

# 公路技术资料



人民交通出版社

# 公路技术资料

(6)

## 双曲拱桥连拱简化算法及其应用

湖南省交通局交通科研所

湖南大学土木系 编

湖南交通规划勘察设计院

人民交通出版社

1975年·北京

公路技术资料  
(6)

双曲拱桥连拱简化算法及其应用

湖南省交通局交通科研所  
湖南大学土木系 编  
湖南交通规划勘察设计院  
人民交通出版社出版  
(北京市安定门外和平里)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第006号)

新华书店北京发行所发行  
各地新华书店经售  
人民交通出版社印刷厂印

开本:  $787 \times 1092 \frac{1}{32}$  印张: 5.25, 插页: 3 字数: 110千

1975年8月 第1版

1975年8月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—10,000册 定价(科三): 0.47元

(只限国内发行)

## 内 容 提 要

本期专辑介绍双曲拱桥连拱简化计算原理、方法和计算实例，可供从事公路桥梁设计的技术人员参考。

## 毛主席语录

中国共产党是全中国人民的领导核心。没有这样一个核心，社会主义事业就不能胜利。

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

要认真总结经验。

自力更生，艰苦奋斗，破除迷信，解放思想。

## 序 言

以往设计多孔双曲拱桥时，通常将主拱圈按无铰拱计算，并假定拱的活载水平推力全部由桥墩承受，而不考虑由于桥墩位移所引起的连拱作用，更没有考虑不等跨多孔拱桥在恒载和温度作用下的连拱作用。事实上，一方面拱跨结构因拱脚位移而产生了附加内力，相邻拱跨由于位移的影响也参加了受力；另一方面考虑连拱作用时，所得桥墩的水平推力将相应的减小。特别是随着我国公路桥梁建设事业的迅速发展和技术水平的提高，多孔双曲拱桥的桥墩型式日趋轻型，钻孔桩基础的采用日益增多；实体式桥墩也较前减薄，因此多孔双曲拱桥的连拱作用就更为显著。在考虑了连拱作用之后，不仅使计算结果比较符合实际情况，而且由于桥墩水平推力的减小，又可减少水下工程量，争取了工期。

连拱系高次超静定结构，其精确解无论是用经典方法（力法和位移法），还是用其他经过改进的方法进行分析，虽然程度有所不同，但都是相当烦琐的，难以为更多的工程技术人员在设计中直接运用。同时考虑到拱桥设计理论的近似性，以及在连拱计算中，桩式墩嵌固点位置的选取的粗略性等问题，直到现在还没有得到有效的解决，因此过分地追求所谓的精确，并没有多大的实际意义。基于这种情况，提出一种计算图示比较明确，具有实用精确度，也便于设计应用的简化算法，是目前连拱设计所急需的。我们在实验的基础上，经过分析研究，总结出一种新的简化算法，以期抛砖引玉。

同济大学路桥系的同志们，对连拱的简化计算作了许多有价值的工作。他们从位移法的典型方程出发，沟通了本文介绍的简化法与已往书籍中（例如《石拱桥》\*一书）所介绍的连拱简化算法的内在联系，评述了它们的适用范围，对我们的工作很有促进作用。在本文定稿前又对我们的工作提出了宝贵的意见。在此表示衷心感谢。

由于我们水平有限，时间仓促，缺点错误一定不少。我们热诚地欢迎大家批评指正。以改进我们的工作，更好地为社会主义建设事业服务。

---

\*《石拱桥》，铁路专业设计院标准设计管理处主编，1964年人民铁道出版社出版。

## 主要符号表

- $K$ ——无铰拱的抗推刚度  
 $K'$ ——两铰拱的抗推刚度  
 $K''$ ——单铰拱的抗推刚度  
 $K$ ——两端固结墩的抗推刚度  
 $\overline{K'}$ ——上端铰支墩的抗推刚度  
 $\frac{\overline{K'}}{K}$ ——上端铰支墩的抗推刚度与无铰拱抗推刚度之比  
 $(\Sigma K)_1$ ——汇交于连拱结点 1 的两拱圈和墩的抗推刚度之和  
 $\Delta$ ——连拱结点的水平位移  
 $T$ ——无铰拱的相干系数  
 $\overline{T}$ ——两端固结墩的相干系数  
 $\xi$ ——拱圈水平推力分配系数（精确解）  
 $\xi^I$ ——第一种计算简图对应的拱圈水平推力分配系数  
 $\xi^{II}$ ——第二种计算简图对应的拱圈水平推力分配系数  
 $\xi^a$ ——《石拱桥》一书所述方法的拱圈水平推力分配系数  
 $\overline{\xi}$ ——桥墩的水平推力分配系数

# 目 录

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 第一章 拱和墩的常数.....                                                          | 1  |
| § 1-1 拱的各常数 .....                                                        | 1  |
| § 1-2 桥墩的各常数 .....                                                       | 12 |
| 第二章 连拱简化算法 (三孔) .....                                                    | 28 |
| § 2-1 简化法的计算简图 .....                                                     | 28 |
| § 2-2 按位移法计算三孔连拱结点水平位移的<br>一般公式 .....                                    | 29 |
| § 2-3 按位移法考虑连拱作用时拱和墩的内<br>力计算 .....                                      | 36 |
| § 2-4 拱圈应力验算 .....                                                       | 42 |
| § 2-5 连拱设计应用场合 .....                                                     | 43 |
| § 2-6 当拱、墩抗推刚度比 $\frac{\overline{K'}}{K} > 7$ 时, 三孔<br>连拱结点位移的修正公式 ..... | 44 |
| § 2-7 拱圈水平推力分配系数的比较分析和<br>选取计算简图的判别条件 .....                              | 52 |
| 第三章 多孔连拱的简化算法.....                                                       | 57 |
| § 3-1 四孔连拱的位移法计算公式 .....                                                 | 57 |
| § 3-2 剪力 (推力) 集体分配法 .....                                                | 67 |
| § 3-3 当刚度比 $\frac{\overline{K'}}{K} > 7$ 时, 推力分配系数的<br>修正公式 .....        | 82 |

|                                                          |     |
|----------------------------------------------------------|-----|
| § 3-4 与第一种计算简图相对应的拱圈推力传递系数法 .....                        | 86  |
| § 3-5 当刚度比 $\frac{\bar{K}'}{K} > 7$ 时, 推力定比系数的修正公式 ..... | 90  |
| 第四章 连拱实验和分析 .....                                        | 93  |
| § 4-1 试验方法 .....                                         | 93  |
| § 4-2 量测结果及分析 .....                                      | 94  |
| 第五章 连拱设计计算实例 .....                                       | 97  |
| § 5-1 红板滩桥连拱计算(例一) .....                                 | 97  |
| § 5-2 长沙湘江大桥引桥连拱计算 .....                                 | 107 |
| 附录 I (一)连拱作用对加载长度的影响的讨论 .....                            | 127 |
| (二)关于在连拱设计中选取计算跨数的建议 .....                               | 129 |
| 附录 II 连拱的精确解法——不平衡力矩及剪力(推力)集体分配法 .....                   | 130 |
| 附录 III 两种连拱简化计算法的内在联系 .....                              | 152 |

# 第一章 拱和墩的常数

拱和墩的常数计算，是连拱计算的基础。本章叙述各常数的物理意义，并推导出相应的计算公式。这些常数包括抗推刚度，抗弯刚度，相干系数和传递系数。

符号规定：

弯矩——对杆端顺时针转为正，逆时针转为负，对连拱结点则相反；

剪力(推力)——对杆端向右为正，向左为负，对结点则相反。

## § 1-1 拱的各常数

(一)拱的抗推刚度

1. 无铰拱的抗推刚度  $K$

当拱的一端产生一单位水平位移而无转动时所需要的推力称为无铰拱的抗推刚度，以  $K$  表示，如图1-1甲所示。

取如图1-1乙所示力法基本结构，此时只有赘余力  $X_1$ ，典型方程式为：

$$X_1 \delta_{22} + \Delta_{2\Delta} = 0$$

式中：

$$\delta_{22} = \int_s \frac{y^2 ds}{EJ}$$

$$\Delta_{2\Delta} = -1$$

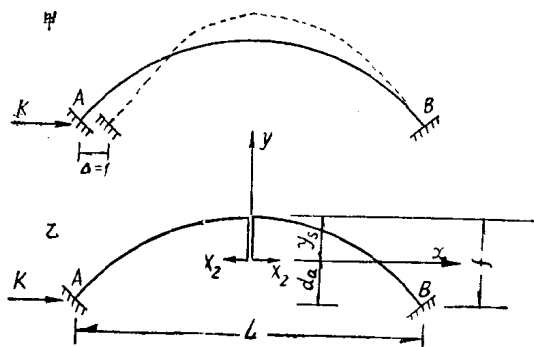


图 1-1

故抗推刚度（必为正数）为：

$$K = X_2 = \frac{1}{\int_s \frac{y^2 ds}{EJ}} \quad (1-1)$$

拱两端的弯矩为：

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= X_2 \cdot d_a = \frac{d_a}{\int_s \frac{y^2 ds}{EJ}} = \frac{f - y_s}{\int_s \frac{y^2 ds}{EJ}} \\ M_{BA} &= -X_2 \cdot d_a = \frac{-(f - y_s)}{\int_s \frac{y^2 ds}{EJ}} \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

## 2. 两铰拱的抗推刚度 $K'$

当拱的一端产生一单位水平位移时所需要的推力称为两铰拱的抗推刚度，以  $K'$  表示，如图1-2甲。

由力法典型方程得：

$$K' = \frac{1}{\delta'_{11}} = \frac{1}{\int_s \frac{y'^2 ds}{EJ}}$$

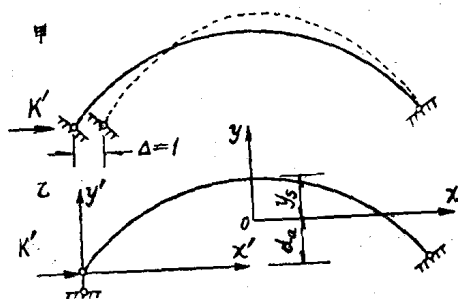


图 1-2

如将坐标原点移至弹性中心，则

$$\begin{aligned}
 \int_0 \frac{y'^2 ds}{EJ} &= \int_0 \frac{(y + d_a)^2 ds}{EJ} \\
 &= \int_0 \frac{y^2 ds}{EJ} + 2d_a \int_0 \frac{y ds}{EJ} + d_a^2 \int_0 \frac{ds}{EJ} \\
 &= \int_0 \frac{y^2 ds}{EJ} + d_a^2 \int_0 \frac{ds}{EJ}
 \end{aligned}$$

$$\left( \text{坐标原点在弹性中心时, } \int_0 \frac{y ds}{EJ} = 0 \right)$$

所以两铰拱的抗推刚度为

$$K' = \frac{1}{\int_0 \frac{y^2 ds}{EJ} + d_a^2 \int_0 \frac{ds}{EJ}} \quad (1-3)$$

由 (1-1)、(1-3) 两式可得到无铰拱与两铰拱的抗推刚度之比为

$$\frac{K}{K'} = 1 + \frac{d_a^2 \int_0 \frac{ds}{EJ}}{\int_0 \frac{y^2 ds}{EJ}} \quad (1-4)$$

3. 单铰圆弧拱的抗推刚度  $K''$  (其物理意义与无铰拱的相同), 如图1-3甲。

取图1-3乙所示基本结构。由力法典型方程得:

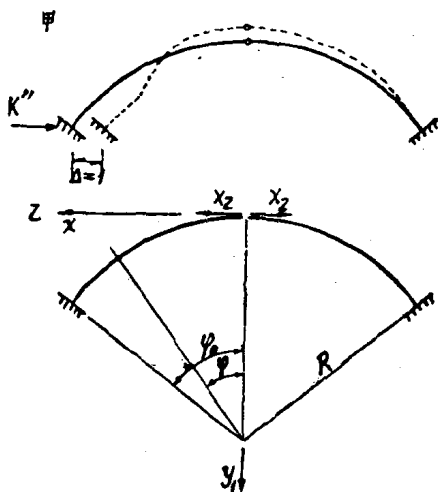


图 1-3

$$K'' = X_2 = \frac{1}{\delta_{22}}$$

因为

$$\overline{M}_2 = y_1 = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\overline{N}_2 = \cos \varphi$$

所以

$$\delta_{22} = \int_0^s \frac{\overline{M}_2^2 ds}{EJ} + \int_0^s \frac{\overline{N}_2^2 ds}{EF} = \int_0^s \frac{y_1^2 ds}{EJ} + \int_0^s \frac{\cos^2 \varphi ds}{EF}$$

注意到:

$$\int_0^s \frac{y_1^2 ds}{EJ} = \int_0^s \frac{R^2 (1 - \cos \varphi)^2 ds}{EJ}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \frac{R^3}{EJ} \int_0^{\varphi_0} (1 - 2 \cos \varphi + \cos^2 \varphi) d\varphi \\
&= 2 \frac{R^3}{EJ} \left( \varphi_0 - 2 \sin \varphi_0 + \frac{1}{2} \varphi_0 + \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 \right) \\
&= \frac{R^3}{EJ} k_2 \\
&\int_0^s \frac{\cos^2 ds}{EF} = k_1 \frac{R}{EF}
\end{aligned}$$

式中。

$$k_2 = 3\varphi_0 - 4 \sin \varphi_0 + \frac{1}{2} \sin 2\varphi_0 \quad (1-5)$$

$$k_1 = \varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \quad (1-6)$$

故抗推刚度

$$\begin{aligned}
K'' &= \frac{1}{\int_0^s \frac{y_1^2 ds}{EJ} + \int_0^s \frac{\cos^2 \varphi ds}{EF}} \\
&= \frac{1}{\frac{R}{EJ} \left( k_2 R^2 + k_1 \frac{J}{F} \right)} \quad (1-7)
\end{aligned}$$

如不计轴向变形的影响

$$K'' = \frac{EJ}{k_2 R^3} \quad (1-7a)$$

由(1-7a)式，可得到表 1-1 第三行数字。为便于应用和比较，表中同时给出了等截面圆弧无铰拱、单铰拱和两铰拱的抗推刚度。

等截面圆弧拱抗推刚度表

表1-1

| 拱<br>$f/L$     | 无铰拱                | 单铰拱                | 两铰拱                | 乘 数               |
|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| $\frac{1}{3}$  | $\frac{1}{0.1180}$ | $\frac{1}{0.2736}$ | $\frac{1}{0.6571}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{4}$  | $\frac{1}{0.1070}$ | $\frac{1}{0.2435}$ | $\frac{1}{0.6071}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{5}$  | $\frac{1}{0.0983}$ | $\frac{1}{0.2258}$ | $\frac{1}{0.5791}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{6}$  | $\frac{1}{0.0958}$ | $\frac{1}{0.2183}$ | $\frac{1}{0.5658}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{7}$  | $\frac{1}{0.0933}$ | $\frac{1}{0.2128}$ | $\frac{1}{0.5567}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{8}$  | $\frac{1}{0.0918}$ | $\frac{1}{0.2093}$ | $\frac{1}{0.5508}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |
| $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{0.0899}$ | $\frac{1}{0.2053}$ | $\frac{1}{0.5434}$ | $\frac{EJ}{Lf^2}$ |

附带给出等截面圆弧单铰拱的推力、两支座竖向反力影响线座标值（见表1-2、图1-4）。

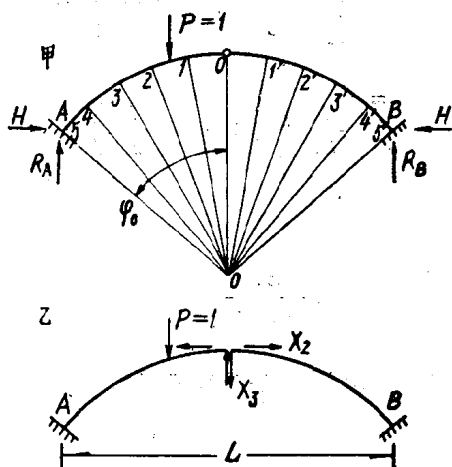


图 1-4

圆弧单铰拱推力、竖向支座反力影响线竖标表

表1-2

| 截面号<br>$f/L$ | $\frac{1}{4}$         |                             |         |         | $\frac{1}{5}$         |                             |         |         |
|--------------|-----------------------|-----------------------------|---------|---------|-----------------------|-----------------------------|---------|---------|
|              | $H$                   |                             | $R$     |         | $H$                   |                             | $R$     |         |
|              | $\frac{i^2}{l^2} = 0$ | $\frac{i^2}{l^2} = 0.00016$ | $R_A$   | $R_B$   | $\frac{i^2}{l^2} = 0$ | $\frac{i^2}{l^2} = 0.00021$ | $R_A$   | $R_B$   |
| 5            | 0                     | 0                           | 1       | 0       | 0                     | 0                           | 1       | 0       |
| 4            | 0.06757               | 0.06634                     | 0.97973 | 0.02027 | 0.07372               | 0.07096                     | 0.97570 | 0.02430 |
| 3            | 0.26358               | 0.25997                     | 0.91482 | 0.08518 | 0.34779               | 0.33747                     | 0.90861 | 0.09139 |
| 2            | 0.55892               | 0.55210                     | 0.80603 | 0.19397 | 0.71401               | 0.69606                     | 0.79866 | 0.20134 |
| 1            | 0.91376               | 0.90335                     | 0.66253 | 0.33747 | 1.14409               | 1.11670                     | 0.65765 | 0.34235 |
| 0            | 1.29215               | 1.27815                     | 0.5000  | 0.5000  | 1.59738               | 1.56041                     | 0.5000  | 0.5000  |
| 1'           | 0.91376               | 0.90335                     | 0.33747 | 0.66253 | 1.14409               | 1.11670                     | 0.34235 | 0.65765 |
| 2'           | 0.55892               | 0.55210                     | 0.19397 | 0.80603 | 0.71401               | 0.69606                     | 0.20134 | 0.79866 |
| 3'           | 0.26358               | 0.25997                     | 0.08518 | 0.91482 | 0.34779               | 0.33747                     | 0.09139 | 0.90861 |
| 4'           | 0.06757               | 0.06634                     | 0.02027 | 0.97973 | 0.07372               | 0.07096                     | 0.02430 | 0.97570 |
| 5'           | 0                     | 0                           | 0       | 1       | 0                     | 0                           | 0       | 1       |