

01-49

少年儿童趣味数学丛书

程志国 王书 编著

# 师生对话 学数学

地质出版社





数学

数学

教师 王 明 编写

# 师生对话 学数学

—— 王 明 老师 ——

少年儿童趣味数学丛书

主编 翟连林

# 师生对话学数学

程志国

编著

地质出版社

少年儿童趣味数学丛书

师生对话学数学

程志国 王 书 编著

\*

地质矿产部书刊编辑室编辑

责任编辑：刘品德

地质出版社出版

(北 京 西 四)

张家口地区印刷厂印刷

(内部发行)

新华书店北京发行所发行·全国新华书店经售

\*

开本：787×1092<sup>1</sup>/<sub>32</sub> 印张：2<sup>3</sup>/<sub>4</sub> 字数：58,000  
1983年1月北京第1版·1983年1月北京第一次印刷

印数：1—54,605册 定价：0.28元

统一书号：7038·晋86

## 编 者 的 话

亲爱的小读者们：你们可还记得，打从很小很小的时候起，你们就开始和数学打交道了。比如，哪个苹果大，哪个苹果小；哪堆糖果多，哪堆糖果少；哪个小朋友高，哪个小朋友矮；哪个孩子跑得快，哪个孩子跑得慢……等等。这不就是数学概念的萌芽吗？以后，你们由儿童而少年，又由少年而青年；从小学到中学，又从中学到大学。但不管年龄和学历怎样变化，几乎年年都要上数学课，天天都要作数学题。就是走上工作岗位之后，也还要不断充实新的数学知识，运用数学知识解决科研、生产和生活中的各种问题。

在一个人青少年时代的宝贵光阴中，数学学习竟要占去那样大的比例，足见数学作为一门基础学科的重要了。可以说，几乎没有哪一门自然科学、技术科学和哪一个生产领域不是和数学密切相关的。就连人文和社会科学也不无数学的作用和影响。

数学对人类社会是如此重要，我们不但要花费很多的时间去学习这门科学，而且一定要把它学好。这就要求我们从小培养学习兴趣和钻研精神，训练思维敏捷和推理严密的能力。

但遗憾的是，有些人却总觉得数学枯燥乏味，认为和数字符号以及公式概念打交道不那么有意思。数学真的那样枯燥乏味吗？这里奉献给你们们的《少年儿童趣味数学丛书》就

可以明确地做出回答：数学不但很有意思，而且包含着广阔而充满妙趣的神奇境界！

这套丛书包括《丽丽学数学》、《小珂奇梦学算》、《想·算·练》、《你会算吗？》、《故事里的算题》、《有趣的“平均分”》、《数学里的“？”》、《师生对话学数学》、《数学的妙用》、《帮你学数学》等共十个分册。

为了使这套丛书对巩固课堂学习效果、丰富课外知识、活跃思维和启迪智慧能起到一定的积极作用，我们在编写时力求作到：

第一，使全套丛书密切结合现行全日制十年制小学《数学》教材一至十册的主要内容和教学进程，针对课堂学习时容易遇到的难点和重要概念，运用通俗生动的实例进行深入浅出地讲解，以补充课堂学习的不足。

第二，增补了一些对课堂学习有促进作用的有趣材料，如智力训练，正误辨析和数学发展史，数学家轶事趣闻等，以扩大知识面。

第三，结合六至十三岁少年儿童智力特点和兴趣爱好，通过儿童故事或趣味游戏的形式，介绍有关数学知识，以增进学习兴趣。

这套丛书既可作为小学一年级到五年级的课外读物，又可作为教师和家长辅导孩子学习数学的参考书籍。

这本《师生对话学数学》采用师生对话的形式，结合小学四年级《数学》第八册内容，针对学生在学习遇到的难理解的问题以及计算中容易产生的错误，进行通俗的讲解；每一章的后面还配有一定数量的趣味数学题和练习题，同学们可以自己动手算一算，这会有助于你们更好地理解课堂所学

的知识。在本书编写过程中，北京市东城区分司厅小学的赵淑华、关莹二位老师给予大力帮助，在此致谢。

亲爱的小读者们，请你们翻过这一页，用心地读下去吧！欢迎你们提出宝贵意见。

编 者

1982年10月

# 目 录

## 一、简易方程

1. 用字母表示数..... (2)
2. 等式与方程..... (4)
3. 解方程不能连等..... (6)
4. 怎样区别解方程和方程的解..... (7)
5. 解方程的根据..... (9)
6. 要解应用题, 先学当“翻译”..... (10)
7. 解应用题的三个帮手..... (12)
8. 你能列出几种方程..... (15)
9. 看谁作得好..... (17)

## 二、长方体和正方体

1. 几何学及其产生..... (19)
2. 欧几里得与《几何原本》..... (19)
3. 直角与  $90^\circ$ ..... (20)
4. 体积和容积..... (21)
5. 怎样锯正方体..... (23)
6. 从什么地方剪开..... (23)
7. 看谁作得好..... (24)

## 三、数的整除

1. 除法、除尽、整除..... (25)



|                    |      |
|--------------------|------|
| 2. 倍数、约数和因数        | (27) |
| 3. 总不能整除的数         | (28) |
| 4. 公约数、最大公约数、最小公约数 | (29) |
| 5. 最大公倍数是多少        | (29) |
| 6. 过多少时间汽车同时发出     | (30) |
| 7. 质数、质因数、互质数      | (31) |
| 8. 错在哪儿            | (32) |
| 9. 如何判断一个数能被某个数整除  | (33) |
| 10. 能否分清           | (35) |
| 11. 哥德巴赫猜想         | (35) |
| 12. 看谁作得好          | (37) |

#### 四、分数的意义和性质

|                          |      |
|--------------------------|------|
| 1. 分数的产生过程               | (39) |
| 2. 单位“1”和自然数1            | (40) |
| 3. 平均分梨                  | (41) |
| 4. 分数的单位和自然数的单位          | (42) |
| 5. 妙算                    | (43) |
| 6. 约分的规律                 | (45) |
| 7. 分数和小数的互化              | (47) |
| 8. $\frac{355}{113}$ 的秘密 | (48) |
| 9. 看谁作得好                 | (50) |

#### 五、分数的加法和减法

|                    |      |
|--------------------|------|
| 1. 异分母分数相加减，为什么先通分 | (53) |
| 2. 异分母分数加减的方法与技巧   | (54) |

|                              |      |
|------------------------------|------|
| 3. 繁难的通分.....                | (56) |
| 4. 简单易错.....                 | (57) |
| 5. 五千米赛跑.....                | (58) |
| 6. 比较几个异分母分数大小的常用方法.....     | (60) |
| 7. 为什么错了.....                | (62) |
| 8. 如何求分子相同而分母不同的两个分数之间的数呢... | (62) |
| 9. 下列运算错在哪儿.....             | (64) |
| 10. 刁 潘 都的年龄.....            | (65) |
| 11. 看 谁作 得好.....             | (67) |

## 分析与答案

## 引 言

四年级的小强、小红、小明、小花和小丽五位同学，组成了一个课外数学学习小组，还邀请了教数学的李老师做辅导员。他们经常在一块讨论问题，对一些争论不休的疑难的问题，就去求教李老师，李老师也经常提出一些问题让他们回答，大家都感到收获很大。要求参加小组活动的同学也越来越多了。



上一学期，他们学习的是全日制小学数学第八册课本。现在李老师和五位同学一齐动手，把他们讨论的情况整理出来了。我们想，它对于你学好小学数学第八册是会有帮助的。好，下面就请同学们自己读下去吧！

# 一、简 易 方 程

## 1. 用 字 母 表 示 数

小丽：“李老师，我们生活中遇到的数，都是具体的。比方说买2斤芹菜，买10斤大米，哪有说买 $a$ 斤芹菜，买 $b$ 斤大米呢？干嘛还要用字母表示数呢？”

李老师：“这个问题提得很好。我们平时买东西接触到的都是具体的数字。因此，我们应当很好地掌握数字的四则运算。但除此之外，我们还需要掌握有关数量之间的关系和运算的规律。如果学会了用字母表示数，就可以将数量关系简明地表达出来。具体地说，有这样几个好处。

(1) 便于表示运算律



示为

用字母表示数，能把数量关系一般而又简明地表达出来，为我们研究和解决实际问题带来方便。比如说， $2+3=3+2$ ，这显然是对的，但用这个等式不能说明 $4+3=3+4$ 也对。我们也不能把所有数字相加的这种关系都一一具体地写出来。但是如果我们用字母表

$$a+b=b+a,$$

便能很清楚地表达加法交换律。同样，我们可以这样表达

下列运算律:

加法结合律:  $(a+b)+c=a+(b+c)$ ;

乘法交换律:  $a \cdot b = b \cdot a$ ;

乘法结合律:  $(ab)c = a(bc)$ ;

乘法对加法的分配律:

$$a(b+c) = ab+ac.$$

在算术中, 这五条运算律只适用于正整数、零和正分数. 用字母表示这五条运算律, 就揭示了数的运算的基本规律, 既简明又具有普遍性.

(2) 便于表示数量之间的关系

我们所熟悉的正方形面积、三角形面积等计算公式, 用文字表示比较罗嗦; 而用字母表示, 则既简明又便于应用.

例如:

一个长为 6 米, 宽是 3 米的长方形, 它的面积是  $6 \times 3$  平方米. 同样, 长、宽为其他尺寸的长方形, 其面积也等于两边相乘所得的积. 为了说明长方形面积等于长乘宽这一普遍规律, 我们分别用  $a$ 、 $b$  表示长方形的两条边, 用  $S$  表示其面积, 则有

$$S = ab$$

这个式子就表达了长方形的面积和长与宽的关系.”

小丽: “李老师, 您这么一说, 我就明白了. 学了用字母表示数以后, 可以用字母作为数字的代表, 去说明一些数量间的关系. 这对我们四年级同学来说可是一件新鲜事儿. 在实际应用中, 同学们需要注意些什么呢?”

李老师: “在实际应用时, 下列两点应该特别注意:

(1) 在同一个问题中, 同一个量必须用同一个字母

来表示；不同的量必须用不同的字母来表示。如路程( $s$ )、速度( $v$ )和时间( $t$ )的关系是

$$s = vt. \quad \text{①}$$

三者之间的关系还可以表示为

$$v = \frac{s}{t}. \quad \text{②}$$

在这两个公式中， $s$ 表示的都是路程。当然，如果用别的字母也可以，如用 $l$ 代替 $s$ 表示路程，但两个公式中的 $s$ ，应当都换为 $l$ 。一旦用 $l$ 表示路程后，速度和时间就不能也用 $l$ 来表示了。

(2)在不同问题中，同一个字母也可以表示不同的量。

例如， $s = vt$ 中的 $s$ 表示路程， $S = ab$ 中的 $S$ 则表示长方形的面积。这里的 $a$ 、 $b$ 表示长方形的长和宽，而加法交换律 $a + b = b + a$ 的 $a$ 、 $b$ ，则表示加数。”

## 2. 等式与方程

这天，在小组活动时，李老师问：“什么叫等式？”

小强马上回答说：“用等号联结的式子就叫等式。”

李老师在黑板上写了这样三个式子：

$$5 = 5, \quad x + 3 = 5, \quad 5 = 3.$$

然后问道：“这三个式子都是等式吗？”

小强又抢着说：“ $5 = 5$ 是等式， $x + 3 = 5$ 和 $5 = 3$ 左右两边不相等，所以不是等式。”

李老师又问其他同学：“你们说呢？”有的同学点头同意，有的同学低头沉思。

李老师说：“ $x+3=5$ 和 $5=3$ 也算等式！”

小红不禁问道：“ $x+3=5$ 这个式子中有个 $x$ ，这式子能相等吗？ $5=3$ ，这明明不相等，怎么能叫等式呢？”

李老师说：“在数学中，我们把用等号联结起来的式子叫等式。 $x+3=5$ 和 $5=3$ 都是等号联结起来的数学式子，所以它们也叫等式，等式和相等是两回事！

我们可以把等式分为三种：

(1) 等号两端总是相等，这类等式叫绝对等式，也叫恒等式，例如  $5=5$ ；

(2) 只有当 $x$ 等于某个数时，两端才相等，这种等式叫做条件等式，例如 $x+3=5$ 中， $x=2$ ；

(3) 等号两端总不相等，这种等式叫做假等式，例如  $5=3$ 。这种假等式我们通常用不等号来表示，写成 $5>3$ ，这在以后还要专门学习。”

小红高兴地说：“等式的概念我弄明白了。但我还有一个问题：等式是否就是我们学的方程？”

李老师看到他们学习这么认真，高兴地回答说：“方程是特殊的等式，它是含有未知数的等式。因此可以说方程是等式，但等式不一定是方程。”李老师停了停又接着说：“方程有两个特点：一是含有未知数，二是等式。二者缺一不可。此外，我们还可以这样来理解方程的含意，就是把这个等式看作一个问题。如方程 $3+x=8$ ，当 $x$ 是什么数的时候，再加上



3才等于8呢?一般说来,并不是 $x$ 任取一个数,加上3就等于8.但 $x$ 到底等于什么数,这通常就是需要我们求的问题。”

经过李老师这么一讲,大家对等式、方程的概念就清楚了。

### 3. 解方程不能连等

这天,李老师出了几道题让课外学习小组的同学做,其中一道是 $x+8=15$ 。

小明是这样解的:

$$\begin{aligned}x+8 &= 15 \\&= x = 15 - 8 \\&= x = 7;\end{aligned}$$

小红是这样解的:

$$\begin{aligned}x+8 &= 15 \\&= 15 - 8 \\&= 7\end{aligned}$$

做完以后,小明和小红互相对了对答案,一看最后结果都是7,都很高兴。心想,李老师看了一定会表扬我们几句。



李老师走过来,看了小明和小红的解答后摇了摇头,说道:“解方程 $x+8=15$ 就是求 $x$ 是什么数时,这个等式



成立.根据加法的意义,和数15减去加数8,应当等于另一个加数 $x$ ,即

$$x = 15 - 8.$$

这就是说,本来是求方程 $x + 8 = 15$ 的解,现在就变成了求方程 $x = 15 - 8$ 的解.这两个方程的解应当是一样的.后面这个方程的解就是

$$x = 7.$$

小明的解法中,第一步就出了问题:

$$x + 8 = 15 = x.$$

这个式子中的第二个等号是不成立的,因为15不等于 $x$ ,实际上,如果 $x + 8 = 15 = x = 15 - 8$ 成立,那么,  $15 = x = 15 - 8$ ,这就出现了 $15 = 7 = 15 - 8$ 的错误.”

接着,李老师问小明:“15能等于7吗?”

小明说:“15比7多8,不相等.”

李老师又接下去讲道:“小红的解法也有类似的问题.他们俩虽然得数是对的,但是书写格式都是错的,这样解方程是错误的,正确的书写格式应该是这样的.”说着,李老师就在小黑板上写道:

$$x + 8 = 15,$$

$$x = 15 - 8,$$

$$x = 7.$$

#### 4. 怎样区别解方程和方程的解

“解方程和方程的解这两个概念,从字面上看差不多,把解方程中的“解”字放到后头就变成方程的解,它们之间的主要区别在哪里呢?”小明思考了好久,还是弄不清楚,于是他