

364885

测

何绍勋 编著

构造地质学中的
赤平极射投影影

地质出版社

内 容 提 要

本书比较详细和通俗地介绍了赤平极射投影的原理和作图求解的基本方法，并且对赤平极射投影在构造地质学方面的应用作了较全面的叙述。为了满足地质测量与勘探工作中的需要，还增加了岩层厚度计算的简便方法和单钻孔求产状等内容。

本书可供一般地质工作人员自学用。

构造地质学中的赤平极射投影

何绍勋 编著

地质部书刊编辑室 编辑

地质出版社 出版

地质印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

1979年10月北京第一版·1979年10月北京第一次印刷

印数 1—5,190 册·定价 0.80 元

统一书号：15038·新 465

前　　言

赤平极射投影是以圆球面的一个极点为发射点（也称极射点），将球面上的点和线投影到赤道平面上的一种球面投影，也就是以圆球面上的一个球极作为发射点，从该点引线联接球面上的点和线，在赤道平面上所获得的投影。这种投影能准确地表示物体上的线和面在空间的角度关系，但并不涉及长度和面积的大小。

赤平极射投影是在公元前二百多年首先由希腊天文学家希巴克斯 (Hipparchus) 用于天文学，后来又为其他学者用于地图学和航海学，至 1823 年由德国矿物学家诺曼 (Neumann) 引进到结晶学内。

赤平极射投影在构造地质学中的应用始于美国的布克 (Bucher)，他在 1920 年用赤平极射投影进行节理构造的分析。1953 年我国地质学者张寿常在他所编写的《构造地质学》一书中，曾利用赤平极射投影方法求褶曲枢纽的产状。1956 年何作霖用赤平极射投影进行旋转断层的测算，并于 1958 年著有《赤平极射投影在地质科学中的应用》一书，这本书比较系统地介绍了赤平极射投影的原理，其中也谈到一些在构造地质方面的应用。李兴唐 (1965 年)、王思敬 (1976 年) 和石根华 (1977 年) 在讨论利用赤平极射投影方法解决边坡稳定的问题时，也在不同程度上涉及到赤平极射投影的原理。刘如琦 (1975 年) 和钱祥麟 (1976 年) 曾先后提出在单钻孔中求岩层 (或矿层) 产状时的赤平极射投影方法，胡火炎 (1978 年) 比较系统地讨论了用单钻孔测定岩层产状的问题，并且还探讨了单钻孔分析断裂构造等问题。1976 年刘如琦用赤平极射投影方法 (包括赤平等积投影法) 分析复合褶曲构造。谭克仁 (1974 年) 和高森 (1977 年) 先后将赤平极射投

影用于岩层厚度的计算，大大地简化了计算的方法。目前赤平极射投影方法用于构造地质学方面的已经有：(1)面状构造和线状构造的产状测算；(2)褶曲几何要素的测定；(3)褶曲几何形态类型的确定；(4)复合褶曲构造的分析；(5)主应力轴（或变形轴）的确定；(6)岩层或矿层厚度的计算；(7)断距的测算以及断层性质的分析；(8)岩浆岩流动构造的测算；(9)岩组分析中的应用等等。因此在研究矿田和矿床构造时，已广泛地运用赤平极射投影方法，而且已成了一种必要的辅助工具。

由上可见，赤平极射投影在现代构造地质学的研究和应用上日见重要。1972年以来，在中南矿冶学院地质勘探和普查专业的构造地质学课程中增设了赤平极射投影的原理、方法及其应用等内容的讲授。作者根据历年的教学和实践经验编写了本书。为了使广大地质工作者能较快而系统地掌握赤平极射投影的方法，并对投影原理有所了解，本书采用了一般的数学和作图方法，力求明晰易懂。考虑到各种构造现象大多数是出现在地表以下的，采用下半球投影，就比较更直观，而且容易为初学者所领会和接受。同时还考虑到赤平极射投影中有一些复杂的立体概念，往往难于为初学者所掌握，就是学过赤平极射投影的，若不经常使用也同样感到困难。因此在本书内尽可能详细而具体地叙述了作图和求解的方法，并对投影网的使用作了一些规定，使读者在运用投影网时有一定的准则可循，如投影网的方位读数是按反时针方向排列的、在网的北半径上确定直线的投影、以及在网的南半径上确定平面法线的投影等等。读者熟练以后，就可自行选择使用投影网的方法。

本书分为三部分。第一部分为赤平极射投影的原理和作图的基本方法。第二部分从第三章到第九章论述赤平极射投影在解决各种构造问题时的应用，大致是按构造地质学的章节编排，并在断裂构造一章内增添了圆锥状断层系的分析，这种分析方法还不是很成熟，但在研究矿田和矿床构造中，已逐渐被提高到较重要的位置，值得重视和进一步研究。在第六章利用投影方法计算岩层

厚度，可以代替过去一般地质测量中使用的厚度计算法。本书的第三部分是附录，在附录中证明了任何平面的赤平极射投影都是一个圆，这是赤平极射投影的一个重要原理，而且又是不同于等面积投影以及其他投影的一个主要优点。在附录中还介绍 π 圆的计算方法专供读者以后使用电子计算机时作为参考的依据。

由于编者的水平有限，书中一定存在不少的缺点和错误，希望读者提出宝贵的批评意见。

何绍勋

于长沙中南矿冶学院

目 录

前言

一、投影原理	1
§ 1.1 赤平极射投影的定义和原理	1
§ 1.2 各种产状的直线和平面的赤平极射投影	3
§ 1.3 吴尔弗投影网及其编制方法	11
二、基本作图方法	18
§ 2.1 准备工作	18
§ 2.2 作一已知直线的投影	20
§ 2.3 作一已知平面的投影	21
甲、用极点表示已知平面的投影	21
乙、用大圆表示已知平面的投影	22
§ 2.4 求一条直线的产状	25
§ 2.5 求一个平面的产状	26
甲、求大圆所表示的平面产状	26
乙、求极点所表示的平面产状	27
§ 2.6 作已给极点的大圆和作已给大圆的极点	28
甲、作已给极点的大圆	28
乙、作已给大圆的极点	28
§ 2.7 求对蹠点	29
§ 2.8 通过两个极点作一个大圆	31
§ 2.9 求两个平面的交线产状	32
§ 2.10 求两个平面的二面角	32
甲、用极点求二面角——极点法	32
乙、用大圆求二面角——大圆法	33
§ 2.11 求两个大圆的夹角	34
§ 2.12 求两条直线的夹角	34
§ 2.13 等分两个平面的夹角，并作等分线和等分面	34

甲、用极点表示平面的投影，求二面角的等分面和等分线	35
乙、用大圆表示平面的投影，求二面角的等分面和等分线	36
§ 2.14 垂直一已知平面，并通过一已知直线作一平面	37
§ 2.15 求一直线与一平面之间的夹角	37
§ 2.16 求已给一小圆的圆周上两点间的弧度	38
甲、用大圆法求小圆圆周的弧度	38
乙、用旋转法求小圆圆周的弧度	40
§ 2.17 投影点和线的转动	41
甲、旋轴为水平产状	42
乙、旋轴为倾斜产状	43
丙、将两个极点同时转到水平位置	47
§ 2.18 已知小圆的投影圆心和小圆的半径，作一个小圆	48
甲、用吴氏网直接绘制小圆	48
乙、用圆规和直尺等辅助工具绘制小圆	50
§ 2.19 通过三个已知点作一个小圆	52
三、面状构造产状的测算	55
§ 3.1 已知面状构造的真倾斜，求某方向上的视倾角	56
§ 3.2 根据两个视倾斜求真倾斜	59
§ 3.3 利用钻孔的资料求面状构造的产状	61
甲、根据两个互不平行的钻孔资料，求岩层面的产状	61
乙、已给一个钻孔的资料和褶曲枢纽的产状，求岩层面的产状	67
丙、用单个斜弯钻孔的资料，求岩层面的产状	69
丁、用单钻孔的资料求第二组面状构造的产状	71
§ 3.4 求不整合面以下的岩层原始产状	73
四、线状构造产状的测算	76
§ 4.1 已给一面状构造和一线状构造的产状，求线状构造的倾侧角	77

§ 4.2 已知一面状构造的产状和这个面上线理的倾侧角，作线理的投影	78
§ 4.3 已知一平面的产状和这个平面上线理的倾侧角，求这个线理的倾伏角	79
五、岩浆岩的流动构造的测算	80
§ 5.1 直接测定流线构造的产状	80
§ 5.2 间接测定流动构造的产状	81
六、计算岩层的真厚度	93
§ 6.1 实测剖面时的厚度计算方法	94
§ 6.2 钻孔中的厚度计算方法	97
七、褶曲构造的测算	100
§ 7.1 褶曲要素	100
§ 7.2 β 图和 π 图及其编制的方法	104
甲、 β 图的绘制方法	105
乙、 π 图的绘制方法	106
§ 7.3 褶曲枢纽产状的测定	108
甲、根据褶曲两翼的产状，求枢纽的产状	108
乙、根据轴面劈理的产状，求枢纽的产状	109
丙、根据层间劈理的产状，求枢纽的产状	110
丁、根据褶曲岩层面上的擦痕，求枢纽的产状	111
§ 7.4 褶曲轴面产状的测定	112
甲、用极点代表褶曲两翼的投影，求轴面的产状	113
乙、用大圆代表褶曲两翼岩层面的投影，求轴面的产状	114
丙、根据枢纽和轴迹，求轴面的产状	115
§ 7.5 褶曲的产状分类	116
§ 7.6 复合褶曲作用的分析	123
甲、叠加弯褶曲作用的分析	124
乙、叠加剪褶曲作用的分析	126
八、断裂构造的测算	130
§ 8.1 根据节理面上的擦痕进行节理配套	130
§ 8.2 根据共轭节理的产状求主应力轴的方向	133

§ 8.3 求褶曲作用前的节理	139
§ 8.4 根据断层与派生侧羽状张节理的关系,求 断层位移的方向	142
§ 8.5 根据断层与侧羽状节理的产状,求断层擦 痕的方向	146
§ 8.6 求总断距	147
§ 8.7 旋转断层的测算问题	152
甲、已知断层两盘的岩层产状和断层面的走向,求断层 面的倾向、倾角和旋转的角度	154
乙、已知断层面的产状、断层一盘上的岩层产状、断层 的旋角和旋转方向,求断层另一盘的岩层产状	155
丙、已知断层两盘岩层的产状和两盘岩层内线状构造的 产状,求旋转断层面的产状和旋角	156
§ 8.8 圆锥状断层系的分析	158
九、岩组分析上应用赤平极射投影的问题	164
§ 9.1 定向薄片产状的测定	164
§ 9.2 岩组图的编制	170
十、附录	173
§ 10.1 证明任何平面的赤平极射投影都是一个圆	173
§ 10.2 π 圆的计算方法	176
主要参考文献	178
附图	
I 吴氏网	
II 普罗宁密度统计网	

一、投影原理

§ 1.1 赤平极射投影的定义和原理

地面上有一个通过“ O ”点的平面 M , 如岩层面或断层面等。设该平面 M 的走向为 NW300°, 倾向为 SW210°, 倾角为 50°, 见图 1.1—1。现假定有一个圆球面, 其球心正好与地面上的“ O ”点重合, 则平面 M 必与圆球面相交成一圆, 即图 1.1—2 的 $ADBC$ 圆, 圆的半径与圆球面的半径相等。图 1.1—2 的球心 O 点相当于地面的 O 点, NWSE 面则相当于圆球面的赤道平面, 也代表图 1.1—1 的地面 (在这里也是一个水平面), 因此在 NWSE

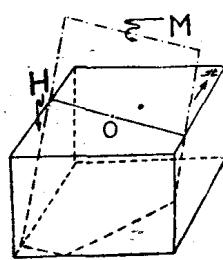


图 1.1—1 立体图
表示平面 M 的产状
 H 代表地面。(虚线代表平面 M 在空中延伸的部分)

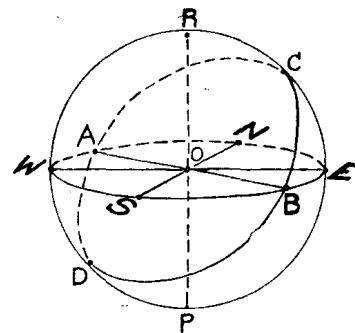


图 1.1—2 立体图表示圆球面与一个通过 O 点的倾斜平面 M 的关系
($ADBC$ 代表平面 M)

面上, N 点相当于地理方位的正北, S 点相当于地理方位的正南, E 点和 W 点分别代表正东和正西。 AB 线相当于倾斜平面 $ADBC$ 的走向线, 其方位是 NW300°。图中的 R 点和 P 点分别代

表圆球面的两个球极，其中一个在上（R），一个在下（P）。

现以圆球面的球极R为发射点，引出许多发射线，并联接球面上的ADBC圆（在图1.1—3中只作了七条发射线）。发射线与赤道平面NWSE的交点构成一条弧线，即图1.1—3的AD'B线。这条位于赤道平面上的弧线就是上述倾斜平面ADBC（即平面M）的赤平极射投影，因此赤平极射投影也是一种球面投影。图1.1—3的R点叫做赤平极射投影的发射点或称极射点，赤道平面NWSE就叫做赤平极射投影面，也简称赤平面。赤平面上的圆周叫做基圆（即图1.1—3中的NWSE圆），在基圆内表示了各种产状的直线和平面的投影，这就构成了一幅赤平极射投影图，也简称赤平图，或者又叫做投影图，如图1.1—4。像这种以上球极R为发射点所获得的赤平极射投影就叫做下半球投影；但是，在赤平极射投影中，还可以用另一球极P作为发射点，由此所获得的赤平极射投影就叫做上半球投影。

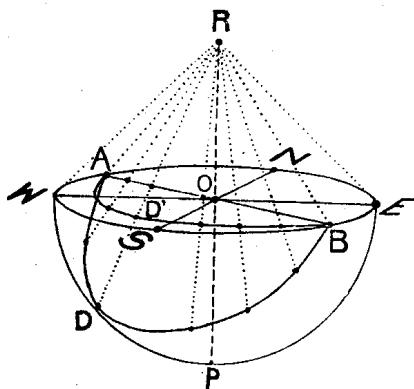


图 1.1—3 立体图表示倾斜平面
ADBC（平面M）的赤平极射投影

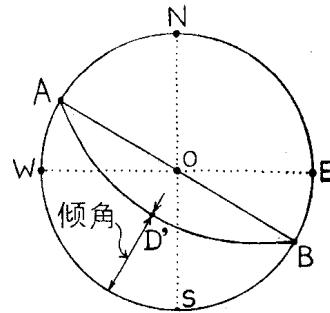


图 1.1—4 倾斜平面ADBC（平
面M）的赤平极射投影图
(下半球投影)

在实际工作中，我们可以采用下半球投影，也可以采用上半球投影，这就完全根据各人的习惯或工作的需要来选定。一般下半球投影能直接反映直线投影和平面投影的倾斜方向（但是对平面法线的投影来说就不适用），并易于初学者所掌握，故本书采用

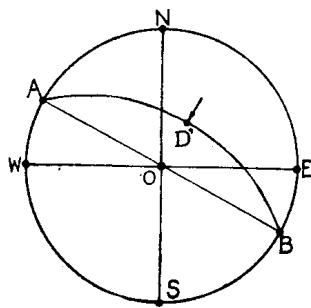


图 1.1-5 倾斜平面 $ADBC$
(平面 M) 的赤平极射投影图
(上半球投影)

关系了，我们只要将投影图转动 180° ，就可以使下半球投影与上半球投影互相转换。

§ 1.2 各种产状的直线 和平面的赤平极射投影

各种产状的直线和平面在赤平极射投影图上有下列的几种表现形式：

(1) 通过球面中心的直立平面，在赤平极射投影图内是一条直线，相当于投影圆基圆的直径，如图 1.2-1 中的 AOB 直线。

(2) 通过球面中心的倾斜平面，在赤平极射投影图内表现为一个大圆弧，或者简称为大圆。大圆弧的弦长等于基圆的直径，如图 1.1-4 中的 $AD'B$ 弧线。

为了证明通过圆球面中心的倾斜平面在赤平极射投影图内是一个

下半球投影。

图 1.1-4 表示倾斜平面 $ADBC$ 投影的下半球赤平极射投影图。图中的 N、E、S 和 W 分别代表着北、东、南、西的地理方位，圆弧 $AD'B$ 是倾斜平面 $ADBC$ 的赤平极射投影。圆弧 $AD'B$ 凸向西南，就是表示这个平面倾向西南。图 1.1-5 表示倾斜平面 $ADBC$ 的上半球投影。读者可以对比图 1.1-4 和图 1.1-5 观察一下，就不难看出这两个图的

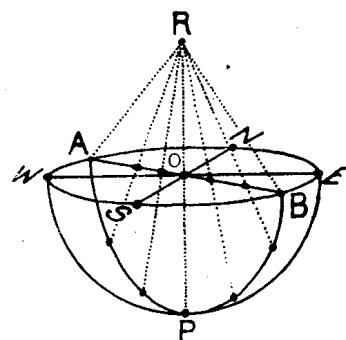


图 1.2-1 立体图表示通
过球面中心的直立平面的
赤平极射投影
(即 AOB 直线)

大圆弧，可以垂直倾斜平面的走向作一个直立剖面图，如图 1.2—2。

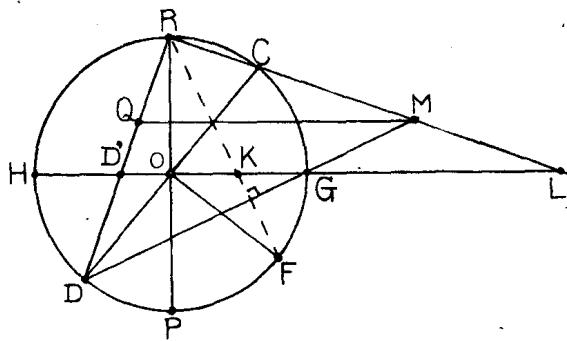


图 1.2—2 直立剖面图表示通过球心的倾斜平面的赤平极射投影
DC 代表倾斜平面；HG 代表赤平面

其中 HG 为圆球面的赤道平面， DC 代表通过球面中心 O 的倾斜平面， OF 是这个倾斜平面的法线。自发射点 R 分别引发射线到 D 点、 C 点和 F 点。这时所形成的三角形 DRC 可以看作是一个圆锥面的纵剖面，圆锥面的倾角尖为 R ，它的底是一个圆，即 DC 所代表的大圆。圆锥面的横断面一般都是椭圆，只有少数几个是例外的情况，如 DC 方向上的横断面就是一个圆。又由于

$\angle DRF = \angle FRC$ (因为 $\widehat{DPF} = \widehat{FGC}$)，所以 RF 线可以代表这个圆锥面的轴心。

将 RC 线延伸并交赤平面 HG 于 L 点， $D'L$ 为倾斜平面 DC 的赤平极射投影，它的部分投影已落在基圆 HG 的外面。法线 OF 的投影为 K 点，见图 1.2—2。

自 D 点作 RF 的垂线，交 RL 于 M 点。又从 D 点沿 DR 线截 DQ 线段，并令 $DQ = MC$ ，见图 1.2—2。

因为 $\angle DRF = \angle FRC$

且 $RF \perp DM$

所以 $\triangle DRM$ 是一个等腰三角形

故 $\angle RDM = \angle RMD$

又因为

DM 为公共边

而

$$DQ = CM$$

故

$$\triangle DMQ \cong \triangle MDC$$

(两边和一夹角相等)。

因而 $MQ = DC$ 。由于 DC 代表圆锥面的一个圆锥面，所以 MQ 也代表一个圆锥面，它们是这个圆锥面内的一对共轭圆截面。

$\triangle ORC$ 是一个等腰三角形

$$(OR = OC)$$

因而

$$\angle ORC = \angle OCR$$

又由于

$$\triangle DMQ \cong \triangle MDC$$

故

$$\angle DQM = \angle MCD$$

(对应角相等)

又因为

$$\angle DQM + \angle RQM = 180^\circ$$

故

$$\angle RQM = \angle OCR \text{ (互为补角)}$$

又因为 $\triangle QRM$ 和 $\triangle ROL$ 都是直角三角形，

$$\angle RQM + \angle RMQ = 90^\circ$$

$$\angle RLO + \angle ORC = 90^\circ$$

所以

$$\angle RLO = \angle RMQ \text{ (互为余角)}.$$

于是

$$QM \parallel D'L \text{ (同位角相等).}$$

由于 QM 代表一个圆，因此 $D'L$ 也代表一个圆。这就说明了 DC 的赤平极射投影 $D'L$ 也是一个大圆，但是这个大圆只有一部分在基圆内（即赤平极射圆内），这些落在基圆内的部分大圆通常就叫做大圆弧，如图 1.1—4 的 $AD'B$ 弧，圆弧的弦长就等于基圆的直径（见图 1.2—3）。

(3) 通过球面中心的水平平面，在赤平极射投影图内是一个圆，就是投影面上的基圆，如图 1.1—3 中的 NAWSBE 平面，也就是赤平极射投影图中的 NWSE 圆（即基圆），见图 1.1—4。

(4) 不通过球面中心的直立平面，如图 1.2—4 中的 FG-DK 平面，它在赤平极射投影图上是一个小圆弧，或者简称为小圆，如图 1.2—6 的实线部分。小圆弧的弦长都小于基圆的直径。

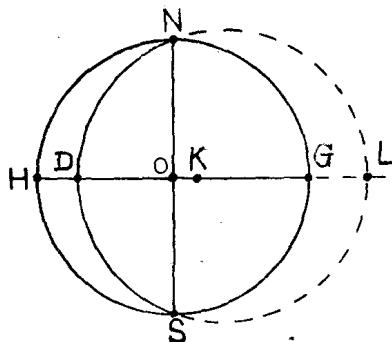


图 1.2—3 赤平板射投影图表示过球心的倾斜平面的投影是一个大圆
大圆的一部分位于基圆范围内（图中
实线部分），另一部分位于基圆以外
（图中虚线部分）

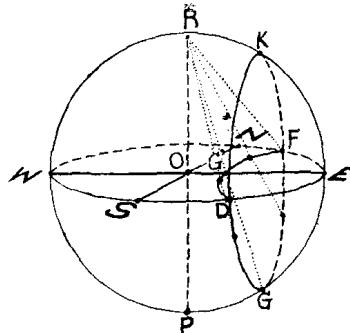


图 1.2—4 立体图表示不通过球心的直立平面 $FGDK$ 的赤平板射投影
(下半球投影)

图 1.2—4 的弧线 $FG'D$ ，就是走向为南北的直立平面 $FGDK$ 在赤平板射投影图内的投影，这个平面投影的其余部分都落在基圆以外，即图 1.2—6 的虚线部分。

为了证明凡是不通过球心的直立平面在赤平板射投影面上都是一个小圆，可以通过发射点 R 并且垂直这个平面的走向作一直立剖面，如图 1.2—5 所示。 KG 代表直立平面 $FGDK$ 与圆球相交所成的小圆。再从 R 点引发射线至 K 点和 G 点，延长 RK 线并

与赤道平面 EW 相交于 A 点，然后联 RE 线。这时可将三角形 RKG 看成为一个圆锥面的纵断面，圆锥面的顶角尖为 R ，它的底面是一个圆，就是 KG 所代表的小圆。这个圆锥面的横断面大多数都是椭圆，只有少数几个是例外的情况，例如 KG 方向的

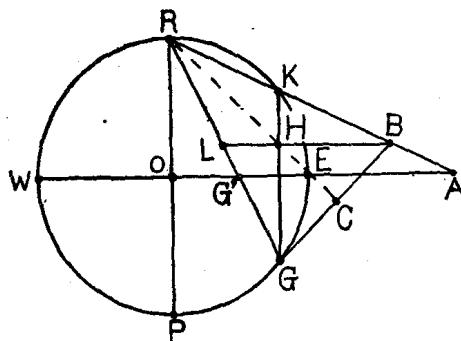


图 1.2—5 直立大圆表示不通过球心之直立平面 KG 的赤平板射投影

横断面就是一个圆。

由于 $\angle KRE = \angle GRE$ ($\text{弧 } KE = \text{弧 } EG$)

RE 线可以代表圆锥面的轴心，见图 1.2-5。

自 G 点作 RE 延线的垂线，并且交 RA 于点，见图 1.2-5。

由于

$$\angle KRE = \angle GRE$$

而且

$$RC \perp GB$$

所以

$\triangle RGB$ 是一个等腰三角形

于是

$$\angle RGB = \angle RBG$$

自 G 点沿 GR 线截一线段 GL ，令 $GL = BK$ 。联 LB 线。

于是 $\triangle LGB \cong \triangle KGB$ (两边和一夹角相等)，

因而

$$LB = KG$$

由于 KG 代表一个小圆，所以 LB 也应该是代表一个小圆，这两个小圆构成圆锥面的一对共轭圆截面。

又因为

$$\angle GLB = \angle BKG$$

$$\angle KGB = \angle LBG \text{ (对应角相等)}$$

故 $\triangle LHG \cong \triangle KHB$ (两边和一夹角相等)，

因而 KG 与 LB 的交点 H 刚刚好落在 RE 线上。 $\triangle ROE$ 为一直角的等腰三角形，所以

$$\angle OER = 45^\circ$$

因为

$$KG \perp WE$$

故

$$\angle GHE = 45^\circ$$

因而

$$\angle OER = \angle RHL$$

$$LB \parallel G'A \text{ (同位角相等)}$$

因为 LB 代表一个小圆，所以 $G'A$ 也应该是代表一个小圆。因而

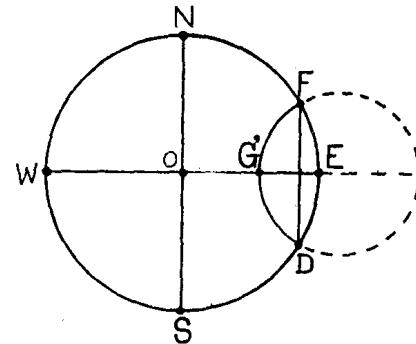


图 1.2-6 赤平极射投影图表示直立平面 $FGDE$ 的投影为一小圆弧 $FG'D$
(图中的实线部分)

KG 的赤平极射投影 $G'A$ 也是一个小圆，但是在基圆内仅仅只表现为小圆的一部分（即图 1.2—6 中的实线部分），故有时也叫做小圆弧，如图 1.2—6 中的 $\widehat{FG'D}$ 。

(5) 不通过球面中心的水平平面，见图 1.2—7，在赤平极射投影图上都是一个完整的小圆。小圆的半径小于基圆的半径，但小圆的圆心与投影的中心是互相重合的，如图 1.2—8 所示。

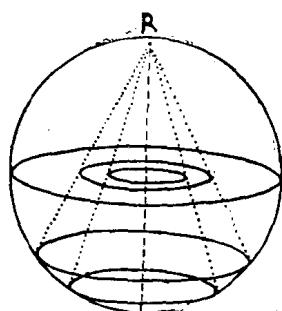


图 1.2—7 立体图表示不通过球心之水平产状平面的投影

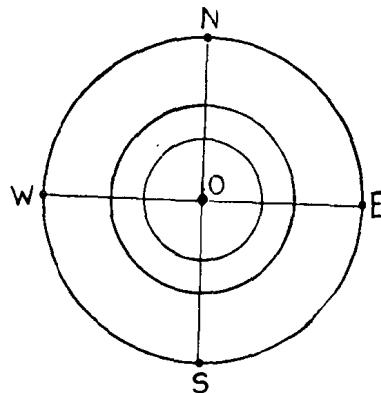


图 1.2—8 不过球心之水平产状平面的赤平投影

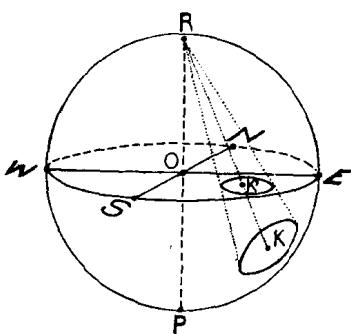


图 1.2—9 立体图表示不通过球心的倾斜平面的投影

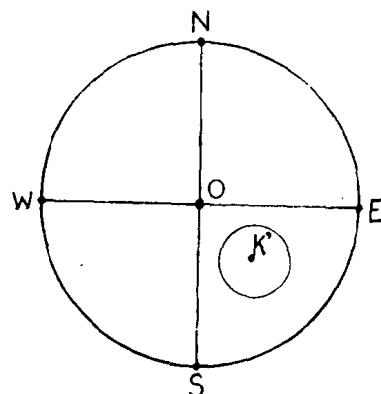


图 1.2—10 不过球心的倾斜平面的投影

K' 为小圆的圆心