

灰色系统理论应用丛书

灰色系统——信息不完全确知的系统

灰色系统理论——邓聚龙教授在一九八二年

创立

社会、经济系统一般都是以“灰元”、“灰数”、“灰关系”为特征的灰色系统

灰色系统理论广泛应用于工业、农业、经济等社会各个领域

灰色线性规划与应用

罗庆成 徐国新 编著



江苏科学技术出版社

灰色系统理论应用丛书

罗庆成 徐国新 编著 江苏科学技术出版社

灰色线性规划 与应用

灰色系统理论应用丛书
灰色线性规划与应用

罗庆成 徐国新 编著

出版、发行：江苏科学技术出版社

经 销：江苏省新华书店

印 刷：镇江前进印刷厂

开本787×1092毫米 1/32 印张4 插页3 字数85,700

1989年8月第1版 1989年8月第1次印刷

印数1—3,000册

ISBN 7—5345—0728—6

N·3 定价：2.00元

责任编辑 杨立生

《灰色系统理论应用丛书》编委会

顾 问：邓聚龙

主 编：严智渊

副主编：罗庆成 李国华 承泓良 徐国新 戴玉生

委 员：孙 磊 李克明 李国华 严智渊 罗庆成

承泓良 林锦国 俞伯良 徐国新 陶 志

黄祖辉 戴玉生

序

由上海经济区灰色系统研究会组织编写，江苏科学技术出版社出版的《灰色系统理论应用丛书》，现在和大家见面了。

灰色系统是按颜色来命名的。为什么用颜色来区分系统？因为，在控制理论中常用颜色深浅来形容信息的多少。比如艾什比用黑盒 (Black Box) 来称呼内部信息未知的对象。我们也用“黑”表示信息缺乏，“白”表示信息完全，“灰”表示部分信息清楚，部分信息不清楚，即信息不完全。凡是信息不完全确知的系统，都可称之为灰色系统。与之相应的便有白色系统和黑色系统。

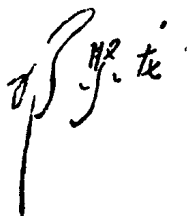
灰色系统不同于灰箱。灰箱意味着边界、框架。而灰色系统是打破框架，突破箱的约束，从系统内部去发掘信息并充分利用信息。

灰色系统也不同于“黑箱”、“模糊数学”。“黑箱”建模方法是着重系统外部行为数据的处置方法，而“灰色”建模方法是着重系统内部行为数据间、内在关系挖掘量化的方法。“模糊数学”着重外延不明确、内涵明确的对象，而灰色系统着重外延明确、内涵不明确的对象。

自从1982年我在国际上首先提出这个理论以来，先后召开了多次全国性的学术讨论会。出版发行了十来本专著和数以百计的研究论文，成立了全国性的武汉灰色系统理论研究会。同时得到了国内外著名学者的赞赏和同行们的支持，以及学术界前辈们的鼓励，趁此机会，一并表示由衷的感谢。

由于社会、经济系统一般都是以“灰元”、“灰数”、“灰关系”为特征的灰色系统,因此灰色系统理论正在农业、计划、经济、社会、科教、生物、地质、史学、军事、行政等各个方面得到日益广泛地应用。上海经济区灰色系统研究会的同志们为了促进这一理论的发展和更为广泛地应用,总结国内学者、专家几年来的研究成果和实际应用的经验,撰写了这套丛书。丛书共分五册,即《灰色系统预测与应用》、《灰色线性规划与应用》、《灰色关联分析与应用》、《灰色系统决策与应用》和《灰色系统实用程序》。

由于丛书主要作者在灰色系统研究、教学、咨询与应用等方面,都有比较丰富的经验,所以写得深入浅出,把灰理论寓于大量的实用案例之中,使具有中等以上文化的同志都能“看得懂、用得上”,并适用于社会、经济、科教、文卫等各个领域,可作为广大科技工作者、经济管理人员和大、中专学生的学习参考资料或供大学、中专学校、业校、电大、函授、培训班等作教材。我相信本丛书将成为广大读者学习、熟悉并应用灰理论的好帮手。故此,特向大家推荐!



1989年元月于武汉

目 录

第一章 引 论	(1)
§ 1.1 什么是线性规划	(1)
§ 1.2 什么是白色线性规划	(8)
§ 1.3 什么是灰色线性规划	(14)
第二章 预测型规划	(18)
§ 2.1 预测型线性规划的特点	(18)
§ 2.2 用于投资决策	(21)
§ 2.3 用于合理配备农业机械	(26)
§ 2.4 用于宏观经济结构优化	(31)
第三章 漂移型规划	(47)
§ 3.1 漂移型线性规划的特点	(47)
§ 3.2 用于总体优化	(51)
§ 3.3 用于确定目标利润	(55)
第四章 灰靶型规划	(58)
§ 4.1 灰靶型规划的特点	(58)
§ 4.2 用于金属配料	(60)
§ 4.3 用于林业结构优化	(69)
第五章 嵌套型规划	(78)
§ 5.1 什么是嵌套型规划	(78)
§ 5.2 产业与行业规划嵌套	(79)
§ 5.3 地区规划嵌套	(85)
第六章 互补型规划	(97)
§ 6.1 什么是互补型规划	(97)

§ 6.2 能源灰色投入产出优化模型.....	(100)
第七章 综合型规划.....	(111)
§ 7.1 什么是综合型规划.....	(111)
§ 7.2 化工企业综合型规划实例.....	(112)
附：参考文献.....	(121)
后 记.....	(122)

第一章 引 论

一个高明的管理者,在安排生产和工作的时候,总是想如何充分利用自己能够调动的人力、物力和财力资源等,从而获得最大的经济效益,诸如达到最高的总产值或利润、花费最低的成本或费用。为此决策者常常面临若干不同方案的抉择。这些方案在不同程度上都可能达到预定的目的,但是其中有些方案不尽合理或不够经济有效,而另一些方案则相比之下较合理、较经济有效。那么,哪些方案最合理、最经济有效,如何才能获得这种最佳方案呢?这是管理者、决策者们最关心和急切需要回答的问题。解决这些问题最适用、最简捷的方法就是我国学者、华中工学院邓聚龙教授创立的灰色线性规划。

灰色线性规划是一般线性规划的新发展。因此,在学习它之前,必须对线性规划有一般的了解。

§ 1.1 什么是线性规划

1.1.1 线性规划的基本结构

引例:某工厂生产甲、乙两种产品,生产甲产品每吨需耗煤 6 吨,电 20 千瓦,钢材 2 吨;生产乙产品每吨需耗煤 4 吨,电 25 千瓦,钢材 4 吨。根据市场预测可供煤为 50000 吨,电 8000 千瓦,钢材 8500 吨;生产每吨甲产品可获利润 600 元,生产每吨乙产品可获利 900 元。问如何分配使用有限的资源(煤、电、钢材),使总利润额达到最大?

这是一个如何分配资源,以获得最大经济效益的问题。了解这个问题就得建立由三部分构成的线性规划。

1. 一组决策变量

对决策者来说,经常面临需要抉择和控制的因素,如某些产品各生产多少,不同价格的饲料配合比例、不同运费的各种运输量多少,等等。这些因素用变量 x 来表示,就叫做决策变量。引例中的甲、乙两种产品各生产多少,可分别以 x_1 、 x_2 来表示。这里的 x_1 、 x_2 就是一组决策变量,它们的不同取值,就代表一个具体方案。在实际应用时,决策变量往往在两个以上,即 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为一组决策变量;同时,这一组决策变量的多种取值,可相应得到若干种可行方案。

2. 一个目标函数

决策者的心里都有一个经济目标,诸如总工作量或总产量(总产值)达到最大,利润额达到最多,总成本或总费用达到最低,等等。这些目标都取决于决策变量的取值,换句话说它们是决策变量的函数,故称之为目标函数。引例的目标是谋求最大利润,而利润总额是随着甲、乙两种产品的产量 x_1 、 x_2 (即决策变量)的不同取值而发生变化,所以利润总额是两种产品产量的函数,亦称目标函数,记为

$$f(x) = 600x_1 + 900x_2 \longrightarrow \max(\text{达到最大})$$

一组 x 的不同取值,导致不同的利润总额。

3. 一组约束条件

利润总额虽然随着甲、乙两种产品的产量的增加而增加,但不能无限制的增加,它们受煤、电、钢材等有限资源的制约。该厂可供煤50000吨,生产一吨甲、乙产品,分别需耗煤6吨和4吨;可供电8000千瓦,生产一吨甲、乙产品,分别需耗电20千瓦和25千瓦;可供钢材8500吨,生产一吨甲、乙产品需耗

钢材 2 吨和 4 吨。把这些制约因素综合起来加以考虑,可表示如下

$$6x_1 + 4x_2 \leq 50000 \quad (\text{可供煤约束})$$

$$20x_1 + 25x_2 \leq 8000 \quad (\text{可供电力约束})$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8500 \quad (\text{可供钢材约束})$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \quad (\text{产品甲、乙非负、非零})$$

1.1.2 线性规划的基本含义

从上面引例的分析中,可以把线性规划的定义概括为:在给定的一组线性约束条件下,寻求一组决策变量的取值,使线性目标函数达到最大值 $\max$ (或最小值 $\min$)。

所谓“线性”,就是指目标函数、约束条件中所含变量均为一次项,即都是一次函数。例如,引例中生产甲、乙产品投入量与产出量成正比,就是一种线性形式,其约束条件、目标函数所包含的变量均为一次函数(也叫线性函数)。这种函数主要有两大特点:

(1) 比例性。因变量与自变量之间按比例增加或减少。引例表明,资源投入增加一倍,其产量也增加一倍;每吨甲产品获利600元,两吨甲产品获利1200元,这种比例关系就是线性关系,用图形表示是一条直线。这是一般线性规划的最基本要求。否则,就属于非线性规划问题。

(2) 相加性。因变量的变化,等于各个自变量按相应固定比例变化之和。引例中利润总额等于甲、乙两种产品销售利润之和。这也是一般线性关系的最基本要求。

由于这种线性关系的假设,使线性规划的计算大为简化。但是,在实际生活中许多问题并非典型的线性关系,只是近似于这种关系。因此,许多并非典型的线性问题,只要近似于这种关系就可以当作线性规划问题来对待。例如 1 公斤猪肉大

体需要 4 公斤粮食作饲料, 1 公斤肉鸡大体需要 2.5 公斤粮食作饲料等, 就是一种线性关系的假设。

所谓“规划”指的是数学方法。这种数学方法是运筹学的一个重要分支。它是在 30 年代末开始研究并逐步发展起来的。

线性规划问题是在一定的约束条件下, 寻求目标函数的极大和极小值。其实质, 也就是如何合理安排经济活动, 实现最佳效益。

1.1.3 线性规划的要求

线性规划的基本要求, 除了所解决的实际问题必须属于“线性”关系问题这一最基本的要求之外, 还要求:

(1) 决策变量 x 应是连续分布的, 它们的取值可以是整数, 也可以是小数。

(2) 决策变量应是非负值, 即 $x_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n)$ 。因为经济问题的变动因素(引例中的甲、乙产品)为负值, 既没有什么经济意义, 又不符合实际情况。如引例中的两种产品, 可以多生产, 也可以少生产甚至不生产, 但不会也不应该出现负值。因此, 在线性规划的约束条件中必须有一个非负约束, 即 $x_j \geq 0$, 引例中的 $j = 1, 2$ 。

(3) 决策目标是单一的。如果实际决策问题必须有一个以上的目标, 且又不能归并时, 就属于多目标问题, 应求助于多目标规划。

以上基本要求用数学语言表述, 就是线性规划模型的一般形式。即

使 $f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \max$ (或 $\min$), 受约束于

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq (\text{或} \geq, =) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq (\text{或} \geq, =) b_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq (\text{或} \geq, =) b_m \\ x_j \geq 0 \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right) \end{cases}$$

白色线性规划的一般形式,也可缩写成

使 $f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \longrightarrow \max (\text{或} \min)$

受约束于

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq (\text{或} \geq, =) b_i \\ x_i &\geq 0 \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array} \right) \end{aligned}$$

其中: x_j 为决策变量;

c_j 为目标函数中的利益系数;

$f(x)$ 为目标函数值;

a_{ij} 为技术系数, 表示第 j 种活动消耗第 i 种资源的系数;

b_i 为资源约束常数, 表示不同资源的可供数量。

1.1.4 线性规划建模步骤

建立线性规划模型, 应根据国家计划和国内、外市场需要, 考虑现有生产条件、经济技术水平进行具体设计。其大体步骤是:

(1) 明确任务, 确定经济目标。即在一定的约束条件下, 使总利润额(或总产量、净产值总额)达到最大, 或使总成本达到最小。

(2) 确定有关影响经济目标的制约因素。如国家计划、市场需求、生产能力、资源条件、生态平衡、能源电力等,对经济目标的约束。

(3) 规定决策变量 x_j ,确定技术系数 a_{ij} 和利益系数 c_j 。这是建模的关键一步, a_{ij} 、 c_j 是否准确(符合实际),直接影响到求解的可靠程度。否则,输入参数是一堆“垃圾”(不准确),输出的求解结果也只能是一堆“垃圾”(无用)。

(4) 设计目标函数和约束条件。当研究的问题不止一个经济目标,又而只能用线性规划时,应根据实际情况在允许的范围内作两种变通处理。一是将相近的经济目标归并为一个总体目标,建立单一的目标函数;二是将一些经济目标(如完成国家计划、满足市场需求等目标),转化为约束条件。有些经济活动,投入多、产出少、效益低(如东北的谷子),但关系到国计民生,不可缺少,则应给以“死”约束(即“等号”约束)。

(5) 上机求解。线性规划问题的决策变量超过两个之后,计算量随着变量的增加而成倍地增加,费时费力,使人望而生畏。1949年丹捷格(B. Dantzig)提出“单纯形法”后,使线性规划的求解有了标准的模式。随着电子计算机的蓬勃发展,特别是微电脑的广泛使用和应用软件(计算机程序等)技术的突破,使线性规划的求解由计算机代劳,且速度快、精度高。除非不存在同时满足约束条件的可行解或解无界,一般情况下通过适当调整和修正,总是可以比较顺利地得到比较满意的结果。

(6) 模型评价。通过对求解结果进行全面分析,认定其合理程度,对那些不尽合理或不符合实际情况的决策变量的取值,在进行经济技术论证之后再作适当的调整,直到决策者满意为止。

1.1.5 线性规划的广泛应用

丹捷格的“单纯形法”促进了白色线性规划广泛地应用到经济、计划、管理、交通运输、国防、科研及社会生活的各个领域,成为人们在生产、工作和生活中作出有效决策的得心应手的工具。在我国,它的推广应用是从1958年开始的,已在不少先进企业取得了较好效果。在国外企业中,由于起步早,效果显著,普及率较高。据美国对1000个企业的调查,有78%的企业应用了线性规划法,并因此提高利润20%左右。

据统计,在管理科学的各个分支中,应用线性规划的比重最大。只要符合其基本要求,都可以通过它去寻求最优方案。因此,随着电子计算机特别是微机的广泛使用和管理现代化水平的提高,线性规划在各个领域和各个方面的应用日益广泛。概括地说,主要有以下几个方面:

- (1) 瞄准国际国内市场需求,不断调整经济结构,包括产业结构、生产结构、分配结构、投资结构、产品结构等;
- (2) 合理分配利用各种资源,提高效益;
- (3) 企业生产组织、设备利用、劳动力安排;
- (4) 食品、化工、冶炼、制药、饲料配合等工厂企业的合理配料;
- (5) 农业生产布局、规划和计划安排;
- (6) 合理组织调运;
- (7) 工厂、仓库选址,管线架设;
- (8) 工程施工;
- (9) 军队勤务保障、计划军事行动;
- (10) 其它方面的应用。

§ 1.2 什么是白色线性规划

1.2.1 “白色是灰色的特例”

邓聚龙教授在《灰色预测与决策》一书中明确指出,“白色仅仅是灰色的特例”。白色线性规划也是灰色线性规划的特例。

所谓白色线性规划,就是指规划模型中的全部参数(包括各种系数和常量),都是已经确知的优化方法。“白色”就是透明、确知。在上述引例中甲、乙产品对煤、电、钢材的消耗系数(可记作 a_{ij}),甲、乙产品每吨可获得利润数(可记作 c_j ,称之为利益系数),以及煤、电、钢材可供量(记作 b_i ,称之为约束量或右边项),都是明明白白的。这些已经确知的参数(包括系数、常量),统称为白化参数或白色参数。

1.2.2 实用案例

从下边的两个实用案例中,可以了解到白色线性规划的特点、功能,以及它的局限性。

案例一、合理组织交通运输*

辽宁省某钢铁公司动力厂供电车间,有十三个变电所,担负着525平方公里地区的电能转供任务,点多面广;一百多名职工分散居住在各地,有的南北对流,有的舍近求远,上下班行程很长,影响职工休息,加剧了交通拥挤,超支了职工通勤费。为了合理组织职工上下班,建立了白色线性规划模型。

(1) 按就近乘车原则,将分散居住的职工并为18个点,逐点求出每个住地的职工数,得到表1的第*i*个住地的职工数

* 根据任林鹏、彭晓希所建模整理。

$a_i (i=1, 2, \dots, 18)$, 建立受住地职工人数约束的条件方程组

$$x_{1,1} + x_{1,2} + \dots + x_{1,8} = 3$$

$$x_{2,1} + x_{2,2} + \dots + x_{2,8} = 31$$

$$\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots$$

$$x_{18,1} + x_{18,2} + \dots + x_{18,8} = 1$$

表 1-1 变电系统人员分配方案

单位: 人

变电所 住地	1	2	3	4	5	6	7	8	a_i
1			3						3
2	31								31
3	3				5		1		9
4	2								2
5		9							9
6				6					6
7							7		7
8			1						1
9				1					1
10			4					4	8
11			1						1
12				5					5
13							6		6
14						3		1	4
15				2					2
16				4					4
17						3	1		4
18				1					1
b_j	36	9	9	19	5	6	15	5	104

(2) 按上班终到站将13个变电所合并为8个工作地, 并按定员确定每个工作地所需职工数, 得到第 j 个工作地所需职工数 $b_j (j=1, 2, \dots, 8)$, 建立受工作地所需职工约束的条件