

# 基本伺服機構 系統設計

Introduction to  
Servomechanism System  
Design

原著者：William M. Humphrey

譯述者：陳 浩 湧

科技圖書股份有限公司

# 基本伺服機構 系統設計

Introduction to  
Servomechanism System  
Design

原著者：William M. Humphrey

譯述者：陳 浩 湧

科技圖書股份有限公司

434720

TP272  
213

本公司經新聞局核准登記  
登記證局版台業字第1123號

---

書名：基本伺服機構系統設計  
原著者：William M. Humphrey  
譯述者：陳浩湧  
發行人：趙國華  
發行者：科技圖書股份有限公司  
台北市博愛路185號二樓  
電話：3110953  
郵政劃撥帳號15697

六十八年八月初版 特價新台幣80元

# 原 序

本書編寫目的在於溝通數學伺服理論與實際設計兩者間的鴻溝，既可作為教科書，或執業工程師參考之用，也可作為獨自學習之用。

本書材料從分析與設計的基本概念着手，導出各種形式伺服機構的重要特性。用五種基本伺服機構特性上半定量的比較，作為結論。本書重點放在詳細說明迅速分析與設計系統所需的技巧，以及在工程目的上導出足夠正確的近似方法。列出實際例子作為說明。問題與答案可供給學生估計對內容了解的程度。

研讀本書的基礎課程為微積分、常係數微分方程式，拉氏轉換，與線性電路理論。這些在凡爾根波 (M. E. Van Valkenburg) 的網路分析中大部分都有。對線性移動與轉動系統的物理，以及運算放大器的理論與實際的了解，亦為有用的基礎。

附錄中的實驗指針，為本書重點。實驗手續，儀器設備與原理整理，均予列出。各個實驗的基礎，為本書所導出的基本原理。本書與實驗指針配合，可在基本伺服系統設計中組成一完整的講解與實驗課程。

感謝辭略！

William M. Humphrey 亨夫萊  
勞倫斯維爾，紐澤西州

# 目 錄

## 第一章 基本概念

|      |                 |    |
|------|-----------------|----|
| 1.1  | 何謂伺服機構 .....    | 1  |
| 1.2  | 伺服系統的基本特性 ..... | 3  |
| 1.3  | 驅動馬達的選擇 .....   | 3  |
| 1.4  | 伺服系統特性 .....    | 4  |
| 1.5  | 標準圖形 .....      | 5  |
| 1.6  | 頻率響應方法 .....    | 9  |
| 1.7  | 頻率響應測試 .....    | 10 |
| 1.8  | 積分器 .....       | 11 |
| 1.9  | 波德圖形 .....      | 12 |
| 1.10 | 在時域上積分 .....    | 13 |
| 1.11 | 結論 .....        | 16 |
| 問 題  | .....           | 16 |

## 第二章 伺服系統分析技巧

|     |                     |    |
|-----|---------------------|----|
| 2.1 | 頻率 - 響應分析 .....     | 18 |
| 2.2 | 暫態分析 .....          | 21 |
| 2.3 | 拉氏變換簡介 .....        | 23 |
| 2.4 | 轉移函數 .....          | 24 |
| 2.5 | 方塊圖代數 .....         | 25 |
| 2.6 | 積分器的增益 .....        | 28 |
| 2.7 | 環路內積分器的頻率響應解法 ..... | 30 |
| 2.8 | 理想馬達伺服系統 .....      | 32 |
| 2.9 | 結論 .....            | 35 |
| 問 題 | .....               | 36 |

## 第三章 拉氏轉換

|      |               |    |
|------|---------------|----|
| 3. 1 | 基本性質 .....    | 39 |
| 3. 2 | 轉換舉例 .....    | 40 |
| 3. 3 | 拉氏轉換表 .....   | 41 |
| 3. 4 | 穩定度 .....     | 45 |
| 3. 5 | 積分器 .....     | 46 |
| 3. 6 | 簡單的伺服系統 ..... | 48 |
| 3. 7 | 結論 .....      | 50 |
|      | 問題 .....      | 51 |

#### 第四章 簡單伺服系統性能

|      |                  |    |
|------|------------------|----|
| 4. 1 | 速度常數 .....       | 53 |
| 4. 2 | 伺服系統的一階近似法 ..... | 55 |
| 4. 3 | 線性機械元件 .....     | 57 |
| 4. 4 | 反射慣量 .....       | 62 |
| 4. 5 | 結論 .....         | 65 |
|      | 問題 .....         | 65 |

#### 第五章 伺服系統

|      |                                |    |
|------|--------------------------------|----|
| 5. 1 | 直流伺服馬達特性 .....                 | 68 |
| 5. 2 | $\omega_m$ 的因次 .....           | 73 |
| 5. 3 | 驅動放大器的阻抗對 $\omega_m$ 的影響 ..... | 76 |
| 5. 4 | 電樞電感 .....                     | 78 |
| 5. 5 | 伺服馬達常數 .....                   | 81 |
| 5. 6 | $K_{mTE}$ 與 $K_{mT}$ 的關係 ..... | 82 |
| 5. 7 | 高值極點的效應 .....                  | 83 |
| 5. 8 | 直流馬達最大功率點 .....                | 84 |
| 5. 9 | 結論 .....                       | 86 |
|      | 問題 .....                       | 86 |

#### 第六章 基本伺服系統設計

|       |                              |     |
|-------|------------------------------|-----|
| 6. 1  | 電力頻率 .....                   | 88  |
| 6. 2  | 在最大功率點的齒輪比 .....             | 89  |
| 6. 3  | 馬達轉折頻率, $\omega_m$ .....     | 89  |
| 6. 4  | 關 - 閉環路, $\omega_{cp}$ ..... | 89  |
| 6. 5  | 計算放大器增益 .....                | 95  |
| 6. 6  | 速度常數 .....                   | 97  |
| 6. 7  | 轉矩勁度 .....                   | 97  |
| 6. 8  | 轉矩擾動 .....                   | 98  |
| 6. 9  | 線性度 .....                    | 104 |
| 6. 10 | 直接設計 .....                   | 104 |
| 6. 11 | 結論 .....                     | 107 |
|       | 問題 .....                     | 108 |

## 第七章 轉速計與反電動勢穩定法

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 7. 1 | 轉速計穩定法 .....      | 111 |
| 7. 2 | 位置環路包圍轉速計環路 ..... | 121 |
| 7. 3 | 方塊圖代換 .....       | 124 |
| 7. 4 | 轉矩勁度 .....        | 126 |
| 7. 5 | 干擾的方塊圖代數 .....    | 129 |
| 7. 6 | 反電動勢穩定法 .....     | 130 |
| 7. 7 | 結論 .....          | 134 |
|      | 問題 .....          | 134 |

## 第八章 穩定度

|      |                    |     |
|------|--------------------|-----|
| 8. 1 | 極點與零點 .....        | 136 |
| 8. 2 | $s$ 平面二次式響應 .....  | 139 |
| 8. 3 | 閉 - 環路例 .....      | 142 |
| 8. 4 | 標準二次式 .....        | 145 |
| 8. 5 | 標準二次式極點的幾何特性 ..... | 147 |
| 8. 6 | 從極點位置求暫態響應 .....   | 149 |

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 8.7  | 相疊增益 .....      | 150 |
| 8.8  | $M$ 圖 .....     | 153 |
| 8.9  | 增益邊際與相位邊際 ..... | 154 |
| 8.10 | 尼可斯圖形 .....     | 156 |
| 8.11 | 尼可斯圖形例 .....    | 160 |
| 8.12 | 結論 .....        | 165 |
|      | 問題 .....        | 165 |

## 第九章 積分網路補償

|     |                   |     |
|-----|-------------------|-----|
| 9.1 | 積分網路 .....        | 169 |
| 9.2 | 位置環路 .....        | 171 |
| 9.3 | 積分網路伺服機構性能 .....  | 172 |
| 9.4 | $K_v$ 形式 .....    | 176 |
| 9.5 | 積分網路伺服轉矩勁度 .....  | 177 |
| 9.6 | 積分網路增益表示式 .....   | 178 |
| 9.7 | 積分網路伺服機構設計例 ..... | 180 |
| 9.8 | 指定硬體 .....        | 184 |
| 9.9 | 結論 .....          | 186 |
|     | 問題 .....          | 186 |

## 第十章 領先網路與黏滯耦慣性阻尼伺服機構

|      |                       |     |
|------|-----------------------|-----|
| 10.1 | 領先網路特性 .....          | 188 |
| 10.2 | 領先網路的伺服位置環路 .....     | 191 |
| 10.3 | 領先網路伺服機構轉矩勁度 .....    | 192 |
| 10.4 | 領先網路伺服機構速度常數 .....    | 193 |
| 10.5 | 領先網路伺服機構設計例 .....     | 194 |
| 10.6 | 黏滯性耦合慣性阻尼伺服機構簡介 ..... | 197 |
| 10.7 | 伺服馬達與簡單伺服機構 .....     | 197 |
| 10.8 | 黏滯性耦合慣性阻尼器 .....      | 201 |
| 10.9 | VCID 伺服機構位置環路 .....   | 204 |



|       |                   |     |
|-------|-------------------|-----|
| 10.10 | VCID 伺服機構性能 ..... | 207 |
| 10.11 | 結論 .....          | 210 |
| 問題    | .....             | 210 |

## 第十一章 共振、 $\omega_{cp}$ 的限制：標度、飽和與追蹤系統

|       |                  |     |
|-------|------------------|-----|
| 11.1  | 負載共振的分析 .....    | 211 |
| 11.2  | 一般的頻寬限制 .....    | 215 |
| 11.3  | 經驗的頻寬數據 .....    | 215 |
| 11.4  | 標度 .....         | 217 |
| 11.5  | 飽和 .....         | 219 |
| 11.6  | 自動追蹤系統簡介 .....   | 225 |
| 11.7  | 正割校正 .....       | 225 |
| 11.8  | 人工位置跟踪伺服機構 ..... | 229 |
| 11.9  | 速度記憶 .....       | 230 |
| 11.10 | 掃描器 .....        | 231 |
| 11.11 | 結論 .....         | 231 |
| 問題    | .....            | 233 |

## 第十二章 誤差估計

|       |                    |     |
|-------|--------------------|-----|
| 12.1  | 干擾誤差 .....         | 236 |
| 12.2  | 靜態摩擦誤差 .....       | 239 |
| 12.3  | 馬達起動電壓誤差(靜態) ..... | 240 |
| 12.4  | 轉速計雜音誤差(靜態) .....  | 241 |
| 12.5  | 組件誤差(靜態) .....     | 241 |
| 12.6  | 轉換器誤差(靜態) .....    | 244 |
| 12.7  | 齒輪誤差(靜態) .....     | 245 |
| 12.8  | 偏向誤差(靜態) .....     | 247 |
| 12.9  | 穩態轉矩誤差(靜態) .....   | 247 |
| 12.10 | 陣風誤差(靜態) .....     | 248 |
| 12.11 | 轉速計濾波誤差(動態) .....  | 250 |

|       |            |     |
|-------|------------|-----|
| 12.12 | 目標運動誤差(動態) | 250 |
| 12.13 | 誤差常數       | 252 |
| 12.14 | 通過追蹤方法     | 256 |
| 12.15 | 追蹤雜音(動態)   | 260 |
| 12.16 | 結論         | 265 |
| 問題    |            | 265 |

### 第十三章 電液式伺服機構

|      |           |     |
|------|-----------|-----|
| 13.1 | 基本關係式     | 267 |
| 13.2 | 馬達-閥門分析   | 272 |
| 13.3 | 洩漏流量      | 275 |
| 13.4 | 壓縮流量:流力共振 | 275 |
| 13.5 | 流力伺服系統    | 279 |
| 13.6 | 結論        | 280 |
| 問題   |           | 280 |

### 第十四章 設計的一種方法-系統性能比較

|      |           |     |
|------|-----------|-----|
| 14.1 | 驅動功率      | 281 |
| 14.2 | 系統頻寬      | 282 |
| 14.3 | 性能計算      | 283 |
| 14.4 | 飽和        | 284 |
| 14.5 | 系統性能比較    | 284 |
| 14.6 | 伺服機構性能比較例 | 288 |
| 問題   |           | 289 |

### 附 錄

|   |        |     |
|---|--------|-----|
| A | 運算放大器  | 290 |
| B | 性能補償曲線 | 296 |
| C | 轉換等值   | 300 |
| D | 慣性矩計算  | 302 |
| E | 選題解答   | 304 |
| F | 實驗     | 307 |

# 第一章

## 基本概念

### *introductory concepts*

本書目的在使讀者在推導理論基礎時能對實際的閉 - 環路伺服系統 (closed-loop servomechanism systems) 獲得實體的概念。本書所採取的步驟為，根據適當的近似法以獲得快速的設計技巧。這些方法對大多數的設計狀況，都夠正確。

#### 1-1 何謂伺服機構

首先我們說伺服機構 (servos) 為一閉 - 環路控制系統 (closed-loop control system)，用來決定機械負載的位置、速度、或加速度。為詳細說明此一原始定義，同時使定義更加正確。我們先看「閉環路」(closed-loop) 一詞的意義，同時在提出正式定義前先看一些相關的概念。

為明瞭閉 - 環路系統，我們先看開環路 (open loop) 系統。在一開環路系統裏，輸出並不加測量，亦不用任何方式來影響系統的工作。自動洗碟機即為開環路系統的一例，因其用固定方式工作，而無視碟子乾淨的程度。同理，一個手動的壁爐加熱器，亦為開 - 環路系統。反之，在閉 - 環路系統中，輸出參數 (output parameter) 被測量並與輸入命令比較；兩者之差 (稱為誤差) 用來使系統自行校正。因此可導出一重要觀念，即閉 - 環路系統為一歸零系統 (null-seeking systems)。閉 - 環路系統的例子，為一可自動控制溫度調節的家庭加熱系統。

## 2 基本伺服機構系統設計

閉 - 環路系統優於開 - 環路系統之點為，較不受騷擾的影響。騷擾，對影響一系統的輸出很不利，而騷擾可由內部元件，或外在影響所產生。由外在產生騷擾的例，如烤箱的開口。一個自動控制溫度調節的烤箱，可自行校正此一騷擾。反之，一手動的固定輸入功率的烤箱，因為開口的冷卻效果，與加熱元件的輸入功率又無變化，將會有更大的溫度變化。由系統元件部份所產生的騷擾之例，為電熱式熱水器加熱元件溫度的標度。在閉 - 環路水溫控制系統，可加上所需能量使水溫保持一定。一開 - 環路系統則無法補償效率的降低，經過幾年後，熱水的溫度將愈來愈低。

一個可變自耦變壓器 (variable autotransformer) 加上整流器即構成一個可變閉 - 環路直流電壓源；一個經過穩壓的電源 (regulated power supply) 即為一閉 - 環路裝置。很明顯，有穩壓的電源較開 - 環路系統更準確地控制直流電壓。線電壓 (line-voltage) 或負載的變化，以及元件的更換，對於開 - 環路系統的影響更甚於對閉 - 環路系統的影響。

閉 - 環路系統的缺點，為具有穩定度問題。尤其在需要較佳特性時為然。此可導出一基本概念，即閉 - 環路系統有一基本的矛盾，當增益增加時可減少誤差到可忍受的程度。可是，就一般而言，增益增加將降低穩定度。因此，由於穩定度的影響，在特性上將有一限制。閉 - 環路系統當增益增加時，反應亦較快；因此，考慮到穩定度時，對反應速度亦有一限制。總之，閉 - 環路系統必須將誤差減少到可接受的程度，且對於命令或騷擾的反應亦必須夠快。

在本書內，「伺服機構」(servomechanisms) 將指閉 - 環路控制系統，其功能為利用馬達以定出機械性負載的位置。這些伺服系統為使用比例式控制 (proportional-control) 而非開關式 (on-off) 控制 (一種自動控制溫度調節的室內加熱系統為，開關式控制系統)。在比例式控制伺服系統中，命令與輸出兩者之間大小與極性的差 (稱為誤差) 均可用來作控制用。本書的主題為討論利用電子儀表與馬達的伺服系統，在第十三章又考慮液電伺服 (electrohydraulic servos) 系統的特性。由本書中可發現，

伺服系統只有很少的基本設計規範與特性準則。對某一特定的應用，我們很直覺的就會選擇最佳組成，然後預測其特性。最後詳加設計。

## 1-2 伺服系統的基本特性

伺服系統有四種重要特性：

1. 伺服系統為受誤差 (error) 所激發；此誤差，為所要的輸出與實際輸出之差。
2. 伺服系統的輸出 (output) 功率，較從輸入訊號所得的更大。例如一電位計的控制鈕，只有一個手指的控制距離，可是一條重達幾噸的天線，由此電位計當作伺服系統的一部份來控制。
3. 功率加給負載，假定對誤差信號、其衍生，與其積集的組合成正比。（此乃表示線性的假定，對大多數伺服系統分析是正確的。有若干例外，對非線性的假定亦在本書中討論，那是為設計工程的觀點而設的）。
4. 實際的伺服系統是穩定 (stable) 的。不穩定的伺服系統並非有用的元件。

## 1-3 驅動馬達的選擇

在設計伺服系統時，一些項目很早即需考慮。最重要的是加到負載上的功率，必須決定以定出驅動馬達的大小。在定出伺服系統上驅動馬達的大小時，有五點必須知道。即(1)不平衡（或其他穩定者）的負載轉矩 (load torque)，(2)暫態轉矩 (transient torques)，(3)負載轉動慣量值，(4)負載所需加速度，(5)負載所需速度。

加到負載上的功率，可由這些參數求出。最壞情況的負載尖峯功率，可由尖峯轉矩之和乘以最大速度計算得出。此值即為加到負載上的尖峯功率的保守值。可是，如果當需要尖峯速率，並不需要尖峯轉矩時，則最壞情況下的尖峯功率，可能較以上所計算的為小。因為不平衡轉矩值很小，所以通常不必考慮。可是摩擦轉矩可能需要馬達功率（例如在儀器伺服系統內）。

在定出驅動馬達大小的時候，有一重要事實亦需考慮。即有時一部份的能量進入馬達本身內部去。馬達也有慣量，此慣量須被加速，這就需要轉矩。此轉矩與馬達速度的乘積，為馬達所需功率的一部份。該部份功率並不傳到負載。因此，在定出馬達的大小時，必須考慮馬達所傳輸的全部

#### 4 基本伺服機構系統設計

功率。

例題 1-1 定出馬達大小。

考慮一具有以下特性的負載：

|              |                        |
|--------------|------------------------|
| 穩態負載轉矩       | 10 lb·ft               |
| 暫態轉矩         | 2 lb·ft                |
| 負載（與馬達）轉動慣量* | 4 slug·ft <sup>2</sup> |
| 負載最大加速度      | 100°/s <sup>2</sup>    |
| 負載最大速度       | 40 rpm                 |

試計算最壞情況下馬達所需功率。(a)用馬力表示，(b)用瓦特表示（轉換因數見附錄 C）

解

(a) 因為  $4 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2 = 4 \text{ lb} \cdot \text{ft} \cdot \text{s}^2$ ,

$$\begin{aligned} T_{\text{total}} &= 4 \text{ lb} \cdot \text{ft} \cdot \text{s}^2 \times \frac{100^\circ}{\text{s}^2} \times \frac{1 \text{ rad}}{57.3} \\ &= 6.98 \text{ lb} \cdot \text{ft} \approx 7 \text{ lb} \cdot \text{ft} \end{aligned}$$

$$T_{\text{total}} = 10 + 2 + 7 = 19 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$P_{\text{total}} = T_{\text{total}} \cdot \Omega_{\text{total}}$$

$$\begin{aligned} &= 19 \text{ lb} \cdot \text{ft} \times 40 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times 360 \frac{\text{deg}}{\text{rev}} \times \frac{1 \text{ rad}}{57.3 \text{ deg}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \\ &= 79.6 \frac{\text{lb} \cdot \text{ft}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$= 79.6 \left( \frac{\text{lb} \cdot \text{ft}}{\text{s}} \right) \times 1 \left( \frac{\text{hp}}{550 \text{ lb} \cdot \text{ft} \cdot \text{s}^{-1}} \right)$$

$$= 0.1445 \text{ hp}$$

(b)  $P_{\text{total}} = 0.1445 \text{ hp} \times 746 \frac{\text{W}}{\text{hp}} = 108 \text{ W}$

### 1-4 伺服系統特性

以下所考慮伺服系統的兩個基本特性是，第一，伺服系統用一些誤差來表示的正確性 (accuracy)。這些誤差，包括由命令狀態、負載轉矩，以及諸如馬達、轉速計、同步器、電子零件等所產生者。第二個特性是，當命令改變時，伺服系統由暫態到穩定所需的時間。

這些特性標準，均包括在本書內。這些參數與特性的計算，均基於伺服系統環路 (servo loops) 的有效頻寬 (significant bandwidth) (開-環路或閉-環路頻寬)。

\*關於轉動慣量的解釋，見 4-3 節。

有一很重要的基本概念是，環路頻寬 (loop bandwidth)，經常受設計者無法控制的因素所限制。需注意者，若干物理的實際性，限制了伺服環路可獲得的頻寬，而伺服環路頻寬是決定伺服系統的誤差特性與安定時間 (settling-time) 特性。在交流伺服系統，環路頻寬是由載波頻率 (carrier frequency) 所限制。例如，一個 400-Hz 的伺服系統，可能較 60-Hz 的伺服系統有較寬的頻寬。另一個限制伺服系統頻寬的影響是，負載構造上的共振 (load structural resonance)；由變速箱驅動大轉動慣量的天線系統，可由變速箱的發條與負載慣量而具有 2 或 3 Hz 的自然共振頻率，如此形成了伺服環路系統頻寬的上限。

本書重點，在於強調伺服系統性能可由頻寬特性計算出來，而頻寬則由已知的限制特性決定。此種技巧，可導致一簡單而直接的設計方法。

## 1-5 標準圖形

若所有的環路，可化簡為如圖 1-1 所示的形式，(稱為標準圖形) (standard diagram)，則系統設計用的數學可大為簡化。

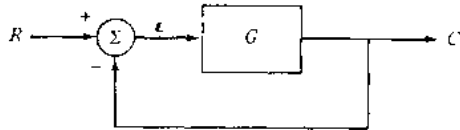


圖 1-1 標準圖形

方程式 (1-1) 到 (1-5)，描述此標準閉 - 環路系統的特性。

$$C = G\epsilon \quad (1-1)$$

$$\epsilon = R - C \quad (1-2)$$

因此

$$C = G(R - C) = GR - GC \quad (1-3)$$

或

$$C + GC = GR, \quad C(1 + G) = GR \quad (1-4)$$

且

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1 + G} = G' \quad (1-5)$$

此系統的輸入為  $R$ ，代表參考量；輸出為  $C$ ，稱為被控制量，誤差為  $\epsilon$ 。由誤差乘以環路增益  $G$ ，得到被控制量輸出  $C$ 。式 (1-1) 到 (1-5)，

## 6 基本伺服機構系統設計

在描述環路的工作時，非常有用。

表 1-1 閉環路增益為開環路增益的函數

| 開環路增益       | 閉環路增益                              |
|-------------|------------------------------------|
| $G$         | $G' = \frac{C}{R} = \frac{G}{1+G}$ |
| $> 1$       | 1                                  |
| $< 1$       | $G$                                |
| $\approx 1$ | 1 至 $\infty$                       |

表 1-1 表示式(1-5)的一般特性。此表對圖 1-1 所示標準圖形，用不同的開 - 環路增益  $G$ ，定出閉環路增益  $C/R$  值。若開環路增益  $G \gg 1$ ，則式(1-5)的分母大約為  $G$ 。因此閉 - 環路增益為 1。亦即，當開 - 環路增益很高時，閉 - 環路增益為 1。若開 - 環路增益  $G \ll 1$ ，則分母約為 1。因此，閉 - 環路增益約為  $G$ 。示如圖 1-2。圖 1-2 為一增益函數圖形。當

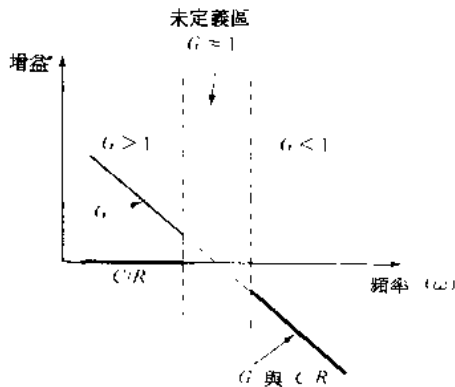


圖 1-2 閉環路增益與開環路增益 ( $G$ ) 對頻率 ( $\omega$ ) 的圖形

開 - 環路增益  $G > 1$  (左邊部份)，閉 - 環路增益  $C/R$  等於 1；當開環路增益  $G < 1$  (右邊部份)，則閉環路增益  $C/R$  大約與開環路增益相等。

表 1-1 第三種情形為，當開 - 環路增益約為 1 時的情況。當開 - 環路增益等於 1 時，閉 - 環路增益為從  $1/2$  到  $\infty$  間的不定值。若開環路相位為  $0^\circ$



，則分母值為 2。閉 - 環路增益為  $1/2$ 。若閉 - 環路相位為  $180^\circ$ ，則分母為 0，且增益為  $-\infty$ 。很明顯，只有當閉 - 環路增益靠近 1 時才會發生穩定性問題。因為只要增益遠大於 1，閉 - 環路增益就趨近於 1；只要增益遠小於 1，閉 - 環路增益就大約等於其增益本身。不穩定，可能發生的區域，只有當增益約等於 1 時。了解此一事實，就可使伺服系統的穩定性問題很容易處理。

另一標準圖形的特性，為誤差增益 (error gain) 性能。式 (1-6) 至 (1-9) 描述此一誤差增益性能。

$$\epsilon = \frac{C}{G} \quad (1-6)$$

$$C = R \frac{G}{1+G} \quad (1-7)$$

因此

$$\epsilon = R \frac{G}{1+G} \times \frac{1}{G} = \frac{R}{1+G} \quad (1-8)$$

或

$$\frac{\epsilon}{R} = \frac{1}{1+G} \quad (1-9)$$

這些方程式，均可直接導出。式 (1-6) 表示誤差等於被控制量除以增益。式 (1-7) 表示被控制量等於參考量乘以  $G/(1+G)$ ，(由式 1-5 定得)。將式 (1-6) 與 (1-7) 組合，可得式 (1-8)。式 (1-9) 係將該式用誤差增益形式表示。

表 1-2 誤差增益為開環路增益的函數

| 開環路增益       | 誤差增益                                 |
|-------------|--------------------------------------|
| $G$         | $\frac{\epsilon}{R} = \frac{1}{1+G}$ |
| $> 1$       | $1/G$                                |
| $< 1$       | 1                                    |
| $\approx 1$ | $\pm \frac{1}{2}$ 至 $\pm \infty$     |

表 1-2 為式 (1-9) 特性的總結。若開 - 環路增益大於 1，則誤差增益約為  $1/G$ ；若開 - 環路增益小於 1，則分母約為 1，而誤差增益也為 1。