

OLYMPIC TEST PAPERS OF
MATHEMATICS IN STORAGE

数学奥林匹克题库

KEY TO TEST PAPERS OF MATH
COMPETITIONS OF HIGH SCHOOL
STUDENTS OF THE SOVIET UNION

苏联中学生数学竞赛题解



新蕾出版社

9216897
图书馆基座章

OLYMPIC TEST PAPERS OF
MATHEMATICS IN STORAGE

数学奥林匹克题库

KEY TO TEST PAPERS OF MATH
COMPETITIONS OF HIGH SCHOOL
STUDENTS OF THE SOVIET UNION

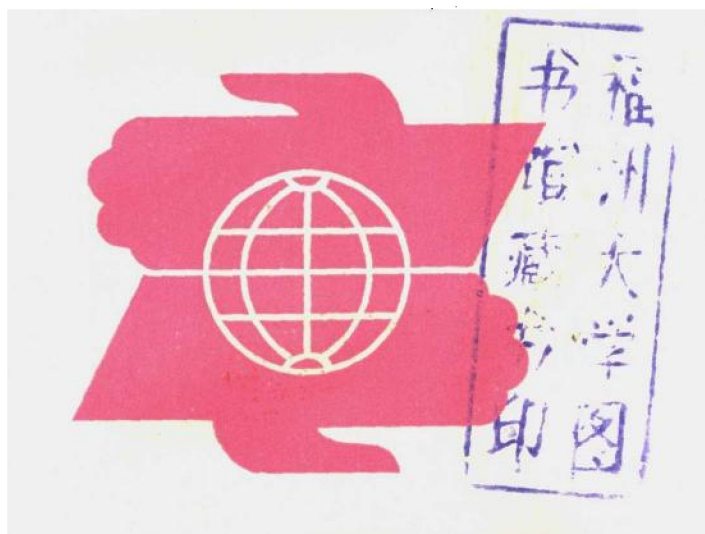
G634.66

580

9216897

苏联中学生数学竞赛题解

数学奥林匹克题库编译小组



新 蕾 出 版

〔津〕新登字(90)004号

责任编辑：胡晓光

数学奥林匹克题库
苏联中学生数学竞赛题解
数学奥林匹克题库编译小组

•
新 华 出 版 社 出版
河北省滦县印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行
开本850×1168毫米 1/32 印张9.75 插页1 字数230,000
1991年10月第1版 1991年10月第1次印刷
印数：1—5,000

ISBN 7-5307-0837-6/G·444(Ⅱ)

定 价：3.80元

努力
常占
鰲頭
進取

陳省身題



《数学奥林匹克题库》编印出版，我以为将起直接和间接两层作用。

直接作用是：提高我国青少年数学爱好者的解题能力，促进国内数学竞赛活动，有助于我国在国际竞赛中保持优势。

间接作用是：提高我国青少年科学爱好者科学思维能力，促进科学队伍后备力量成长，有助于我国日后四化建设。

吴大钊

1990.4.5.

在第三十届国际奥林匹克中学数学竞赛中，我国取得了团体冠军。这是科技领域中具有深远意义的“零的突破”，值得我们热烈欢呼，有充分理由相信今后在科技的其它领域中将会取得越来越多的世界冠军，希望《数学奥林匹克题库》在这过程中将起到它应有的作用。

胡国定 1990年3月10日

前 言

奥林匹克运动作为一种运动，是力量、灵活与美的竞赛；数学奥林匹克作为一种数学竞赛，也是数学上的力量、灵活与美的竞争。

1985年，我国首次派两名高中学生参加国际数学奥林匹克（IMO）这个世界上规模和影响最大的学科竞赛，获得一枚铜牌；1986年，我国派出六名学生组成的代表队，获金牌三枚，银牌和铜牌各一枚；1987年，获金牌、银牌和铜牌各两枚；1988年，获金牌两枚，银牌四枚，总分第二；1989年，获金牌四枚，银牌两枚，总分高居第一，这是亚洲国家第一次获得这项冠军。1990年IMO在我国首都举行。这也是第一次在亚洲国家举行IMO。这些令人瞩目的成绩，一系列振奋人心的消息，激励着我们每个数学工作者和中学生，也将为增强与世界各国人民的友谊，促进我国科学与教育事业的发展，提高民族自信心起到促进作用。

数学奥林匹克越来越成为中学生课外生活中有强大吸引力的活动，我国各地数学奥林匹克学校纷纷建立，各中学校数学课外小组活跃异常，许多还是小学生、初中生就跃跃欲试，渴望以数学竞赛的优异成绩冲向全中国，走向世界。

在国内，数学竞赛有：华罗庚金杯少年数学邀请赛；全国初中数学联赛；全国高中数学联赛；全国中学生数学冬令营等。在国际上，有国际数学奥林匹克；还有苏联、美国、罗马尼亚、匈牙利等国的数学竞赛。许多数学工作者、学生都想了解竞赛，了

解竞赛的试题，知道这些如何去解。《数学奥林匹克题库》正是应这方面的需求出版的。

《数学奥林匹克题库》汇集了国内外重大数学竞赛的试题和解答。这些竞赛试题构思独特，新颖别致，灵活深邃，内容广，内涵深。解这些题，不仅需较扎实的基础知识和基本技能，也需要灵活的思维和坚强的毅力。因此，常以竞赛题进行训练，就可较快地提高数学水平，对于那些有志于参加数学竞赛的中学生来说，做竞赛题更是不可少的训练环节。

《数学奥林匹克题库》为全国的中学数学教师服务，为全国的数学爱好者服务，为全国的数学奥林匹克服务，为各中学的数学课外小组服务，为支持子女学好数学的家长服务，为一切关心数学奥林匹克运动的人士服务。

目 录

关于苏联中学生数学竞赛	(1)
全俄数学奥林匹克竞赛	(试题) (解答)
第一届 (1961年)	(5) (93)
第二届 (1962年)	(7) (101)
第三届 (1963年)	(9) (105)
第四届 (1964年)	(11) (111)
第五届 (1965年)	(13) (117)
第六届 (1966年)	(16) (124)
全苏数学奥林匹克竞赛	(18) (130)
第一届 (1967年)	(18) (130)
第二届 (1968年)	(19) (135)
第三届 (1969年)	(22) (143)
第四届 (1970年)	(25) (147)
第五届 (1971年)	(27) (158)
第六届 (1972年)	(31) (168)
第七届 (1973年)	(34) (177)
第八届 (1974年)	(36) (185)
第九届 (1975年)	(39) (192)
第十届 (1976年)	(42) (204)
第十一届 (1977年)	(47) (218)
第十二届 (1978年)	(51) (229)
第十三届 (1979年)	(55) (239)

第十四届 (1980年)	(57)	(246)
第十五届 (1981年)	(61)	(248)
第十六届 (1982年)	(65)	(251)
第十七届 (1983年)	(68)	(254)
第十八届 (1984年)	(72)	(258)
第十九届 (1985年)	(75)	(260)
第二十届 (1986年)	(78)	(263)
第二十一届 (1987年)	(82)	(267)
第二十二届 (1988年)	(85)	(271)
第二十三届 (1989年)	(89)	(280)

附录

试题分类索引	(288)
--------------	---------

TABLE OF CONTENTS

On Math Competitions of High School Students of the Soviet Union

Tests & Keys of All—Russia Olympics Math Competitions

	(Test)	(Key)
1st (1961)	(5)	(93)
2nd (1962)	(7)	(101)
3rd (1963)	(9)	(105)
4th (1964)	(11)	(111)
5th (1965)	(13)	(117)
6th (1966)	(16)	(124)

Tests & Keys of Olympics Math Competitions of All the Soviet Union

	(Test)	(key)
1st (1967)	(18)	(130)
2nd (1968)	(19)	(135)
3rd (1969)	(22)	(143)
4th (1970)	(25)	(147)
5th (1971)	(27)	(158)
6th (1972)	(31)	(168)
7th (1973)	(34)	(177)
8th (1974)	(36)	(185)
9th (1975)	(39)	(192)
10th (1976)	(42)	(204)

11st (1977)	(47)	(218)
12nd (1978)	(51)	(229)
13rd (1979)	(55)	(239)
14th (1980)	(57)	(246)
15th (1981)	(61)	(248)
16th (1982)	(65)	(251)
17th (1983)	(68)	(254)
18th (1984)	(72)	(258)
19th (1985)	(75)	(260)
20th (1986)	(78)	(263)
21st (1987)	(82)	(267)
22nd (1988)	(85)	(271)
23rd (1989)	(89)	(280)
 <i>Appendix Index</i>		(288)

关于苏联中学生数学竞赛

苏联是把数学竞赛与奥林匹克运动联系在一起的 最早的 国家，早在二十世纪三十年代就在一些城市举行了奥林匹克数学竞赛。1961年至1966年举行的第1届至第6届全俄奥林匹克数学竞赛就已经具有全苏的性质，因为除了俄罗斯各州外，苏联大多数加盟共和国都派队参加了。1967年苏联教育部把奥林匹克数学竞赛的主要组织工作承担下来，并成立全苏数理化奥林匹克中央组委会，从这年起，正式命名为“全苏奥林匹克数学竞赛”，每年举行一次，吸收八年级至十年级的学生参加，至1989年已举办了23届。此外，苏联一些加盟共和国和一些城市也举办数学竞赛活动。

本书介绍了第1届至第6届（1961—1966）全俄数学竞赛以及第1届至第23届（1967—1989）全苏数学竞赛的全部试题，每一届试题都注明了举办的时间，并注明各年级的试题号。对1979年以前的各届试题作了比较详细的解答，对1980年以后的试题作了简短的提示。本书主要是根据苏联科学出版社的《ЗАДАЧИ ВСЕСОЮЗНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД》（1988年版）译出的，第22届和第23届全苏竞赛则是从其它资料翻译的。

苏联是数学奥林匹克的大国，苏联数学竞赛的试题内容广泛，形式新颖，有些试题虽然解法是初等的，但是题目的本身或者背景已涉及到数学分析，图论，组合论，规划论，数论等分支的一些基本思想和方法。

在本书的后面有一个根据试题内容或解题方法的分类索引，把本书的510道试题分为23类，供读者参考。

试 题 部 分

全俄数学奥林匹克竞赛

第 一 届 (1961年)

年级

8	1	2	3	4	$5_1,$
9	$6_1,$	7	8	9	10
10	11	12	7	$6_2,$	$5_2,$

1. 已知一图形由16条线段构成(图1). 证明: 不能作出穿过每条线段正好一次的折线. (折线可能是不封闭的和自相交的, 但它的顶点不能在线段上, 而它的边可以通过图形的顶点.)

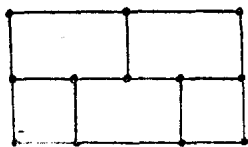


图 1

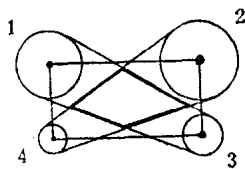


图 2

2. 以矩形的顶点为中心作半径分别为 r_1, r_2, r_3, r_4 的4个圆周1、2、3、4, 同时 $r_1 + r_3 = r_2 + r_4 < d$, 其中 d 为矩形的对角线长(图2). 再作圆周1、3与圆周2、4的4条外公切线, 证明: 由这4条直线所围成的四边形有一个内切圆.