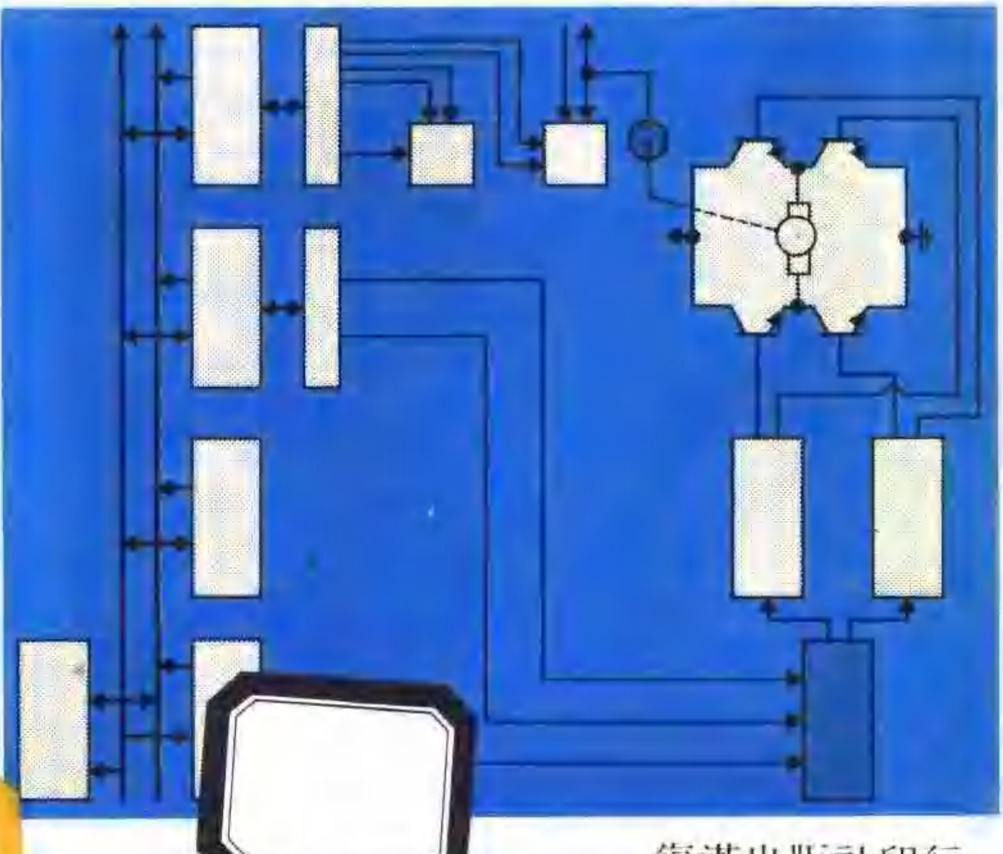
大專教材

微處理器數位控制

Digital Control using Microprocessors

PAUL KATZ
Technion–Israel Institute of Technology
黎文明譯著



復漢出版社印行

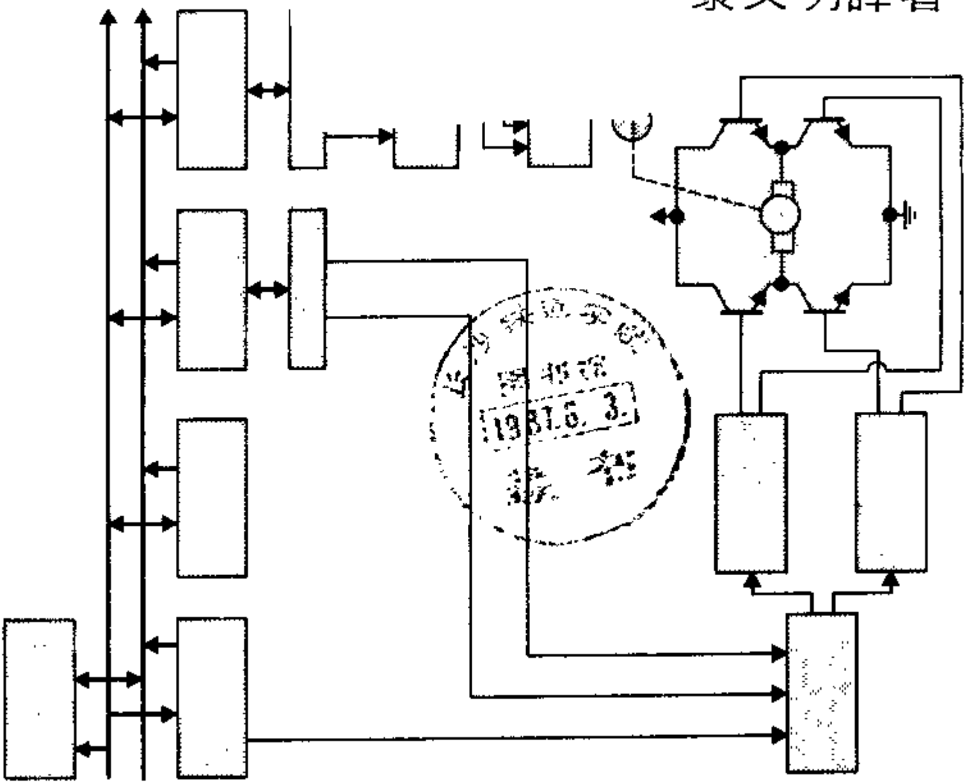
微處理器數位控制

Digital Control using Microprocessors

PAUL KATZ

Technion–Israel Institute of Technology

黎文明譯著



復漢出版社印行

中華民國七十五年一月出版

微處理器數位控制

原著者：PAUL KATZ
譯著者：黎文明
出版者：復漢出版社
地址：台南市德光街六五～一號
郵政劃撥〇〇三一五九一－三號
發行人：沈岳林
印刷者：國發印刷廠

B 平裝二〇〇元
精裝二四〇元

本社業經行政院新聞局核准登記局版台業字第〇四〇二號

序

微處理機控制器的設計是一個不斷變更和迅速發展的課題。根據我的經驗，那些剛從學校畢業的青年工程師們很快就能掌握這門技術，相反，那些在連續控制器的設計方面很有經驗的工程師們都會感到由連續回路的設計轉到微處理機的程式編製並非一件易事。

然而，由於絕大多數被控對象都是連續的，因此在設計連續系統控制器方面所獲得的經驗仍然是十分有用的。實際上所有數位控制系統的設計都建立在連續系統設計方法的基礎上。因此本書的另一目的就是幫助那些在連續控制方面已有一定經驗的控制工程師們轉向數位控制的設計。

過去幾年裡，在數位處理和數位濾波方面出版了許多優秀的著作。但需注意，在信號的數位處理和數位控制之間是有某些差異的。信號的處理並不總是在即時情況下進行，而是允許有一定的延遲。而在即時，則採用數的浮點表示與捨入表示。與此相反，微處理機進行數位控制是即時的，並且只使用定點二進制的補數運算，因而數是截尾的。此外，設計者在實際實現數位控制時其主要精力集中在有限字長、採樣頻率的選擇算法的巧妙編程、確定所有變量和係數的比例因子，類數（A／D）和數－類（D／A）轉換裝置的選擇等問題上，這些問題都在本書中予以強調，並配有恰當的實例。

已經發展得相當完善的根軌跡法和波德圖法仍然是有用的，不過無需掌握繪製精確曲線圖的全部技術，因爲目前對絕大多數計算機系統來說，都有現成的計算和描繪這些曲線的計算機程式可供利用，能快速指出這類曲線的主要好處在於設計師能對控制系統作出初步設計。本書已包含根軌跡及波德圖的近似描繪規則。因爲它們對於用w平面研究數位控制極爲有用。

本書是根據我和我的同事們在設計微處理機數位控制器方面的經驗寫出的，材料的選擇及安排是按作者講授數位控制課程一學期的內容確定的。

本書是針對大學四年級學生及從事實際工作的工程師寫成的，對有關定理的詳細證明將壓縮到最小限度，書中所舉的絕大多數微控制器例子都是實際使用的系統。

第一章介紹離散、線性、非時變系統的理論，著重講述連續系統離散化的概念。第二章敘述連續控制器理論的數位控制器設計方法，並闡明了由於採樣而引起的各種現象，例如信息混疊。此外，還對各種連續控制器的所有離散化方法作了比較。第三章研究離散域中的設計方法，這不是先對連續控制器進行設計的方法，但也不意味著這是拋開以往設計連續控制器的經驗而另建立起來的方法。第四章探討用狀態變量法研究多輸入-多輸出離散控制系統。並簡單闡述了極點配置、觀測器設計以及線性最優控制。定理及證明放在附錄A中。第五章的內容為數位控制器在微型計算機上的實現，並論述了各種不同的實現方法。對微型計算機開發系統作了一般性的綜述。第六章對設計者來說是最重要的一章。實際數字補數算法，包括由量化而引起的全部誤差，是設計者主要關心的問題。不正確的數字編程可能會破壞一個設計得很好的數位控制器的特性。在本章中，所有這些誤差以及伴隨出現的數字現象都將予以討論。此外還根據理論及經驗向讀者推荐了合理的程式編製方法。第七章討論與第六章有關的內容，即採樣頻率的選擇問題。增加採樣頻率就要求增加字長，為了經濟起見，設計師力圖把兩者都減少。本章還介紹了兩個與採樣頻率有關的新概念—響應逼真度（fidelity of response）和粗糙度函數（roughness function）。第八章和第九章介紹設計實例，並有詳細的說明，用以說明以前各章的定理及結論。這是些實際應用的系統，並非課堂練習，在演算中將使用以前各章的定理及結果，附錄A和B包含了第四章和第七章中討論過的內容之詳細解釋及一些定理的證明。

P.K.

目　次

第1章　分析背景

1.1　簡介

本書討論以線性、定常、離散系統爲模式的控制問題。理論部份的實例可能包含臨界或限幅器之類的非線性元件，但是，假定系統的特性基本上是線性的和隨時間緩慢變化的，對連續控制系統的數據進行線性採樣的理論，在五十年代就已經發展起來了，這種理論在許多經典的教科書中都有所論述（見RA-1，JU-1　）。不是由於採樣數據理論，而是隨着數位計算機應用的日益增加，促使人們對數值分析有強烈的興趣，特別是對數值積分法，數據的內插、外插和濾波，以及用矩陣處理 n 維系統的狀態空間和連續系統的離散模型化等方面。在過去的二百年中，數學家們提出的有關數值分析和線性代數的許多方法和理論，在五十年代和六十年代又被控制工程師和計算機科學家們重新提出來了。

爲了把多變量數位控制理論和古典的單輸入－單輸出採樣數據理論區分開，在本書中用“離散化”這個名詞來代替採樣這個名詞。

離散或數位控制的數學理論與採樣數據理論相似，所不同的只是前者包括純離散系統。此外，多變量系統可很容易地用線性狀態空間法來研究。

由於上述原因，本章內容分爲以下三部份：

(i)　用線性差分方程描述的線性離散系統。

(ii)　線性離散系統的 z 變換表示。

(iii)　線性連續系統的離散化（採樣），離散化系統的特性以及 s 平面與 z 平面之間的關係。

爲了便於教學，在本章末尾的附錄（A中，概略地介紹了有關採樣數據理論。

1.2　線性、定常、離散系統

假定讀者對線性系統理論的基本概念是熟悉的。

離散動態系統可以用下列方法來建立模式或表示：

(i) 離散（或差分）方程。

(ii) 脈衝響應。（Impulse Hsponse）

(iii) 轉換函數。（Transfer function）

1·2·1 系 統

系統 S 把輸入 u 轉換成輸出 x，這可由圖 1·1 所示的方塊圖來表示。

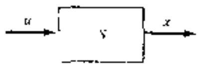


圖 1·1 離散系統

輸入 u 是一串數，$u=\{u_0, u_1, \cdots\cdots, u_i\}$，輸出也是一串數，$x=\{x_0, x_1, \cdots\cdots, x_j\}$，對於多維系統來說，$u$ 和 x 都是向量。

通常，這個關係式可用下式來表示：

$$x = S(u) \tag{1·1}$$

式中 S 是定義系統的變換。

下面，定義線性、定常及脈衝響應的概念，轉換函數的概念將在 z 變換這一節中介紹。

1·2·2 線 性

如果滿足疊加原理，則系統的變換 S 是線性的，即

$$x = S(au+bu') = aS(u)+bS(u') \tag{1·2}$$

在這種情況下，x 是 u 的線性函數。即 S 是線性運算子。

1·2·3 定 常

如果系統的響應與輸入 u 的作用時刻無關，則系統 S 是定常的。

如果以 i 和 k 表示無關因次時間，那麼，對於所有的 $k \geq 0$：

$$S(u_{i-k}) = X_{i-k} \tag{1·3}$$

式中

$$u_{i-k} = 0 \quad (i = 0, 1, 2, \cdots, k-1)$$

1·2·4 脈衝響應

令h_i是系統S在$i=0$時的單位脈衝響應，則按照輸入－輸出關係，如果，有$u_0=\{1,0,0,\cdots,0\}$，則：

$$x=S(u_0)=\{h_0,h_1,\cdots,h_i\} \qquad (1\cdot4)$$

脈衝響應h_i表示了系統S的特性，它的表示可以用解析的方式或根據經驗指出。

輸入－輸出關係是建立在線性疊加原理基礎上的。

輸出是各個單脈衝響應之和。

$$x_i=\sum_{k=0}^{i}h_k u_{i-k} \quad u=\{u_0,u_1,\cdots,u_i\} \qquad (1\cdot5)$$

x是u的線性捲積。

例：

$$h_i=(0.1)^i$$

$$u_i=1,1,1,\cdots,1,$$

$$x_i=\sum_{k=0}^{i}(0.1)^k=\frac{1-(0.1)^{i+1}}{1-0.1}$$

1·2·5 離散時衝系統

所用的符號：

t＝時間，

i＝整數$(0,1,2,\cdots)$，

T＝兩個採樣點之間的時間間隔，

f_S＝採樣頻率，

w_S＝採樣角頻率。

這些變量之間有如下關係：

$$\left.\begin{aligned} i&=\frac{t}{T}\\ w_S&=\frac{2\pi}{T}(\mathrm{rad/s})\\ f_S&=\frac{1}{T}(\mathrm{Hz})\end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot6)$$

下面通過一個例子來說明離散時間函數 $f(i)$。

$f(i)$— 離散時間函數　　　$i = 0,1,2 \cdots$

$f(i) = 0.5i^2 + 2i$

$f(t)$— 連續時間函數

　　t —連續變量

$$f(t) = \frac{0.5}{T^2}t^2 + \frac{2}{T}t$$

$f(i)$ 可分成 解析表示。例如 $f(i) = 0.5i^2 + 2i$
　　　　　表格表示。如下

i	0	1	2	3	4
$f(i)$	0	2.5	6	10.5	16

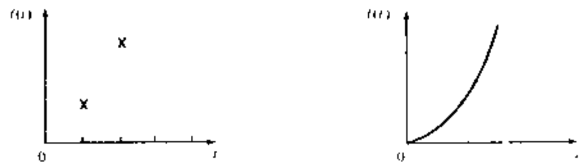


圖 1-2　$f(i)$　離散時間函數
　　　　$f(t)$　連續時間函數

$f(i)$ 可以通過對連續函數進行採樣而獲得，或者也可以把它看成是純離散現象。例如，每年事故的發生次數。

在本書中，$f(i)$通常是對連續函數 $f(t)$進行採樣得到的，也就是 $f(iT) = f(t)$，用一個簡單的符號 $f(iT) \triangleq fi$ 來表示這個關係。有些文獻中不用 i 而用其他的符號，例如 n 或 k，在本書中，n 均爲系統的階數。

1.3 有限差分的計算

有限差分的計算是一種解析法，它可以幫助我們對離散系統進行計算、綜合和分析。這種方法與描述連續動態系統的線性微分方程相似。本書所採用的計算方法的結構與微分方程相類似。

這裡，再次假定讀者對線性微分方程和它們在 S 平面上的表示方法

是熟悉的。爲了使這種變換容易理解，總是把離散情況和連續情況進行比較。

1·3·1 離散方程

和微分方程一樣，離散方程描述的是因變量 x 與自變量 i 之間的關係，外作用 u_i 和（或）初始條件 $x_0, x_1, \cdots$，同時激勵的系統。

離散方程的定義可由方程（1.7）表示：

$$b_0 x_{i+n} + b_1 x_{i+n-1} + \cdots b_{n-1} x_{i+1} + b_n x_i = u_i \quad (1.7)$$

式中 n 是方程（系統）的階數。

一階齊次離散方程具有如下的形式：

$$b_0 x_{i+1} + b_1 x_i = 0 \quad (1.8)$$

例：

x_i 爲第 i 次計數時的細胞數。

B 是細胞繁殖率，A 是細胞的死亡率。

下一個計算時刻可得到 $x_{i+1} = (B-A)x_i$。

故一階離散方程爲：

$x_{i+1} + (A-B)x_i = 0$，而 x_0 爲其初始條件。

二階離散方程具有如下形式：

$$b_0 x_{i+2} + b_1 x_{i+1} + b_2 x_i = u_i \quad (1.9)$$

例：

求浮橋的總撓度。

一個有 m 段的浮橋，在 $i+1$ 段的撓度 x_{i+1} 取決於載荷 u_{i+1}，彈性係數 k 及兩相鄰段之間的撓度（見圖1.3），A 與扭轉剛度成正比。

$$x_{i+1} = 1/k\, u_{i+1} + Ax_i + Ax_{i+2}$$

注意：這是一個很特殊的例子，本書中只有此例的自變量 i 不是時間。

一個 n 階段離散方程或者離散方程組可以用 n 個一階方程來表示。

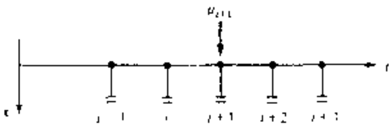


圖 1·3 二階離散方程的例子，浮橋的撓度

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} b_{11} \cdots & \\ \vdots & \\ & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} u_i \qquad (1.10)$$

可以把 n 階狀態空間的系統化成一階離散矩陣形式：

$$\overline{x}_{i+1} = B\overline{x}_i + Gu_i \qquad (1.11)$$

例：

研究 $\alpha - \beta$ 雷達跟踪

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{y}_i &= y_{i-1} + T_{i-1}\ \nu_{i-1} \\ y_i &= \widetilde{y}_i + \alpha\,(u_i - \widetilde{y}_i) \\ \nu_i &= \nu_{i-1} + \frac{\beta}{T}(u_i - \widetilde{y}_i) \end{aligned}\right\} \text{一階差分方程組}$$

式中：

y_i 一在 i 時刻的目標距離

$\widetilde{y}_i$ 一 y_i 在 $i-1$ 時刻的預報值

ν_i 一在 i 時刻速度的估值（ $\nu = \dot{y}$ ）

u_i 一距離測量中的噪音

上列方程組可寫成狀態變量的形式：

$$\begin{bmatrix} \widetilde{y} \\ y \\ \nu \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & T \\ 1-\alpha & 0 & 0 \\ -\frac{\beta}{T} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{y} \\ y \\ \nu \end{bmatrix}_{i-1} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \\ \frac{\beta}{T} \end{bmatrix} u_i$$

1·3·2 差分方程

表示離散方程的另一種方法是分析因變量兩個相鄰值之間的差分特性。用一階前向差分$\triangle x_i \triangleq x_{i+1} - x_i$可以把離散方程變換成差分方程：

$$a_0\triangle^n x_i + a_1\triangle^{n-1}x_i + \cdots a_{n-1}\triangle x_i + a_n x_i = u_i \quad (1.12)$$

高階差分的定義與一階差分的定義相類似，即：

$$\triangle^n x_i \triangleq \triangle(\triangle^{n-1}x_i) \quad (1.13)$$

根據這個定義，二階前向差分具有如下形式：

$$\begin{aligned}\triangle^2 x_i &\triangleq \triangle(\triangle x_i)\\ &= \triangle x_{i+1} - \triangle x_i\\ &= x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i\end{aligned} \quad (1.14)$$

例：

非線性的蓄熱過程可以近似地用最近的三次測量結果表示：

$$Q_i = K_1(T_i - T_{i-1}) + K_2[(T_i - T_{i-1}) - (T_{i-1} - T_{i-2})]$$
$$Q_i = K_1\triangle T_i + K_2[\triangle T - \triangle T_{i-1}]$$
$$Q_i = K_1\triangle T_i + K_2\triangle^2 T_i$$

下面再說明兩個有用的性質：

（i）兩個離散函數乘積的一階前向差分是：

$$\triangle(f_i g_i) = f_{i+1}\triangle g_i + g_i\triangle f_i \quad (1.15)$$

證明

$$\begin{aligned}\triangle(f_i g_i) &= f_{i+1}g_{i+1} - f_i g_i\\ &= f_{i+1}g_{i+1} - f_{i+1}g_i + f_{i+1}g_i - f_i g_i\\ &= f_{i+1}(g_{i+1} - g_i) + g_i(f_{i+1} - f_i)\end{aligned} \quad (1.16)$$

（ii）離散方程和差分方程的關係：

$$\left.\begin{aligned} b_k &= \sum_{p=0}^{k}(-1)^{k-p}C_{k-p}^{n-p}\,a_p \\ a_k &= \sum_{p=0}^{k}C_{k-p}^{n-p}\,b_p \end{aligned}\right\} \quad (1.17)$$

方程（ 1.17 ）在差分方程係數和離散方程係數之間建立起聯繫，反之亦然。

1·3·3 線性、定常、離散（或差分）方程的解

解離散方程的典型方法與解微分方程的方法相似。

齊次方程的解

典型解（齊次方程）

已知：

$$b_0x_{i+n}+b_1x_{i+n-1}+\cdots b_nx_i=0$$

並假設 $x_i=\lambda^i$ 是上述方程的一個解，那麼

$$x_{i+n-k}=\lambda^{i+n-k}$$

對於所有的 k ，$0\leqslant k\leqslant n$ ，有

$$\underbrace{\lambda^i[b_0\lambda^n+b_1\lambda^{n-1}+\cdots+bn]=0}_{\text{the characteristic equation.}} \quad (1.18)$$

上述方程的通解是其將性方程的各個根（ λ ）的線性組合。

例：

$$x_{i+2}-3x_{i+1}+2x_i=0$$

其特性方程爲：

$$\lambda^2-3\lambda+2=0\Rightarrow\lambda=2,1$$

原方程的解是：

$$x_i=C_12^i+C_2$$

注意：λ^i 在離散方程中的地位與 $e^{\lambda t}$ 在線性、定常微分方程中的地位相同的。

根 λ 的值描述了解 x_i 的固有特性，假定其中一個根是實數，則