

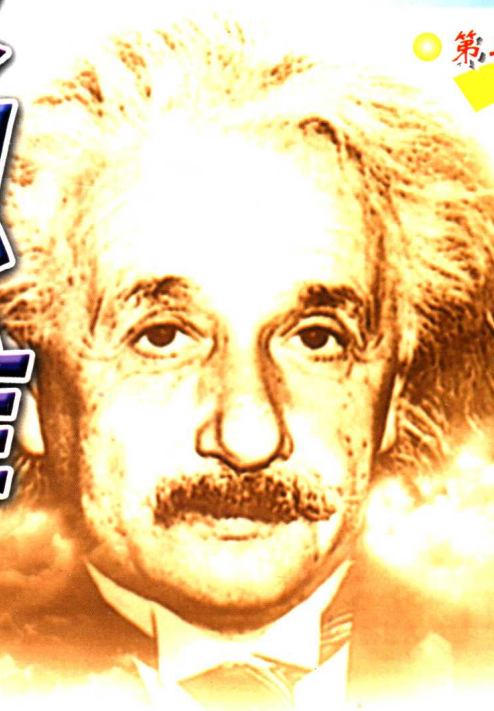
根据教育部新大纲和2004年新教材编写

丛书主编 希 扬

发散思维

大课堂

● 第二次修订版



同步最新教材

导引思维发散

点燃智慧火花

培养创新能力

高二数学 (下)

本册主编 源 流



龍門書局
www.sciencep.com

发散思维大课堂

高二数学

(下)

第二次修订版

源 流 本册主编

源 流 叶畋田 王惠英 于建东
陈明铸 郭莉君 郭浩茹 丁 一 编 著
林 丰

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160, 13501151303(打假办)

图书在版编目(CIP)数据

发散思维大课堂. 高二数学. 下/希扬主编; 源流分册
主编; 源流等编著. —修订版. —北京: 龙门书局, 2003
ISBN 7-80160-400-8

I. 发… II. ①希…②源…③源… III. 数学课-高中-教学
参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 081862 号

责任编辑: 徐菡 / 封面设计: 郭建

龍 門 書 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国人民解放军第 1201 工厂印刷

科学出版社发行 各地书店经销

*

2002 年 1 月第 一 版 开本: A5(890×1240)

2003 年 12 月第二次修订版 印张: 10 3/4

2003 年 12 月第三次印刷 字数: 333 000

印数: 130 001—190 000

定 价: 12.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

出版说明

《发散思维大课堂》以它特有的风采,红红火火地走过了五个春秋,其销量已近 60 万套。无数莘莘学子因为有了它,学习变得轻松,梦想得以成真——考取重点高中、重点大学。

2003 年的《发散思维大课堂》在继续保留原有基本内容的基础上,根据教改的新形势、教材的新变化和广大读者要求,做出以下重大修订:

一、适应综合考试和素质教育的大趋势,本丛书通过修订删去陈题,增补 2002 年中(高)考新题、动向题、开放题、探索题,特别是结合现实生产、生活和科学技术热点问题的单学科综合题、多学科综合题、实践综合应用题等等,选题精当,解法新颖,源于教材,宽于教材,高于教材。

二、新辟“单元小结”内容,包含如下栏目:

知识整合网络 梳理知识结构,构建知识网络,使本章内容化零为整,易于记忆和整体把握。

学习方法指导 启发解题思路,点拨方法技巧,提升自主学习能力。

高(中)考信息传递 提供翔实信息,引导思维联想,洞察高(中)考的发展趋势及命题动向。

高(中)考名题赏析 原题精彩回放,名师妙笔点评,揭示解题规律,提高应试能力。

课本习题提示 为解题有困难的学生点拨思路。

三、按照新课程标准改革的要求,增加了“课标本”;并增加了初、高中的“政治”“历史”“地理”“生物”等十二门课程,丛书门类齐全,普遍适用于全国各省(市)、自治区。

修订后的《发散思维大课堂》将给读者一个新的境界、新的方法、新的理念、新的目标;将以更科学的思维训练,更实用的学习指导,更广泛的适用层次、满足广大同学的需要。

希扬 源流

2003 年 10 月

《发散思维大课堂》丛书



主 编：希 扬

副主编：源 流

编 委：孙济占 张功俭

王兴桃 陆仁章

丁赉禧 宋 力

贾振辛 徐 菡

启动发散思维 挖掘深层智能

——《发散思维大课堂》序

《发散思维大课堂》是我们奉献给广大读者的涵盖中学主要课程且与现行教材同步的素质教育辅导丛书。培养和造就无数有慧心、有灵气、会学习、能创新的人才，是我们教育和出版工作者的神圣使命；而引导中学生学会科学思维的方法，借以挖掘自身潜能，提高学习质量、效率和整体素质，是我们研究的重大课题。

思维是人类特有的一种脑力活动。孔子说“学而不思则罔”。“罔”即迷惑而无所所得。意思是说，只读书而不思考，就等于没有读书。哲学家哥德也曾风趣地说：“经验丰富的人读书用两只眼睛。一只眼睛看到纸面上的话，另一只眼睛看到纸背面的话。”“纸背面的话”就是指思维，指要思要想，要多思多想。这些至理名言深刻地揭示了思维与学习的辩证关系。

发散思维，即求异思维。它包括横向思维、逆向思维及多向思维。它要求你放开眼界，对已知信息进行分析、综合，并科学加工，从而收到“一个信息输入，多个信息产出”的功效。它的特色，表现在思维活动的多向性；它的功能，表现为可以开启心扉，震撼心灵，挖掘深层信息，架设起由已知、经可知、达未知的桥梁，创造出新的思路和解法；它的操作，要求从一点出发，向四周辐射，“心骛八极，思接千载”，从而编织起信息网络，达到思维的预想目标。

近年来，笔者发现一些具有远见卓识的学者、教师、出版家，已将“发散思维”引入中学课堂，取得可喜成果。师生们称赞说，运用发散思维“进行思维与灵魂的对话”，使我们深深体味到了“纸上得来终觉浅，心中悟出方知深”的真谛；不仅开阔了视野，而且取得了举一反三、触类旁通的效果。

鉴于发散思维的良好效应,我们特邀了对这方面有建树的老师,将这种创新思维运用到语文、英语、数学、物理、化学等教学之中,并精心设计出学生易于接受且独具特色的这套素质教育丛书。

这套丛书具有显著的四大特点,每一个特点都体现创新意识。

1. 高标准 指在如林的教辅读物中,它博采众家之长,自成体系。它不仅传播知识信息,更着重进行科学思维与方法的点拨,能促使学生学会思考、学会分析、学会应用。

2. 新角度 指它在中学主要课程中对教材的处理和试题的设计运用了发散思维,对重点难点的点拨与导练,呈现出新的模式和跨越,蕴涵着对学生智能的深层开发。

3. 大视野 指丛书眼界开阔,立足课内,向课外拓展,知识面宽,信息量大,涵盖率高;且以人才开发为动力,坚持“一切为了学生,为了一切学生”的原则;体现了智力开发的针对性与具体操作的实用性。

4. 广思路 指引导学生从多角度思考和切入问题,并向纵深发展。它不仅探索了多种信息的深邃内涵,也着力探索了信息的广阔外延;力图培养与规范学生驾驭信息的能力,激发他们去寻找自己新的增长点。

好书凭借力,送君上青云。古人说:“君子爱人,必教之以其方。”这套丛书会教你:“博学之,审问之,慎思之,明辨之,笃学之。”尤其能助你学会思考!

寸有所长,尺有所短。发散思维教学毕竟是近年来在教学百花园中出现的新事物,目前尚难尽善尽美。万望朋友们不吝赐教。

希 扬

2000年1月



发散思维即求异思维,它从一点出发沿着多方向达到思维目标。用图表示,它就是从一点出发向知识网络空间发出的一束射线,使之与两个或多个知识点之间形成联系。它包含横向思维、逆向思维及多向思维。发散思维具有多向性、变通性、流畅性、独特性的特点,即思考问题时注重多思路、多方案,解决问题时注重多途径、多方式。它对同一个问题,从不同的方向、不同的侧面、不同的层次,横向拓展,逆向深入,采用探索、转化、变换、迁移、构造、变形、组合、分解等手法,开启学生心扉,激发学生潜能,提高学生素质,这对造就创造性人才至关重要。

本套丛书力求贴近整个教学环节,立足于培养学生的创造思维能力,增强学生思维的灵活性、拓展性,以便提高学生解决实际问题的能力。为此,我们紧密联系学生学习实际,全面深入反映近年来的全国高考、各省市中考的试题。紧扣教学大纲和现行教材,从初一到高二,按现行教材同步到每个章节或单元。

基本目标要求 使学生学会运用目标管理的方法,掌握学习重点和方向,做到有的放矢,学习每章(或每单元)可达到预期的学习目的和效果。

基础知识导引 高度概括每章(或每单元)的内在知识体系,精辟分析中、高考的知识点。

重点难点点拨 以画龙点睛之笔突出重点、难点,以此作为展开发散思维的主线。

发散思维导练 是本套丛书的主体结构,它分为以下两部分:

发散思维分析 从知识点、重点、难点出发,分析本章(或本单元)的知识内容、相互关系,并运用发散思维方法揭示思维规律,突出解题规律,以达到融汇贯通的目的。

发散思维应用 精选典型例题,通过重点问题的多角度、多侧面、多层次的发散思维,透析、培养学生概念辨析、综合概括、转化变换、思维迁移、逆向

运用、实验设计、书写表达、多解多变的全方位能力。

巩固基础训练 提高能力测试 可以帮助学生借此检验课堂学习效果；同时家长可借此考查学生对课本各章节知识的掌握程度。

本书用到如下各种发散思维：

题型发散 是将典型问题，变换其题型的一种发散思维。

解法发散 是通过一题多法、多题一法进行变通训练的发散思维。

纵横发散 是通过两个或多个发散点间的联系以及发散点与其它知识点的联系，借助例题形成发散思维。

转化发散 是通过保持原命题的实质而变换其形式的发散思维。

组合发散 将多个发散点组合起来形成的一种发散思维。

迁移发散 是用信息迁移或方法迁移解决新情景问题的一种发散思维。

分解发散 是把一个复杂命题分解成一些单纯命题，并逐个加以分析和解决的发散思维。

逆向发散 是由目标至条件的定向思考的一种发散思维。

创造发散 是克服思维定势，不按常规思维解决问题的一种发散思维。

综合发散 是通过教材各章发散点之间的联系，一个学科与其它学科之间的联系综合思考的一种发散思维。

总之，本套丛书由浅入深，精析多练，使学生的复习与应试实际更贴近，从而提高学生灵活运用知识、增强迁移应变能力和创造性思维能力。

本套丛书参加编写撰稿的人员还有：丁逸文、傅杰、刘芸、王璐、何晓冬、陆建华、龚为国、杨卫东、谢道军、刘传庭、吴明、涂瑞、王利年、张家佩、王月茹、张静、张敏、阮强荣、李文龙、黄温慈、徐同昌、何中武、郑云、江胜根、王昌云、张宏伙、陈雨平、李捷、胡传庆、陈飞达、曹洪斌、石磊、周庆林、丁红梅、房莉、凌波、沈时悦、赵伟、郁昌荣、刘平原等，在此一并表示感谢。

由于时间紧迫和编者水平所限，不妥之处，祈望读者不吝赐教。

源 流

2000年3月

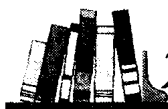


目 录

第九章 直线、平面、简单几何体	1
基本目标要求	1
基础知识导引	1
重点难点点拨	9
发散思维导练	20
★ 发散思维分析	20
★ 发散思维应用	21
(一)平面与平面的性质	21
(二)异面直线问题	34
(三)平行、垂直关系问题	54
(四)距离和角的问题	87
(五)简单多面体与球	116
巩固基础训练	136
提高能力测试	144
单元小结	154
知识整合网络	154
学习方法指导	155
高考信息传递	155
高考名题赏析	156
课本习题提示	157
第十章 排列、组合和概率	184
基本目标要求	184
基础知识导引	184
重点难点点拨	188
发散思维导练	192
★ 发散思维分析	192
★ 发散思维应用	193



(一)排列与组合	193
(二)排列与组合的应用	208
(三)二项式定理	213
(四)概率	226
巩固基础训练	239
提高能力测试	246
单元小结	255
知识整合网络	255
学习方法指导	255
高考信息传递	256
高考名题赏析	257
课本习题提示	259
综合测试题(一)	278
综合测试题(二)	282
综合测试题(三)	286
参考答案	289



第九章 直线、平面、简单几何体

基本目标要求

一、掌握平面的基本性质,会用斜二测的画法画水平放置的平面图形的直观图,了解空间图形在平面内的表示方法.

二、能够画出空间两条直线、两个平面、直线和平面的各种位置关系的图形,能根据图形想像它们的位置关系.

三、掌握空间两条直线的平行关系,直线平行关系的传递性.

四、掌握空间两条直线垂直的判定定理和性质定理.

五、了解空间直线和平面的位置关系,掌握直线和平面平行的判定定理和性质定理.

六、掌握异面直线的定义,掌握异面直线的夹角、垂直和距离的概念.

七、掌握直线和平面垂直的判定和性质,掌握斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角、直线和平面距离的概念.

八、掌握三垂线定理及其逆定理.

九、理解二面角及二面角的平面角的概念,掌握两个平面垂直的判定定理和性质定理.

十、了解多面体和凸多面体的概念,了解正多面体的概念,理解多面体的欧拉公式.

十一、了解棱柱的概念和性质,会画直棱柱的直观图.

十二、了解棱锥的概念和性质,会画直棱锥的直观图.

十三、了解球的概念和性质,掌握球的表面积、体积公式.

十四、通过学习空间图形的性质,培养空间想像能力和逻辑思维能力.

基础知识导引

一、平面

1. 平面的概念

“平面”是一个只描述而不定义的最基本的原始概念,对这一概念应理解三点:



(1)“平面”是平的;

(2)“平面”无厚度;

(3)“平面”可以向四面八方无限延伸(与一条直线可以向两端无限延伸一样),因此,平面是无边界的.

2. 平面的表示

平面通常用一个平行四边形来表示,对水平位置的平面,一般是用一个锐角为 45° 、横边为邻边2倍的平行四边形来表示,这个平行四边形是表示它所在的整个平面,在画铅垂平面时,要有一组对边为铅垂线,画两相交平面时,一定要画出它们的交线,此时应注意,当一个平面的一部分被另一个平面遮住时,应把被遮住部分的线段画成虚线或不画,以加强立体感.

3. 平面的基本性质

(1)判定直线在平面内的依据.

公理1 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

(2)判定两平面有交线及交线位置的依据.

公理2 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.如图9-1.

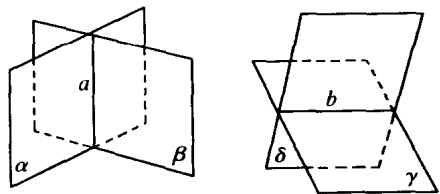


图 9-1

在确定平面截多面体所得截面形状时,常常利用这个公理.

(3)确定平面的条件.

公理3 经过不在同一条直线上的三点,有且只有一个平面.

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个平面.

推论2 经过两条相交直线,有且只有一个平面.

推论3 经过两条平行直线,有且只有一个平面.

二、直线与直线(简称线线)、直线与平面(简称线面)、平面与平面(简称面面)的位置关系

1. 位置关系

(1)线线.



共面直线 $\left\{ \begin{array}{l} \text{相交直线——有且只有一个公共点;} \\ \text{平行直线} \end{array} \right.$
 异面直线 无公共点.

(2) 线面.

直线在平面内 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有——} \end{array} \right.$ 无数公共点;
 直线在平面外 $\left\{ \begin{array}{l} \text{直线和平面相交} \\ \text{直线和平面平行——无公共点.} \end{array} \right.$

(3) 面面.

两平面平行——没有公共点的两个平面互相平行;
 两平面相交——有一条公共直线.

2. 两条直线平行的判定法

- (1) 在同一平面内, 没有公共点的两条直线互相平行.
- (2) 平行于同一条直线的两条直线互相平行.
- (3) 如果一条直线和一个平面平行, 经过这条直线的平面和这个平面相交, 那么这条直线就和交线平行.
- (4) 如果两条直线同垂直于一个平面, 那么这两条直线平行.
- (5) 如果两个平行平面同时和第三个平面相交, 那么它们的交线平行.
- (6) 三个平面两两相交于三条直线, 如果其中两条平行, 那么第三条也和它们平行.

3. 两条直线垂直的判定法

- (1) 一条直线垂直于一个平面, 则它和平面内的任何一条直线都垂直.
- (2) 如果一条直线和两条平行直线中一条垂直, 那么它也和另一条垂直.
- (3) 如果一条直线平行于一个平面, 那么这个平面的任何垂线都和这条直线垂直.
- (4) 三垂线定理: 在平面内的一条直线, 如果和这个平面的一条斜线的射影垂直, 那么它也和这条斜线垂直.
- (5) 三垂线定理的逆定理: 在平面内的一条直线, 如果和这个平面的一条斜线垂直, 那么它也和这条斜线的射影垂直.

4. 直线和平面平行的判定法

- (1) 如果一条直线和一个平面没有公共点, 那么这条直线和这个平面平行.
- (2) 如果平面外的一条直线和这个平面内的一条直线平行, 那么这条直线和这个平面平行.
- (3) 如果平面外的两条平行线中有一条和平面平行, 那么另一条也和这个平面平行.



(4)如果两个平面平行,那么一个平面内的任何一条直线都平行于另一平面.

(5)一个平面和不在这个平面内的一条直线都垂直于另一个平面,那么这条直线平行于这个平面.

5. 直线和平面垂直的判定法

(1)如果一条直线和平面内的任何一条直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(2)如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

(3)如果两条平行线中的一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于这个平面.

(4)如果两个平面垂直,那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面.

(5)如果两个相交的平面都垂直于第三个平面,那么它们的交线也垂直于第三个平面.

(6)如果三条共点直线两两垂直,那么其中一条直线垂直于另两条所确定的平面.

6. 平面和平面平行的判定法

(1)如果两个平面没有公共点,那么这两个平面互相平行.

(2)如果一个平面内的两条相交直线都平行于另一个平面,那么这两个平面平行.

(3)垂直于同一直线的两平面互相平行.

(4)平行于同一平面的两平面互相平行.

7. 平面和平面垂直判定法

(1)两个平面相交,如果所成二面角是直二面角,那么这两个平面互相垂直.

(2)如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面互相垂直.

(3)如果一个平面与另一个平面的平行线垂直,那么这两个平面互相垂直.

三、直线与直线、直线与平面、平面与平面的度量关系

1. 夹角

(1)两条异面直线所成的角.

①过空间任一点,分别作两条异面直线的平行线,所得两相交直线夹的锐角(或直角)(图 9-2(a)),叫做这两条异面直线所成的角.

②连同共面的两条直线一并考虑,空间两条直线所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.



(2) 直线和平面所成的角.

① 平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的锐角, 叫做这条直线和这个平面所成的角, 如图 9-2(b).

② 一条直线垂直于平面, 我们说它们所成的角是直角.

③ 一条直线和平面平行或在平面内, 我们说它们所成的角是 0° 的角.

④ 直线和平面所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

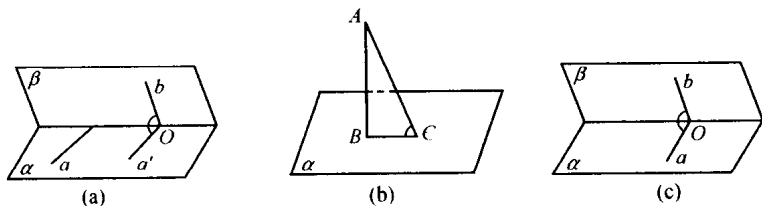


图 9-2

(3) 二面角的平面角.

① 以二面角的棱上任意一点为端点, 在两个面内分别作垂直于棱的两条射线, 这两条射线所成的角称作二面角的平面角, 如图 9-2(c).

二面角的大小, 可以用它的平面角度量.

平面角是直角的二面角叫做直二面角.

② 设二面角的平面角为 θ , 则 θ 的范围是 $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (构成二面角的两个半平面在同一平面时, 二面角是 180° 的二面角, 但一般不研究此情况).

③ 两个平面平行, 我们说它们所成的角是 0° 的角. 两个平面相交构成四个二面角, 其中相对的两个二面角的平面角可以成为对顶角, 因此空间两个平面所成的角 θ 的范围是 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

2. 垂直 (见表 9-1)

表 9-1

	线 线	线 面	面 面
定 义	如果两条直线所成的角是直角, 就说这两条直线互相垂直.	如果一条直线和一个平面内的任意一条直线都垂直, 就说这条直线和这个平面垂直.	两个平面相交, 如果所成的二面角是直二面角, 就说这两个平面互相垂直.



续表

	线 线	线 面	面 面
判 定	①根据定义判定. ②三垂线定理:在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线的射影垂直,那么它也和这条斜线垂直. ③三垂线定理的逆定理:在平面内的一条直线,如果和这个平面的一条斜线垂直,那么它也和这条斜线的射影垂直. ④一直线垂直于两条平行线中的一条,它也垂直于另一条. ⑤平面几何中所有判断垂直的法则.	①如果一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面. ②如果两条平行直线中的一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于这个平面.	如果一个平面经过另一个平面的一条垂线,那么这两个平面互相垂直.
性 质	如果两条直线互相垂直,那么这两条直线所成的角等于 90° .	① 和一个平面垂直的直线,垂直于这个平面内的任一直线. ② 两条直线同垂直于一个平面,那么这两条直线平行.	两个平面垂直,那么:①在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面; ② 经过第一个平面内的一点垂直于第二个平面的直线,在第一个平面内.

3. 距离

(1)两条异面直线的距离.

①两条异面直线的公垂线——和两条异面直线都垂直相交的直线.

②两条异面直线的距离——两异面直线的公垂线在这两条异面直线间的线段的长度.

(2)直线和平面的距离.

一条直线和一个平面平行,这条直线上任意一点到平面的距离,称作这条直线和平面的距离.

(3)两个平行平面的距离.

和两个平行平面同时垂直的直线,称作两个平行平面的公垂线;它夹在这两个平行平面间的部分,称作这两个平行平面的公垂线段.公垂线段的长度称作两个平行平面的距离.

四、空间图形的表示

1. 空间图形和平面图形

空间图形是由空间的点、线、面所构成,也可以看成是空间点的集合.例如,长方体、圆柱、圆锥等,都属于空间图形.