原因很多，其中一个重要原因是学习方法的不当而引起的，因此教师也必须传以规律。

① 开头课或某些重点知识的开始，教师要指出其特点并提出要求。

② 指出重点知识、难点知识和关键知识，哪些知识必须在理解的基础上加以牢记的。

③ 对参考书和课本、难题和基本题、勤问和独立思考等等关系，教师必须引导学生弄清并正确对待。

这样把学习方法上的规律教给学生，使学生也能抓住重点、明确方向、不走弯路，就给迅速地提高学习质量创造了有利条件。

3. 教样板

学习需要有一个模仿过程，而学生对教师的一举一动、一言一行的模仿心理是特别强烈的，因此教师不仅要严格要求学生，而且必须严格要求自己，给学生以样板。如：

(1) 语言必须简练，逻辑性强，并且要做到生动和形象。

(2) 板书要工整、标准、有计划性。

(3) 字母和符号的写法和读法要准确。

(4) 工具的使用和画图的技术要熟练。

以上所讲的“三教”，不仅是从知识方面，更重要的是在提高学生的技能、发展学生的智力方面来传经送宝，俗语说：“名师出高徒”，其主要原因就在这里。

二、“四给”

这里指的是教师在课堂内，不要搞“一言堂”和“满堂灌”，而是要给学生以想、看、说、练的机会，从而调动学生的学习积极性和主动性。显然，“四给”过程，实质上是对学生的思维、想象、观察、运算等能力的培养和智力的发展进行实练过程。

1. 要给学生以想的机会

感性认识要上升为理性认识，从一个理性认识过渡到另一个理性认识，如果不主动地积极地进行思维，是不可能达到的。

(1) 从客观现象出发提出问题，就会调动学生的积极思维。

(2) 从生产实际出发提出问题，也会引导学生去思考。

(3) 既要善于提出问题，又敢于放手叫学生去想，在关键问题上又叫学生去议。例如讲例题：“在圆的内接四边形 $ABCD$ 的顶点 C 引 $CG \perp BD$ ，垂足为 G ，并延长与 DA 交于 E ；过 D 点引 $DH \perp CA$ ，垂足为 H ，并延长交 CB 于 F ，求证： $EF \parallel AB$ 。”我们当堂画出图形（图 2），使学生充分了解和掌握题中的已知条件，并探讨了它们的主要性质之后，提出下列问题进行分析：

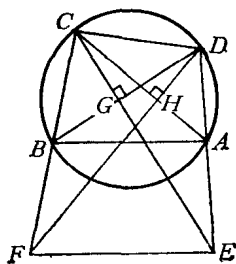


图 2

①要证出 $EF \parallel AB$, 需要证出哪两个角相等?

②但 $\angle BAD$ 与 $\angle C$ 互补, 需要证出哪两个角互补?

③要证 $\angle DEF$ 和 $\angle C$ 互补, 需要证出什么?

④要证 C 、 D 、 E 、 F 四点共圆, 需要证出哪两个角相等?

这时教者退下讲台, 给学生以认真去想的机会, 过一个相当的时间, 教者又问一名学生: “你要证哪两个角相等?” 学生说: “证 $\angle FCE = \angle FDE$.” 教者说: “好! 证这两个角相等, 确实是比较难的一个问题, 同学们议一议吧!” 通过议论, 他们答出下列三种证法:

①通过 C 、 D 、 H 、 G 共圆, 得 $\angle GCH = \angle GDH$, 再进一步得出结论.

②通过直角三角形有一锐角相等, 则另一个锐角也相等而得出结论.

③通过两个都是直角的圆内角夹在一条同弧上, 则另一条弧相等的路子而得结论.

最后教者总结: 这几种方法都很好, 第二、第三种方法比较简单些.

2. 要给学生以看的机会

在耳闻目睹之下, 才能感受备至和心领神会, 做到感知与理解相结合是我们教学的一项重要原则, 不看懂不了. 如:

(1) 语言形象, 配合手势. 如表示一条直线是无限延长的、平面是无限伸展的等等, 教者要使用有如看到它在延长着和伸展着的形象语言和表情; 又如点用食指尖、线用大拇指尖、平面用手掌等, 就能使反映形象生动.

(2) 讲解要有所指, 不说空话. 必须就板书的式子论事, 就图形讲理.

(3) 充分地利用好图表和教具, 比较复杂而且当堂不易画

出的图表，必须事先准备。

(4) 充分利用教室内的实物和现场，叫学生直接看实物和现场来进行论证，不仅可以提高学生对空间的想象能力，而且可以加深对知识的理解和记忆。

3. 要给学生以说的机会

说和写是两种不同的表达形式，对一个问题，如果理解不深，掌握不熟，是很难说出来的；相反，通过说的锻炼，也能帮助对问题的理解和掌握。所以不会说就不算会。下列几点都是叫学生说的好机会：

(1) 总结当堂讲的主要内容，实际是引导学生练习说。

(2) 填空式的语言。语言间的停顿部分，实际是起着留给学生说的机会。例如教者说：“如果一个三角形的两边和夹角，和另一个——三角形的——两边和夹角对应——相等，那么这两个三角形——全等。”这种填空式的语言蕴藏着极其宝贵的经验，越是对低年级的学生越显得它的重要，教师如使用机关枪式的语言，就应下决心克服。

(3) 要重视口答题。带有复述性的问题也是很重要的，比如说：“你再用口头证明一下这个定理”等等。

(4) 重视口试。不仅能反映学生的真实成绩，而且给学生锻炼说的机会。

总之，练说的过程不仅是练叙述能力，就其实质是包括思维、观察和想象等等练全能的过程。

4. 要给学生以练的机会

练是一种实践，不练不能会。以上所讲的想、看和说都是练的问题，而且是更为重要的练。这里指的是笔练，我们都知道，课内的练是在教师指导下，短时间的练习，和课外较长时间的自己练习是不同的，所以课内练习应该按一定的培养目的

有计划地来进行。如果撒下一大堆题目，让学生自己随便选做，显然是对宝贵的四十五分钟的一种浪费。

(1) 按题的难易和深浅，有计划地逐步提出练习题。最好先摆出一个题，使全班学生都精力集中在这个题上进行练习，完了再提出下一个或两个题进行练习，在这之间才有可能给教师练中有讲的机会，课内练习也要有一个“段段清”的过程。

(2) 每提出一个练习题，首先叫学生明确题意，切实掌握题中的已知条件和未知条件。

(3) 练习的重点要放在分析问题上，不要把课堂内的有限时间花费在证明过程的书写上。

(4) 搞好一般练习和板演的配合，教师应把主要精力放在一般练习的指导上。

(5) 重视练习题和作业题的编选。我们按下列几种类型进行编选：

① 巩固新知识的基本题。如重新导出公式、再次论证定理或直接运用新知识的证明题和计算题等。这类题容易被知识水平较高的教师所忽视，认为这是低水平的题，练不出啥来。其实在基本题上将会练出“熟和巧”来，不练基本题，“双基”无根，更严重的问题是抛弃了大量的后进生。

② 既巩固新知识又复习旧知识的综合题。它是巩固“双基”，发展智力的重点题目。

③ 具有一定难度的选作题。编选一些运用知识较广、难度较大的综合题，这是因材施教，培养尖子的必要题目。

总之，我们深深体会到：“三教”与“四给”是有机联系着的两个方面，如缺少其中的一个方面，就是教学的缺陷。很明显，“三教”必须通过教师精通知识才能做到；而“四给”必须通过教师掌握学生的学习规律才能做到。因此认真钻研教

材，认真研究学生，是摆在教师面前的两项突出的任务，只有这样才能提高四十五分钟的教学质量，才能减轻学生中两极分化的程度，才能从根本上减轻学生的课外负担，才能培养出会发现问题、会提出问题、会分析问题和解决问题的有用人材。

(节选自《数学通报》1981年第7期；原作者：刘桂林)

怎样教初中平面几何

一、训练学生看图的能力

初学几何时，学生对于重叠交叉的图形，一下子看不习惯，因此，教学到一定阶段后可以通过练习、复习或黑板报提出如下一些问题，训练学生看图，进一步引起学生的学习兴趣。例如：

1. $A \quad C \quad D \quad B$ 写出图中所有的线段。

2. 如图 1， AB 、 CD 相交于 O ， $OE \perp CD$ 。

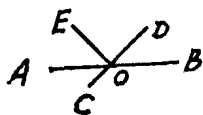


图 1

角；

- (1) 图中有几个小于平角的角？

- (2) 指出哪些是锐角、直角、钝角；

- (3) 哪几组角的和等于 180° ？写出等式来；

- (4) 哪几对角互为余角？哪几对角互为补角？

3. 如图 2， $AC \perp BC$ ， DE 是 AC 的垂直平分线，问

- (1) 图中有几个小于平角的角？

- (2) 哪几个角可以用一个大写字母表示？哪几个角不可以用一个大写字母

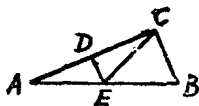


图 2

表示?

4. 上题的图中有几个三角形? 分别把它们归入三角形的分类表中(按边的大小关系分、按角的大小关系分)。

5. 如图3, D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点, 指出有哪几种四边形? 各有哪几个?

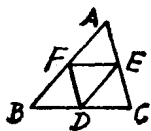


图 3

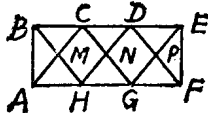


图 4

6. 如图4, 四边形 $ABEF$ 是矩形, C 、 D 与 G 、 H 分别三等分 BE 、 FA .

(1) 图中有几个平行四边形?

(2) 有哪几种特殊的平行四边形? 有哪几种特殊的梯形? 各有几个?

二、注意年龄特征, 重视形象、直观教学

1. 初二学生年龄尚小, 要遵循学生的认识规律, 不要自己认为是容易的东西学生当然知道. 例如, 在直线 l “上”, 任取一点 A , 如果不交代清楚直线上一点与直线外一点的位置, 学生就会画错图形. 如能直观地指出“小朋友不要在公路上玩耍”这个“上”字的位置, 学生一听就懂了.

还有, 数学上有些需要熟练掌握的东西可以编“顺口溜”, 学生边念边做, 一学就会. 例如用量角器量角度的方法可以编成: “量角器圆心对顶点, 0° 刻度线合一边, 里圈外圈看清楚, 另一边上读度数.”

2. 充分利用现成的教具——三角板.