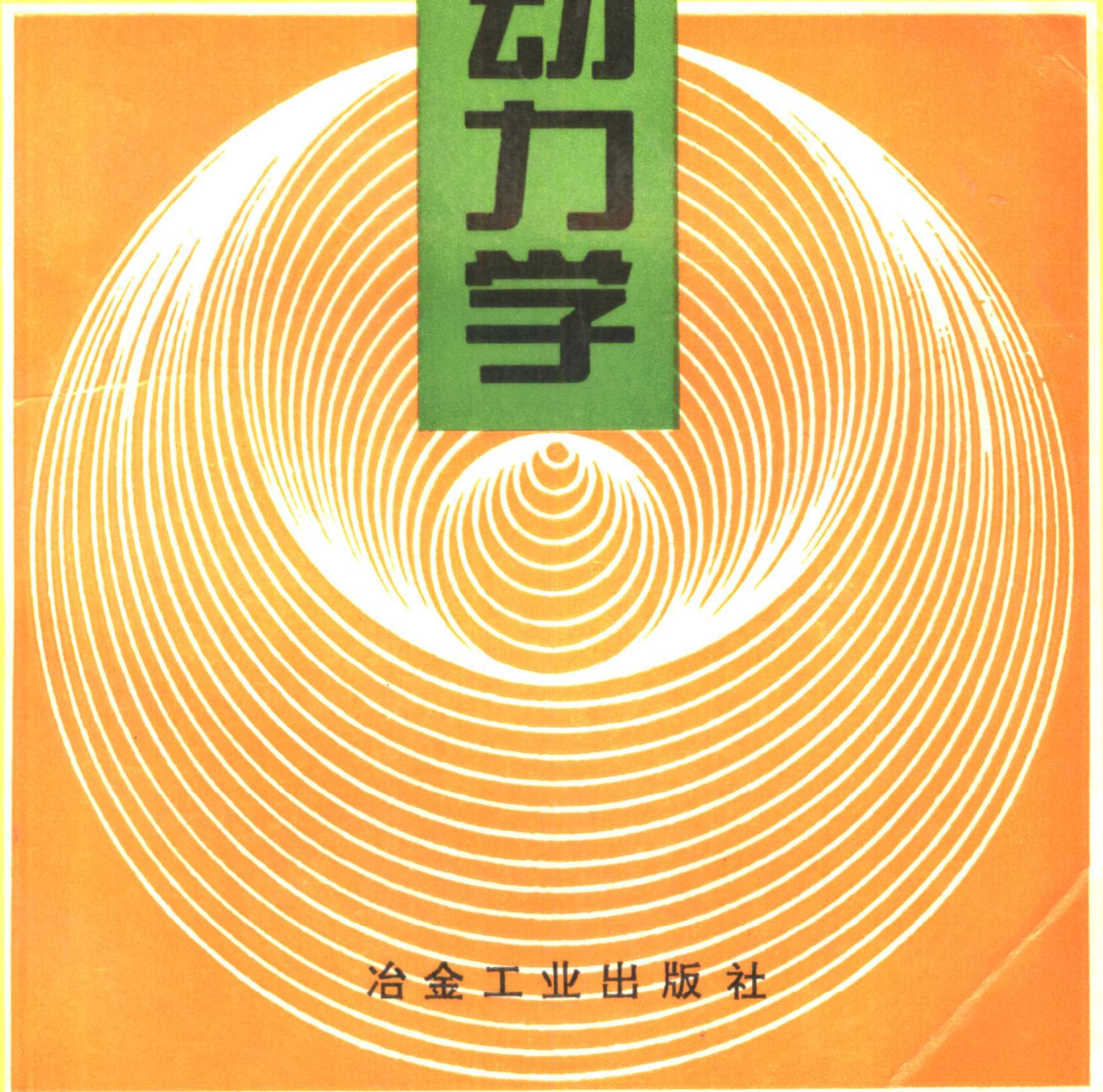


赵统武 编著

冲击钻进动力学



冶金工业出版社

冲击钻进动力学

Dynamics of Percussive Drilling

赵统武 编著

北京
冶金工业出版社
1996

图书在版编目(CIP)数据

冲击钻进动力学/赵统武编著. —北京:冶金工业出版社,
1996.

ISBN 7-5024-1822-9

~~冲击钻进动力学~~ 赵... ■. 冲击钻进-动力学 IV. P634.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 00213 号

出版人 卿启云 (北京沙滩嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009)

中国人民警官大学印刷厂印刷; 冶金工业出版社发行

1996 年 10 月第 1 版, 1996 年 10 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 14.25 印张; 332 千字; 216 页; 1-500 册

24.00 元

前 言

冲击钻进是破碎坚硬岩石的主要工序，广泛应用于采矿、铁路、水电、交通等工程施工中。在冲击钻进过程中，通过凿岩机、钎具和岩石构成的冲击凿入系统来实现力的变换和能量向岩石的传递。冲击钻进动力学是冲击钻进过程研究的理论基础。为了不断提高冲击钻进效率，完善和开发新的凿岩机具，国内外学者进行了大量的、卓有成效的工作。特别是近四十年来，冲击钻进波动力学的出现，一维波动理论在冲击钻进过程研究中完美的应用，大大加速了这一学科的发展。

本书是作者多年来在长沙矿冶研究院、中国矿业大学北京研究生部、山东矿业学院及有关厂矿讲课时所使用的讲稿基础上完成的，远不能概括这一领域的全面发展情况。主要介绍了这一学科的一些基本问题和国内外有关的重要研究结果，包括作者及其同事和研究生们近年的工作。其目的是展现本学科理论及其应用的概貌，并力图介绍一些新的研究方法和动向，提供给矿山和工程机械、岩石破碎有关专业的研究生，凿岩机具研制和使用部门的工程技术人员学习或参考。由于作者学识水平和掌握的国内外文献资料有限，疏漏、错误之处在所难免，敬请读者批评指正。

感谢长沙矿冶研究院及兄弟单位，我的同事、学生和亲人们在本书写作及出版过程中给予的关心和支持。特别感谢刘寿康、郑磊同志为本书清稿和绘图作了大量的工作。书中参考和引用了中外作者及单位的资料，在此一并致谢。

赵统武

于长沙河西左家垅

1995. 10.

PREFACE

Percussive drilling is the main technique for hard rock breaking in mining, railway constructing, hydropower station constructing, road building. The transformation of force and energy transmission to rock in the percussive drilling are fulfilled by the system consisting of a rock drill, drilling tools and the rock. In order to increase the drilling efficiency, improve and develop new drilling equipment, enormous and effective studies have been done by scholar all over the world. It is the recent 40 years that this field has been well developed with the emergence of the wave mechanics of the percussive drilling, that is, the successful application of the one dimension wave theory to the percussive drilling researches.

I compiled this book based on the lecture notes in Changsha Research Institute of Mining and Metallurgy, Beijing Graduate School of China University of Mining and Technology, Shandong Institute of Mining and Technology, and some related factories in the past. Collected new development and achievement as much as possible, this book mainly concerns basic questions and research activities around world, including my researches, my colleagues' and the graduate students' research in recent years. This book is to present an overview of the theory and application in this field, and introduce some new research methods and trends to graduate students in mining engineering and rock breaking, to engineers of developing rock drilling equipment, and to users. The discussion and suggestion to this book are welcome.

I should acknowledge Changsha Research Institute of Mining and Metallurgy and institutions mentioned above, my colleagues, my students and my family for the care and encouragement during writing and publishing the book. Special thanks to Mr. Liu Shoukang and Mr. Zheng Lei for their making a clear copy and a lot of drawings in this book. Also I am grateful to the information quoted and referred in this book from other researchers and institutions.

Zhao Tongwu
Changsha, Hunan P. R. C.
1995. 10.

目 录

1 引言	(1)
1.1 概述.....	(1)
1.2 冲击凿入的基本概念.....	(3)
1.3 波动理论的建立及对冲击钻进动力学发展的意义.....	(3)
2 凿岩机动力计算	(6)
2.1 概述.....	(6)
2.2 凿岩机气体热力学基础.....	(6)
2.3 无阀气动凿岩机的电算模拟.....	(10)
2.4 有阀气动凿岩机的电算模拟.....	(17)
2.5 液压凿岩机冲击机构的等加速模型计算.....	(21)
2.6 液压凿岩机冲击机构的电算模拟.....	(24)
2.7 电动凿岩机的电算模拟.....	(26)
2.8 点变换方法.....	(30)
2.9 凿岩机内回转机构的动力分析.....	(32)
2.10 冲击和转钎机构的统一动力方程	(34)
3 一维波动理论基础	(38)
3.1 振动和波.....	(38)
3.2 一维波动方程.....	(38)
3.3 一维波动方程的解.....	(39)
3.4 质点速度和应变关系.....	(44)
3.5 波的叠加.....	(45)
3.6 应力波在界面处的传播特性.....	(45)
3.7 活塞以速度 V_P 向杆施加碰撞的应力波传播特性	(47)
3.8 自由悬杆在冲击力作用下的运动.....	(49)
3.9 一维纵波在杆中传播的能量.....	(50)
3.10 波的衰减	(51)
3.11 考虑到杆横向效应的波动方程	(52)
3.12 波的弥散	(55)
4 活塞冲击钎杆产生的入射应力波形	
——不同几何物理参数活塞产生的应力波形特性.....	(56)
4.1 刚体活塞冲击钎杆的入射应力波形.....	(56)
4.2 单圆柱活塞冲击钎杆的入射应力波形.....	(57)
4.3 双圆柱活塞冲击钎杆的入射应力波形.....	(64)
4.4 钎杆端变径部对入射应力波形的影响.....	(74)
4.5 撞击面有局部变形的入射应力波形.....	(75)
4.6 双圆柱活塞的 DMS 模型	(78)

4.7	入射应力波形的品质因数	(80)
4.8	采用特定的活塞形状以降低峰值应力	(81)
5	岩石凿入特性	(84)
5.1	岩石在静力加载下的力-凿深特性	(84)
5.2	动力凿入试验	(87)
5.3	力-凿深曲线的理想模式	(89)
5.4	岩石的动态凿入系数	(92)
5.5	力-凿深曲线的分析	(93)
5.6	考虑凿速影响的凿入特性	(94)
5.7	岩石的压痕试验	(96)
6	冲击凿入过程的波动理论分析	(99)
6.1	凿入微分方程	(99)
6.2	刚体活塞冲击凿入系统的波动理论分析	(99)
6.3	应用刚性模型计算凿碎比功	(103)
6.4	和钎杆等直径活塞凿入系统的波动理论分析	(104)
6.5	任意入射应力波函数的普遍解	(106)
6.6	单圆柱活塞的凿入分析	(112)
6.7	双圆柱活塞凿入效率的计算	(116)
6.8	任意入射应力波形的凿入分析	(121)
6.9	不同入射应力波形的影响	(122)
6.10	最优入射应力波形和最优力-凿深特性	(125)
6.11	岩石为弹粘性模型的凿入过程分析	(128)
6.12	考虑钎头质量的凿入方程	(129)
6.13	撞击面有局部变形的凿入分析	(135)
6.14	凿入系统的数值计算方法	(137)
7	钎杆中的弯曲波	(142)
7.1	细钎杆弯曲波传播的初等方程	(142)
7.2	活塞撞击钎杆引起弯曲波的试验研究	(145)
7.3	钎杆中弯曲波能量的理论研究	(149)
7.4	钎杆弯曲波对噪声产生的影响	(152)
7.5	降低钎杆内弯曲波和噪声的方法	(154)
8	钎杆接头对应力波传播特性的影响	(157)
8.1	概述	(157)
8.2	应力波通过接头传播特性的试验测定	(158)
8.3	钎杆接头的弹性模型计算	(159)
8.4	钎杆接头的刚性模型计算	(161)
8.5	应力波通过多个接头的传播	(164)
8.6	考虑阻尼的接头模型	(168)
8.7	接头处有局部变形的模型	(172)

8.8	具有局部变形和阻尼综合影响的接头模型	(175)
8.9	接头系统的辨识研究	(177)
8.10	具有接头系统的冲击凿入效率研究	(180)
9	冲击凿入过程的随机分析	(186)
9.1	凿岩机入射应力波形及其能量的随机分布特性	(186)
9.2	钎杆的受力分析	(187)
9.3	钎杆工作载荷谱	(189)
9.4	钎杆疲劳寿命估测	(192)
9.5	岩石凿入过程的随机分布	(193)
9.6	力-凿深特性的回归分析	(195)
9.7	室内等效模拟试验原理	(197)
9.8	室内快速等效模拟试验	(199)
10	应力波法测试凿岩机冲击能的研究	(203)
10.1	凿岩机冲击能量及其测试方法	(203)
10.2	测试系统的基本原理及测试方法	(205)
10.3	吸能装置	(207)
10.4	应力波通过单摩擦点的能量传播	(207)
10.5	应力波通过多摩擦点的能量传播	(208)
10.6	吸能装置摩擦系数分布的优化设计分析	(209)
10.7	入射波采样时间和应变片粘贴位置的确定	(211)
10.8	系统的动态标定	(212)
	参考文献	(214)

1 引 言

1.1 概 述

冲击钻进在国民经济各部门中占有重要的地位，是冶金矿山、煤炭采掘、铁路、建筑施工、地质勘探及国防工程施工中不可缺少的机具，对于资源开发，能源利用具有十分重要的意义。

古代人类在伐木、制造工具、狩猎等最早的生产劳动中就已学会了利用冲击方式进行破碎和加工。我国劳动人民在古代就制造了绳钻凿水井，到战国时代又根据冲击原理发明了弩机，在火药发明之后，又相继出现了火箭、火炮等。但利用连续冲击实现钻进，是最近一、二百年发生的事情，其主要发展状况记述如下：

1813年，英国理查德·特里锡科发明以蒸气为动力的凿岩机。

1844年，英国布隆顿发明以压缩空气为动力的凿岩机。

1855年，费奥泰尼莫研制的气动凿岩机取得专利权。

1857年，意大利工程师巴里特和杰曼萨梅用他们改进的凿岩机完成德意边境隧道工程，国外将1857年作为第一台凿岩机的诞生年。

1890年，C. H. 绍屋发明活塞和钎杆分离的锤式凿岩机，逐步取代先前的一体式凿岩机。

1912年，潜孔冲击器获得专利。

1938年，德国人制成气腿和碳化钨钎头。

1951年，出现柱齿钎头。

60年代，出现独立回转冲击式凿岩机。

1970年，商品液压凿岩机出现。

解放前我国不能制造凿岩机具。1954年我国生产了第一批气动凿岩机，60年代中期我国从仿制进入到自行设计制造阶段，目前产量达数十万台。同时电动凿岩机和适于流动作业的内燃凿岩机也已批量生产。从60年代后期研制液压凿岩机，目前各部门已研制出多种型号、不同级别的液压凿岩机。钎钢过去主要依赖进口，自60年代开始在冶金部主持下组织了全国有关单位协作攻关，研制出具有我国特色的钎钢钢种；70年代建立了成品钎具生产系统，80年代末开始生产重型钎具。凿岩机主要生产厂家有沈阳风动工具厂、天水风动工具厂、宣化风动机械厂、宜春风动工具厂、衢州凿岩机厂（现浙江开山股份有限公司）等。钎杆生产厂家有贵阳钢厂、新抚钢厂、涟源钢铁厂等。钎头生产厂家全国达数百家。目前我国凿岩机具除满足国内需求外，已有小批量出口。

凿岩机具理论研究是凿岩机具产品开发、合理使用和检测技术的基础，特别是在当前激烈的市场竞争机制下，要提供高效率、低能耗、优质可靠的产品，更必须依靠精心的理论研究。国外许多大公司都十分重视其产品的基础理论研究。美国 Ingsoll-Rand 公司 80年代每年的科研投入为其销售额的4%，合1.144亿美元，其科研中心有专业人员74人，博士14人。瑞典 Atlas Copco 公司科研投入为总销售额的2.4%，计1.95亿瑞典克朗，其中

AC 研究中心负责长远基础研究，研究人员有 40 人，1/3 有博士学位。

我国自 50~60 年代即开始凿岩机具基础理论的研究，先后在凿岩机具动力分析和电算模拟、冲击钻进波动力学及凿岩机性能参数测试诸方面进行了较系统的工作，取得了一些重要成果。

冲击钻进动力学的研究内容包括：

(1) 凿岩机动力分析 研究凿岩机冲击机构和旋转机构的运动规律和动力过程，其目的是揭示凿岩机的运动特性，确定其性能参数，为完善和设计凿岩机提供依据。

(2) 冲击钻进波动力学 主要研究冲击能量在冲击凿入系统（活塞—钎杆—钎头—岩石）中的传递过程，其目的是确定能量传递效率，改善凿入系统参数，提高钻进效率。

(3) 凿岩机具受力分析及疲劳寿命估测 研究凿岩机部件及钎具的受力、工作载荷谱，并运用损伤理论估测其疲劳特性，其目的用于指导凿岩机合理的选材、结构设计，以提高其工作寿命。

(4) 岩石凿入特性 研究岩石力—凿深特性及有关破碎特性，为冲击凿入计算、预测凿速及凿入系统合理匹配提供依据。

(5) 测试系统 包括冲击钻进应力波测试系统，钎杆工作载荷谱和寿命试验系统以及凿岩机性能参数及运行试验系统。

这些理论研究结果已在凿岩机具产品开发和生产管理中获得了一系列成功的应用。例如：

(1) 凿岩机动力分析和电算模拟已在各类凿岩机开发中得到了广泛的运用，保证了产品的优良性能，大大提高了设计水平。

(2) 波动理论阐明了冲击能量在钎杆中的传播机制，钎杆重量并不象过去运用刚体碰撞理论所说的那样构成对冲击能量传递的严重影响，钎杆仅有局部变形在波的传播中产生有限的能量损耗，促进了凿岩机在深孔钻进中的发展和运用。

(3) 运用波动理论完善冲击活塞形状，细长形活塞获得的矩形入射波使能量传递效率提高并降低了钎杆应力，液压凿岩机活塞是最成功的例子（图 1-1）。

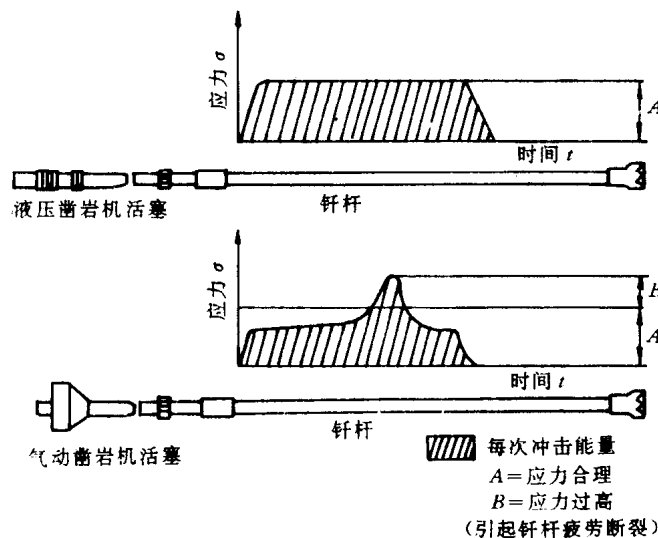


图 1-1 液压及气动凿岩机活塞入射波形比较

(4) 确定冲击凿入系统的最佳匹配, Sandvik 公司从 1990 年开始建立了模拟冲击凿岩能量传递的计算机辅助设计系统, 确定各种钎具在不同岩石中的能量传递效率, 以确定具有最佳能量传递的组合方案。对于大功率凿岩机, 如果钎具系统能量传递没有改进, 残余在钎具系统中的能量将导致钎具过早的损坏。

(5) 运用波动理论及其实验技术建立的应力波法测试凿岩机冲击能量系统, 已作为国际标准和国家标准在凿岩机性能检测中广泛应用。

1.2 冲击凿入的基本概念

冲击凿入过程目前已广泛的应用于众多技术领域, 从冲击能量仅为 0.35J 的弹簧加载钎口机直至 120 万 J 的海中打桩机 (如表 1-1 所示)。

表 1-1 冲击机械的冲击能

类 型	冲击能 (J)	类 型	冲击能 (J)
弹簧加载钎头	0.35	破碎器	690~27600
装钉机	1.38	柴油打桩机	6900~13800
手 锤	13.8	压气/蒸气打桩机	1380~1180×10 ³
手持式凿岩机	55~138	落 锤	6900~1170×10 ³
锻工大锤	276	海中打桩机	1200×10 ³
重型凿岩机	276~485		

冲击凿入的工作原理是由高速运动的冲击体 (活塞和冲锤) 对钎具施加撞击, 然后通过钎具将冲击能量传递到岩石, 转化为岩石破碎能量, 进行岩石破碎。将冲击体—钎具—岩石这一体系称为冲击凿入系统。

冲击凿入过程的物理实质是将一长时作用的力转化为一脉冲力, 这一脉冲力可在瞬时提供足够高的应力幅值, 用来破碎岩石。在这里冲击机械相当于一个能量转换器。图 1-2 表明了这一冲量和能量转换过程。

1.3 波动理论的建立及对冲击钻进动力学发展的意义

冲击钻进波动理论是近年来随着人们对冲击钻进过程和冲击机具的研究发展起来的, 它是本世纪在冲击凿岩理论研究方面最重要的进展, 也是冲击钻进动力学研究的核心。它应用一维应力波理论正确地揭示了冲击能量传递机制, 对提高冲击钻进效率, 完善冲击机具设计有重大的实际意义。

冲击钻进过程的能量传播很早就引起了人们的注意。对这一过程最初的研究只限于应用牛顿刚体碰撞理论, 但由于钎具不可忽略的弹性变形, 这是十分粗糙和不够的。一维应力波理论的发展已有一百多年的历史, 波动理论用于冲击钻进最早的研究, 可以追溯到本世纪 30 年代初期唐奈 (Donell) 和达尔 (Dahl) 的工作; 但由于对钎杆中入射应力波形和

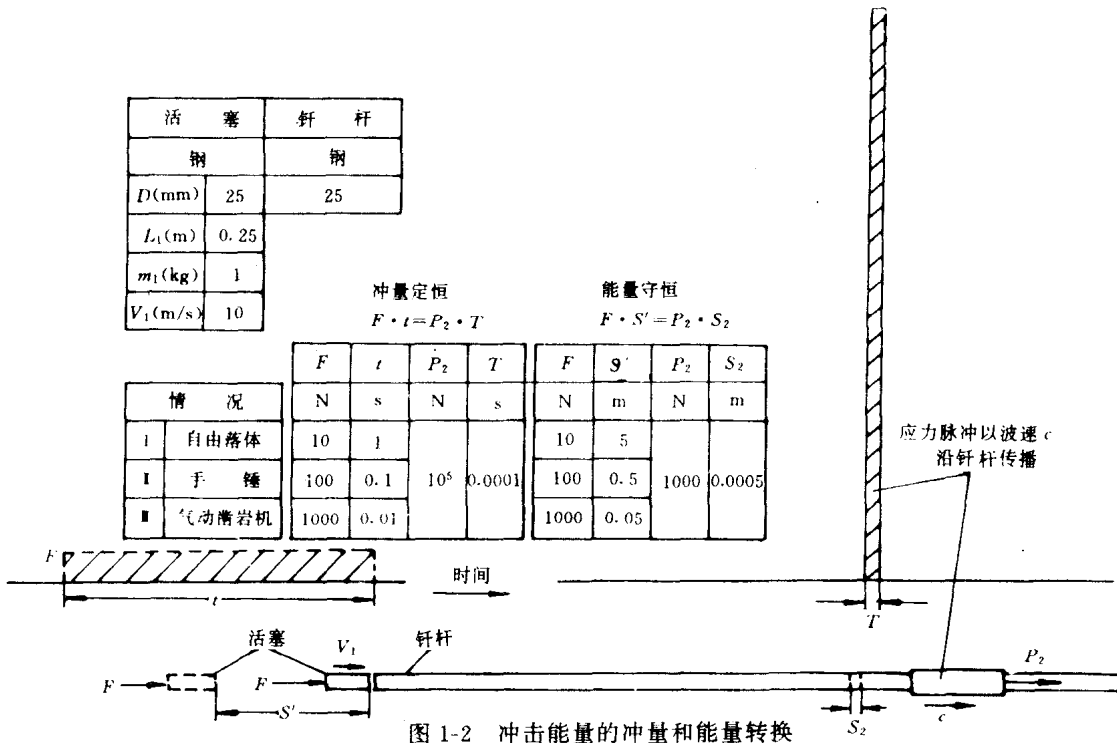


图 1-2 冲击能量的冲量和能量转换

岩石凿入特性缺乏研究，发展一直很缓慢。直到 50 年代末期，才由费希尔 (Fischer) 和阿恩特 (Arndt) 分析了钎杆中的入射应力波形，对冲击钻进过程进行了较全面的理论分析，正确地解释了冲击钻进过程。在 60 年代到 70 年代，经过费赫尔斯特 (Fairhurst)、赫斯特鲁莱德 (Hustrulid)、高岗三郎、速水博秀等人的研究和发展，奠定了冲击钻进波动理论的基础，建立了对这一过程的精确描述。

冲击钻进波动动力学的计算，最早应用圣文南 (De Saint-Venant) 的分析法。为了使计算简单化，在 50 年代，费希尔引入了德尤赫兹 (De Juhasz K. J) 的图解动力学，阿恩特运用电路中的典型模式研究了活塞 (冲锤) 撞击钎杆的波形，史密斯 (Smith) 把连续的弹性体简化为集中的质量和弹簧进行计算。这些方法都还是比较冗繁的。随着电子计算机技术的发展，这些计算工作已逐步为电子计算机所代替，目前已建立了完善的程序，可以快速给出凿入过程及系统受力的精确解答。

冲击钻进波动理论的发展，也和应力波实验技术密切相关。近代高速 A/D 转换和微计算机广泛应用，使人们可以容易地捕获和记录应力波的传播过程，为这一领域的研究提供了强有力的试验手段。

由于近年来计算方法和实测技术的突破，在 70 年代至 80 年代冲击钻进波动理论得到了进一步的发展，并把这些理论结果运用于产品和系统设计，取得了一系列重要成果。

我国学者从 60 年代即开始对这一领域的研究。在计算方法、测试技术诸方面进行了大量的工作。东北大学建立了以表算法为基础的电算方法。长沙矿冶研究院建立了应力波凿岩机冲击能测试系统，这些研究结果已在国内广泛推广应用。近年来长沙矿冶研究院又将随机分析方法引入冲击钻进波动理论的研究，给出了更为精确和实际的表述，进一步扩大了它在工程实际中的应用。

冲击钻进波动理论不单局限于研究冲击钻进，而且可以用它来研究各类冲击机具的工作和能量传递（如打桩机、铆钉机、捣固机、破碎器等）；不仅限于弹性状态，亦可扩大至塑性状态，可应用于很多重要的工业如国防领域。

2 凿岩机动力计算

2.1 概 述

为确定凿岩机性能特性, 选择正确的结构参数, 必须揭示凿岩机工作机构的运动规律, 进行动力分析。它是产品设计和结构完善的理论基础, 对提高产品性能具有重要的意义。其中包括活塞运动件的力、位移、速度、加速度曲线, 确定冲击能、冲击频率等重要性能参数。

动力分析的方法常运用试验测定(一般采用高速摄影和电测方法)和理论计算, 有时二者结合使用。由于理论模型中不可避免地要引入一些假定和忽略一些因素, 其计算结果和实际情况将存在一定的差异, 我们可根据典型的实验结果对计算模型中的系数予以必要的修正, 使计算模型逼近实际情况。

一般凿岩机活塞的运动, 涉及压气和液压的作用, 其运动方程为二阶非线性微分方程, 很难直接求解。最早是利用模拟电子计算机技术, 60~70年代开始用数字计算机进行这方面工作。艾德金斯(Adkins. R. N)运用计算机模拟程序对凿岩机给出了更加完整的分析, 他采用准稳态技术, 将凿岩机活塞的运动过程离散为若干短的时间间隔, 在每一短的时间间隔内, 视其状态参数不变。根据各种实际机构的运动方程具体编制计算程序, 逐步计算, 同时进一步考虑了活塞打击钎尾时的反弹影响(反弹系数一般可取0.1~0.3), 追踪其各个工作循环, 直到稳定运动状态。这种方法对凿岩机整个工作过程给出了更加精确的描述, 得到了广泛的运用。同时常和优化计算相结合, 给出最优的参数选择。

2.2 凿岩机气体热力学基础

气动凿岩机的动力过程可由四个方程来描述:

- (1) 气体状态方程。
- (2) 能量平衡方程。
- (3) 气体流动方程。
- (4) 活塞运动方程。

2.2.1 气体状态方程

$$PV = MRT \quad (2.1)$$

式中 P ——气室内气体的绝对压力, MPa;
 V ——气室体积, m^3 ;
 M ——气体质量, kg;
 R ——气体常数, 对于空气为 $287.1J/kg \cdot K$ 。

2.2.2 能量平衡方程

流动的物质向前方传递的能量包括动能、位能、内能和流动能四部份，其中动能、位能因数值很小，常可忽略不计；内能及流动能取决于热力状态，表达为焓

$$H = U + PV \quad (2.2)$$

对于单位质量，比焓

$$h = u + Pv \quad (2.3)$$

由热力学第一定律

$$dq = du + Pdv$$

由于 $dh = du + Pdv + vdP$ ，在定压过程中 $dP = 0$ ，有

$$dh = du + Pdv$$

则可得 $dq = dh$

由于比焓可表示为 $h = f(T, P)$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP$$

对定压过程得 $dP = 0$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT$$

按定压比热定义 $C_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_P = \left(\frac{dh}{dT} \right)_P$ ，则得出

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$$

由于焓是温度的单值函数 $\frac{\partial h}{\partial T} = \frac{dh}{dT}$

则 $C_p = \frac{dh}{dT}$

对于温度为 T_0 的理想气体在气室入口的比焓

$$h_0 = C_p T_0 \quad (2.4)$$

气体质量 dM 流入气室，假设过程是绝热的，向气室传递的能量

$$dH = h_0 dM = C_p T_0 dM \quad (2.5)$$

根据能量守恒，向气室传递的能量将等于气室内能的增量和膨胀功之和

$$dH = dU + PdV \quad (2.6)$$

同样由热力学第一定律

$$dq = du + Pdv$$

对于定容过程有

$$dq = du$$

由于内能是气体的状态函数，可以表示为

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv$$

对定容过程

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT$$

按定容比热定义, $C_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_v = \left(\frac{du}{dT} \right)_v$

$$C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

对于理想气体, 内能是温度的单值函数 $\frac{\partial u}{\partial T} = \frac{du}{dT}$, 则

$$C_v = \frac{du}{dT}$$

$$dU = C_v M dT \quad (2.7)$$

将式 (2.5) (2.7) 代入 (2.6) 式, 得

$$C_p T_0 dM - C_v M dT = PdV \quad (2.8)$$

对于理想气体有

$$C_p = \frac{dh}{dT} = \frac{d(u + Pv)}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d(Pv)}{dT} = C_v + \frac{RdT}{dT} = C_v + R$$

上式称为 Mayer 公式。引入绝热指数 $K = \frac{C_p}{C_v}$, 则可导出

$$C_p = \frac{K}{K-1} \times R \quad C_v = \frac{1}{K-1} \times R$$

代入 (2.8) 式有

$$\frac{K}{K-1} RT_0 dM - \frac{1}{K-1} R M dT = PdV$$

$$\frac{K}{K-1} RT_0 dM - \frac{1}{K-1} R M d \left(\frac{PV}{MR} \right) = PdV$$

整理得到气室压力微分方程

$$dP = \frac{K}{V} (RT_0 dM - PdV) \quad (2.9)$$

由热力学知, 绝热过程方程

$$PV^K = \text{const}$$

式中 K 为绝热指数, 根据气体状态方程 $\frac{PV}{T} = \text{const}$, 得

$$\left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{K-1}{K}} \quad \text{可变换为} \left(\frac{T + dT}{T} \right) = \left(\frac{P + dP}{P} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

即

$$1 + \frac{dT}{T} = \left(1 + \frac{dP}{P} \right)^{\frac{K-1}{K}} = 1 + \frac{K-1}{K} \frac{dP}{P} + \frac{K-1}{K} \left(\frac{K-1}{K} - 1 \right) \frac{1}{2!} \left(\frac{dP}{P} \right)^2 + \dots$$

忽略高阶无穷小项

$$\frac{dT}{T} = \frac{K-1}{K} \frac{dP}{P}, \quad dT = \frac{T}{P} \times \frac{(K-1)}{K} dP$$

代入 (2.9) 式得

$$dT = \frac{T}{P} \times \frac{K-1}{v} (RT_0 dM - PdV)$$

$$= \frac{TR}{VP} [(K-1)T_0 dM] - \frac{K-1}{V} T dV$$

$$\begin{aligned}
&= (K-1)T_0 \frac{dM}{M} - \frac{K-1}{V} T dV \\
&= (K-1) \left[T_0 \frac{dM}{M} - T \frac{dV}{V} \right]
\end{aligned} \tag{2.10}$$

上式为气室内温度的微分方程式。

2.2.3 气体流动方程

流入和排出前后气室质量秒流量

$$G = \frac{dM_i}{dt} = F\omega\rho \quad (\text{kg/s})$$

式中 F ——孔口面积, m^2 ;
 ρ ——密度, kg/m^3 ;
 ω ——气体流速, m/s 。

当气体流速为超音速时, 即

$$\frac{P_j}{P_i} \leq \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\left(\frac{K}{K-1} \right)} = 0.528$$

式中 P_j 、 P_i ——气道出口和进口处的压力。

$$\begin{aligned}
G_i &= F_i \eta P_j \sqrt{\frac{K}{RT_i} \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\left(\frac{K+1}{K-1} \right)}} \\
&= F_i \eta \frac{P_2}{RT_2} \sqrt{KRT_2}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

当气体流速为亚音速时, 即 $\frac{P_j}{P_i} > \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K}{K-1}} = 0.528$

$$\begin{aligned}
G_i &= F_i \eta P_i \sqrt{\frac{2}{RT_i} \left(\frac{K}{K-1} \right) \left[\left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{2K} - \left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\frac{1+K}{K}} \right]} \\
&= F_i \eta \frac{P_2}{RT_2} \sqrt{\frac{2K}{K-1} R(T_1 - T_2)}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

式中 η ——流动阻力系数。

2.2.4 活塞运动方程

$$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{1}{M_p} (P_1 A_1 - P_2 A_2) \tag{2.13}$$

式中 M_p ——活塞质量;
 X ——活塞位移;
 A_1 、 A_2 ——相应前后气室活塞的有效端面积;
 P_1 、 P_2 ——前后气室内气体的压力。

根据上述的微分方程组, 首先根据给定的初始参数值, 根据活塞运动方程计算在一时间微元中的加速度、速度和位移。然后根据气体流动方程算出进入和排出气室的气体流量, 最后再