QIAOTI YOUJU LILUN
YU SHIYONG JISUAN FANGFA

沈觐陶 编著

壳体有矩理论与实用计算方法

中国铁道出版社

(京)新登字 063 号

图书在版编目(CIP)数据

壳体有矩理论与实用计算方法/沈觐陶编著.—北京:中国铁道出版社,2003.2
ISBN 7-113-04975-3

Ⅰ.壳… Ⅱ.沈… Ⅲ.①薄壳结构—结构静力分析②薄壳结构—计算方法 Ⅳ.TU33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 077191 号

书　　名:壳体有矩理论与实用计算方法
作　　者:沈觐陶
出版·发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街 8 号)
责任编辑:许士杰　编辑部电话:市(010)51873142,路(021)73142
印　　刷:中国铁道出版社印刷厂
开　　本:850 mm×1168 mm　1/32　印张:4.5　字数:108 千
版　　本:2003 年 2 月第 1 版　　2003 年 2 月第 1 次印刷
印　　数:1~1 000 册
书　　号:ISBN 7-113-04975-3/TU·709
定　　价:16.80 元

序　一

薄壳结构常用于大跨屋盖，国际上建成的薄壳屋盖跨度已超过200 m，如美国西雅图金群体育馆圆球顶，直径达202 m，法国巴黎工业展览馆屋盖，是平面为三角形的装配式薄壳，跨度达218 m。

其他土建结构和设备装置中，薄壳结构的应用亦较多，例如圆池、各类金属油罐、扁壳闸门等乃至薄壳基础。此外在飞机、船舶构造中也用到薄壳结构。可见薄壳是一种应用十分广泛的结构形式。

由于薄壳结构属于空间受力体系，因而计算较复杂。又因壳体形式不同，其受力机理和计算也各异，从而增加了问题的复杂性。前苏联专家瓦·扎·符拉索夫教授很早即采用微分几何的方法来研究一般壳体。已出版的壳体专著，往往专论某种壳体，或对各种壳体分别推导其计算公式，亦即“就事论事”，这是通常采用的论述形式。笔者在20世纪60年代初学习了符氏方法，写出讲学笔记，后打印出来，作为博士生讲义，1991年在东南大学出版社出版的《壳体力学及设计概要》，即系根据这一体系整理付印的。利用微分几何给出的计算公式可根据具体壳体如筒壳或双曲扁壳等的参数代入，即可得出这些壳体的内力和变形公式。

已知薄壳计算有两种理论，即无矩理论和有矩理论。按无矩理论，即将壳体视为薄膜，由于它很薄，只能承受在平面的“直接内力”，即拉力或压力 T_1、T_2 和剪力 $S_1=S_2=S$，因此无矩理论又称“薄膜理论”。实际薄壳亦非薄成“膜状”，因

而是能承受出平面的“间接内力”,即弯矩 M_1、M_2 以及由此产生的切力 Q_1、Q_2,此外还可承受扭矩 $M_{12}=M_{21}$。因为在薄膜解中只有3个内力,因而可从3个静力平衡方程式求解,但一般为微分方程式,只有在轴对称的圆顶中,因 $S=0$,计算自较简单,这时即可按结构力学方法求解。在有矩理论中,由于未知内力增多,必须考虑变形连续求解,问题则复杂得多,但这是符合实际的。

沈觐陶高级工程师研究薄壳结构有矩理论多年,也是从上述体系入手来阐述各种壳体计算的。所撰《壳体的有矩理论与实用计算方法》一书,先理论,后实用,述及在工程中常用的几种壳体。阐述由浅入深,由简到繁,条理清晰,不支不蔓,正因为从研究壳体通论入手,所以给予特定参数即落实到具体壳体,且可由双曲扁壳推及平板。

沈工在工程实践中积累了丰富的经验,因此对这种理论性强的撰述,自能很好地将理论和实践融会贯通,特向读者推荐。

丁大钧
于东南大学
1994年5月

序　二

薄壳结构在现代建筑中占有重要地位，对于作为空间体系的各式壳体结构，其受力机理异常复杂。

沈觐陶先生是郑州铁路局武汉科学技术研究所铁道建筑研究室高级工程师，长期参与工程实际，多年从事薄壳有矩理论的研究。他所撰写的《壳体有矩理论与实用计算方法》，从理论分析出发，推导任意曲面的基本平衡微分方程组，导出几种常用壳体的内力计算详解，编制的计算程序，便于进行结构分析还计算出各类壳体内力系数，编制成表，从而达到在结构工程中易于实用的目的。

本书理论与应用并重，源于理论，实效于应用，将纯数学弹性理论转化为实用手段，充分展现书名含义。

《壳体有矩理论和实用计算方法》是高等院校和工程部门有益的参考书籍，期望引起从事建筑工程的工程师、建筑结构工作者及相关的教师、大学生和研究生的关注，有助于薄壳结构在现代建筑中得到更为广泛的应用。

黄靖烈

于武汉郑州铁路局武汉科学技术研究所

2002 年 7 月 28 日

前　言

本书以瓦·扎·符拉索夫(B.з.Bлacoв)的壳体一般力矩理论为基础,对工程实用壳体的有矩理论作一系统的叙述。由坐标系统开始,推导任意曲面壳体的基本平衡微分方程组。

本书前三章为理论部分,说明了壳体方程组推导的基本假设,后五章为应用部分。每章均推导出所有内力计算公式。重点介绍了球形扁壳,矩形扁壳以及一种新型的负高斯曲率壳体——矩形旋转单叶双曲面扁壳。令矩形扁壳的曲率等于零,即自然的化为平板的内力计算公式。本书在 Wilby 工作的基础上,全面介绍了双曲抛物面壳体的有矩理论。并导出了开口剖面圆柱形筒壳的内力计算公式。附有每种类型的壳体及平板的 True BASIC 或 BASIC 计算机程序。

撰写本书时,依据理论与应用并重,着重于应用原则。意图弥补现有各类壳体专著中理论篇幅较多而具体实用性篇幅较少的缺陷。可供高等院校教学用作参考书,也可作专业技术工作者的工具书。目的在于使纯数学弹性理论能更方便简易地应用于建筑工程实际。作为该领域的一个有益的探索研究,起一个抛砖引玉的作用,与同行共同研究,希望广大读者能不断充实完善。作者预先向阅读本书并提出宝贵意见的读者表示感谢。

沈觐陶

2002 年于武汉

The Bending Theory of Shell and its Calculating Method in Practical

Preface

This book is a systematic fundamental study for bending theory of shell structure in practical engineering. Which is based on "THE GENERAL THEORY OF SHELL AND ITS APPLICATION IN ENGINEERING" by W. S. Wlassow. To start with the coordinate system, the fundamental differential equations in equilibrium for shell surface of any curvature are derived.

The first three chapters of this book are in theory. It expounds the fundamental hypotheses of shell equations for derivation. The remainder are its application in engineering. All the practical calculating formulae in each chapter are giver. For practical purpose, the forcus of this book is on the introduction of spherical dome, the rectangular flat shell and a new type shell of negative gaussian curvature——revolutionary one-sheeted hyperboloid thin shell. Let the curvature $k_1 = k_2 = 0$ in rectangular flat shell it will lead to the formulae for stress analysis in plates. In addition, the introduction of moment theory of hyperbolic paraboloid shell according to Wilby are derived. Also the formulae for stress analysis of cylinderical shell are provided.

This book contains two parts, theoretical and practical, but emphasise in practice. It may be a useful reference book for students in colleges and technical handbook for engineer. The purpose is to make the utilization of pure mathematical elastic theoretics which apply to structure engineering in practice more easer. This may be regarded as a useful explore in such area. I hope that to study this problem together with the specialist and engineer in order to improve this book and make it perfect.

The author wishes to acknowledge his indebtedness to the reader for their helpful advise and suggestions. Appreciation is also due to the publications division for producing this book.

Shen Jin-tao
Wuhan, Hubei
Nov. 2002

内 容 简 介

本书是作者在瓦·扎·符拉索夫壳体一般理论基础上，系统地研究了薄壳结构的有矩理论。

本书共八章三十四节。第一、二、三章为理论部分，其余五章为应用部分。第一章导出了以位移 u, v, w 表示的三个普遍微分平衡方程组。第二章导出了几种常用壳体的基本微分方程组。第三章导出了仅含有法向位移 w 的普适性 8 阶微分方程。在应用部分，导出了周边为铰支、固支和顶部开洞球形扁壳的内力计算公式及其作为建筑物的整体基础在软土地基上的应用。本书导出了四边简支矩形扁壳的内力计算公式，介绍了双曲抛物面壳体的有矩理论以及开口剖面圆柱形壳体在四边简支条件下的计算公式。研究了常用的正高斯曲率以及一种新型的负高斯曲率壳体内力的分析方法。在轴对称法向荷载作用下，求得了球型扁壳应力函数的表达式并推导出简支、固支两种边界条件下切向应力的计算公式。

本书可供高等院校师生及工程技术人员参考。

目　　录

contents

第一章　壳体有矩理论基本方程组

第一节　三维坐标系中的线元二次式

一、在笛卡儿坐标中，矢径表示如图 1—1 所示。

$$\boldsymbol{Om}=\boldsymbol{M}=X\boldsymbol{i}+Y\boldsymbol{j}+Z\boldsymbol{k} \tag{1—1}$$

式中 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为沿 OX,OY,OZ 轴的单位矢量。

二、在曲线坐标中，如图 1—2 所示，当 α,β,γ 数值为固定时所形成的曲面称为坐标曲面。这些曲面的交线称为坐标线。

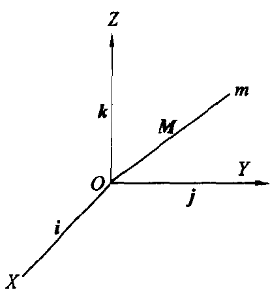

图　1—1

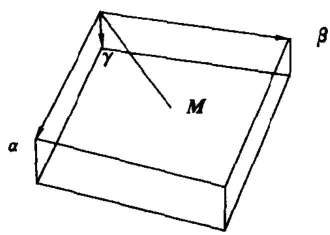

图　1—2

设 m 点坐标 $\alpha=\beta=\gamma=\text{const}$，$n$ 点坐标 $\alpha+\mathrm{d}\alpha=\beta+\mathrm{d}\beta=\gamma+\mathrm{d}\gamma=\text{const}$。

由 m 点转至 n 点时，矢径 $\boldsymbol{Om}$ 也不断得到增量。矢径 $\boldsymbol{M}$ 的全微分可表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{M}=\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\alpha}\mathrm{d}\alpha+\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\mathrm{d}\beta}\mathrm{d}\beta+\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\gamma}\mathrm{d}\gamma \tag{1—2}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2=&\left(\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\alpha}\right)^2\mathrm{d}\alpha^2+\left(\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\beta}\right)^2\mathrm{d}\beta^2+\left(\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\gamma}\right)^2\mathrm{d}\gamma^2+2\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\alpha}\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\beta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta\\&+2\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\beta}\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\gamma}\mathrm{d}\beta\mathrm{d}\gamma+2\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\gamma}\frac{\partial\boldsymbol{M}}{\partial\alpha}\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\alpha\end{aligned} \tag{1—3}$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{M}$ 值为 $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ 的矢量。矢量 $\mathrm{d}\boldsymbol{M}^2$ 等于 $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}$ 间距离 $\mathrm{d}s^2$

的标量。

二矢量$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \alpha}\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \beta},\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \beta}\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \gamma},\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \gamma}\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \alpha}$的标量积(内积)是一个标量。

它们与相应坐标线的切线之间的夹角的余弦成比例。现设α、β、γ坐标是正交的(即夹角为90°),则其夹角余弦等于零。因此式(1—3)可表示为

$$\mathrm{d}s^2=\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \alpha}\right)^2\mathrm{d}\alpha^2+\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \beta}\right)^2\mathrm{d}\beta^2+\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \gamma}\right)^2\mathrm{d}\gamma^2 \tag{1—4}$$

由式(1—1)可得:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \alpha}&=\frac{\partial X}{\partial \alpha}\boldsymbol{i}+\frac{\partial Y}{\partial \alpha}\boldsymbol{j}+\frac{\partial Z}{\partial \alpha}\boldsymbol{k}\\ \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \beta}&=\frac{\partial X}{\partial \beta}\boldsymbol{i}+\frac{\partial Y}{\partial \beta}\boldsymbol{j}+\frac{\partial Z}{\partial \beta}\boldsymbol{k}\\ \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \gamma}&=\frac{\partial X}{\partial \gamma}\boldsymbol{i}+\frac{\partial Y}{\partial \gamma}\boldsymbol{j}+\frac{\partial Z}{\partial \gamma}\boldsymbol{k}\end{aligned}\right\} \tag{1—5}$$

将式(1—5)两边平方并令

$$\left.\begin{aligned}H_1^2&=\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \alpha}\right)^2=\left(\frac{\partial X}{\partial \alpha}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial \alpha}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial \alpha}\right)^2\\ H_2^2&=\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \beta}\right)^2=\left(\frac{\partial X}{\partial \beta}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial \beta}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial \beta}\right)^2\\ H_3^2&=\left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \gamma}\right)^2=\left(\frac{\partial X}{\partial \gamma}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial \gamma}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial \gamma}\right)^2\end{aligned}\right\} \tag{1—6}$$

由此式(1—4)可表示为

$$\mathrm{d}s^2=H_1^2\mathrm{d}\alpha^2+H_2^2\mathrm{d}\beta^2+H_3^2\mathrm{d}\gamma^2 \tag{1—7}$$

式中,H_1,H_2,H_3为Lama系数。其坐标为三维正交曲线坐标系。根据式(1—6),可得曲线坐标α,β,γ与笛卡尔坐标X,Y,Z之间的关系。并求得Lama系数。下面将给出球面坐标、柱面坐标、笛卡尔坐标以及球形扁壳的线元二次式。

1. 球面坐标(图1—3)

设 $$\alpha=\theta,\beta=\varphi,\gamma=r$$

$$X=r\sin\theta\cdot\cos\varphi$$

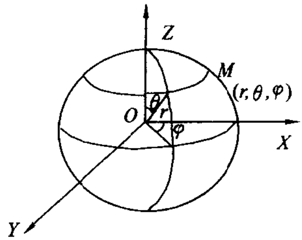

图 1—3

$$Y = r\sin\theta \cdot \sin\varphi$$

$$Z = r\cos\theta$$

$$H_1^2 = r^2\cos^2\theta\cos^2\varphi + r^2\cos^2\theta\sin^2\varphi + r^2\sin^2\theta = r^2$$

$$H_2^2 = r^2\sin^2\theta\sin^2\varphi + r^2\sin^2\theta\cos^2\varphi = r^2\sin^2\theta$$

$$H_3^2 = \sin^2\theta\cos^2\varphi + \sin^2\theta\sin^2\varphi + \cos^2\theta = 1$$

由式(1—7),球面坐标的线元二次式

$$ds^2 = r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2 + dr^2 \qquad (1—8)$$

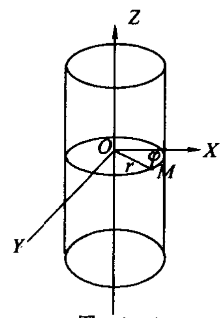

图 1—4

2. 柱面坐标(图 1—4)

设 $\alpha = r$, $\beta = \varphi$, $\gamma = z$

$$X = r\cos\varphi$$

$$Y = r\sin\varphi$$

$$Z = z$$

$$H_1^2 = \cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$$

$$H_2^2 = r^2\sin^2\varphi + r^2\cos^2\varphi = r^2$$

$$H_3^2 = 1$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2 \quad (1—9)$$

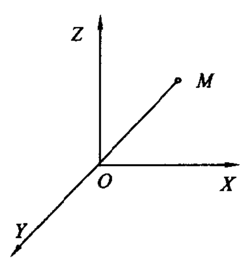

图 1—5

3. 笛卡尔坐标(图 1—5)

设 $\alpha = x$, $\beta = y$, $\gamma = z$

$$H_1^2 = 1$$

$$H_2^2 = 1$$