中国科学院海洋研究所编辑

海洋科学集刊

STUDIA MARINA SINICA

9

科学出版社

1974年11月

海洋科学集刊

第　九　集

中国科学院海洋研究所编辑

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1974年11月第一版　开本：787×1092　1/16

1974年11月第一次印刷　印张：9 1/4

印数：0001—3,150　字数：206,000

统一书号：13031·308

本社书号：478·13—17

定价：1.40 元

前　　言

在毛主席革命路线指引下，二十五年来我国的海洋科学事业同其他各条战线一样，得到了迅猛的发展。特别是在1958年以后，在总路线、大跃进、人民公社三面红旗的指引下，我国海洋科学工作者，积极响应伟大领袖毛主席的号召，深入工农兵，使科学研究同生产实际密切结合，取得了丰硕的成果，对海洋科学许多领域的研究，取得了很大的进展，对祖国部分海域的调查，积累了大量的资料和标本，改变了我国海洋资料基本空白的状况，为我们祖国的社会主义建设提供了许多有价值的基本资料。伟大的无产阶级文化大革命，摧毁了以刘少奇、林彪为头子的两个资产阶级司令部，上层建筑其中包括文化领域发生了深刻的变革。战斗在海洋科学战线上的广大工人和科学技术人员，提高了阶级斗争、路线斗争和继续革命的觉悟，增强了识别真假马克思主义的能力，积累了贯彻党的基本路线的宝贵经验，大大促进了海洋科学事业的发展，使海洋科学战线出现了一派蓬蓬勃勃的大好形势。叛徒、卖国贼林彪，出于他复辟资本主义的反革命需要，极力否定我国社会主义革命和建设的伟大成就，极力诬蔑文化大革命，胡说什么"搞糟了"，"停滞不前"，"今不如昔"，把大好形势说得一团漆黑。这完全是没落阶级发出的哀鸣。

伟大领袖毛主席亲自发动和领导的批林批孔运动，是上层建筑领域里马克思主义战胜修正主义、无产阶级战胜资产阶级的政治斗争和思想斗争。这对巩固和发展无产阶级文化大革命的伟大成果，巩固无产阶级专政，防止资本主义复辟，具有重大的现实意义和深远的历史意义。当前，批林批孔运动正朝着普及、深入、持久的方向发展，革命大批判的洪流滚滚向前，它正以排山倒海之势冲击着流毒两千多年的孔孟之道，荡涤着修正主义的污泥浊水，进一步激发了广大群众的社会主义积极性，推动着社会主义的飞速发展。全国热气腾腾，形势一派大好。在这个大好形势的鼓舞下，我们编辑了《海洋科学集刊》第九集。为了使本刊更好地为我国社会主义事业服务，恳切希望广大读者向我们提出宝贵意见。

海洋科学集刊　第 9 集

(1974 年 11 月)

目　录

STUDIA MARINA SINICA, No. 9

(November, 1974)

CONTENTS

潮汐分析和预报的准调和分潮方法

I. 准调和分潮*

方 国 洪
（中国科学院海洋研究所）

潮汐的调和分析和预报方法，一般是准确可靠的。但是由于调和分潮的数目非常多，使用起来有时有着许多不便之处。为了能够由一次或几次周日观测计算出调和常数和为了能够使航海人员迅速地由调和常数推算出即时的潮汐情况，Doodson[2,3] 建议将众多的潮汐分潮合并为 O_1, K_1, M_2 和 S_2 四个分潮。合并所得分潮的振幅和角速率不再是常数，亦即分潮不再是调和的，我们称之为"准调和分潮"。严格地说，Darwin 引进的分潮也不是调和的，但是由于其交点系数 f 和天文相角中与交点有关的订正量 u 在一个很长的期间（例如一年）之内可视为不变，我们将仍按一般习惯，称之为"调和分潮"。至于 Doodson[1] 得出的严格的调和分潮，可以叫做"纯调和分潮"。Doodson 给出的计算准调和分潮的振幅系数 BC 和迟角订正 $b+c$[2,3] 的公式是相当粗略的，误差主要来自两个方面。一个是，如他已经指出的，用月亮中天时刻表示黄经，另一个是没有考虑视差潮令。本文将给出计算准调和分潮的振幅系数和迟角订正的更准确的公式，同时引进了浅水准调和分潮。由于准调和分潮的个数很少，将给某些情况下的潮汐的分析和预报带来好处，同时使实际的潮汐表现和它的调和常数之间的联系获得更加清晰的图景。

一、分潮合并的条件和公式

考察一个海区中某处 P 的周期相近的一群分潮

$$f^{(1)}H_P^{(1)}\cos(\sigma^{(1)}t-\varepsilon^{(1)}-g_P^{(1)}),\ f^{(2)}H_P^{(2)}\cos(\sigma^{(2)}t-\varepsilon^{(2)}-g_P^{(2)}),\cdots, \tag{1}$$

其中 t 为时间，σ 为角速率，f 为交点系数，$-\varepsilon$ 为天文初相角，H, g 为潮汐的调和常数，(1), (2), $\cdots$ 代表分潮。在本节往后凡是因分潮不同而不同的量在右上角记以分潮的符号，以资区别；凡随地点而变的量在右下角标以 P；凡随时间而变的量在右下角标以 t；对于本群分潮为共同的而且不随时间和地点变化的量将不加以任何附标。

式(1)中所有分潮之和可以写成一个分潮的形式，即

$$\Sigma f^{(i)}H_P^{(i)}\cos(\sigma^{(i)}t-\varepsilon^{(i)}-g_P^{(i)})=f_{t,P}H_P\cos(\sigma t-\varepsilon_{t,P}-g_P), \tag{2}$$

式中 $f_{t,P}$ 称为振幅系数，$\varepsilon_{t,P}$ 称为迟角订正，它们由下式确定：

$$\begin{cases} f_{t,P}\cos\varepsilon_{t,P}=\Sigma f^{(i)}K_P^{(i)}\cos[(\sigma-\sigma^{(i)})t+\varepsilon^{(i)}+k_P^{(i)}], \\ f_{t,P}\sin\varepsilon_{t,P}=\Sigma f^{(i)}K_P^{(i)}\sin[(\sigma-\sigma^{(i)})t+\varepsilon^{(i)}+k_P^{(i)}], \end{cases} \tag{3}$$

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 331 号。

这里

$$\begin{cases} K_P^{(i)} = H_P^{(i)}/H_P, \\ k_P^{(i)} = g_P^{(i)} - g_P. \end{cases} \tag{4}$$

式 (2) 右边表示着一个合并后的分潮,这个分潮的 σ, H_P, g_P 可以根据需要而任意选取。如果 σ 值与诸 $\sigma^{(i)}$ 值相差不大,由式 (3) 可以看到, 合并后分潮的 $f_{t,P}$ 和 $\varepsilon_{t,P}$ 随时间的变化将是缓慢的。

与原来的调和分潮不同,合并所得的分潮的振幅已不再是常量,相角也不再是随着时间而均匀地增加, 亦即此分潮不能再认为是调和分潮了。 但是在短期间内仍然还可以把它看作是调和的,故本文将把这一类分潮称为“准调和分潮”, 在不致混淆的情况下,也简称为“分潮”。

以上这种合并对于某一个特定的地点总是可以施行的, 但是合并后分潮的振幅系数和迟角订正既随时间变化,又与地点有关,并没有给我们带来多少方便。幸而实际的潮汐调和常数之间存在着这样的关系, 即周期相近分潮的振幅比和迟角差随地点的变化较之分潮的调和常数本身随地点的变化要缓慢和微小得多。 因此只要适当地选择 H_P 和 g_P, 例如令其等于该地点这群分潮中最大分潮的相应数值, 那么式(4)中的 $K_P^{(i)}$ 和 $k_P^{(i)}$ 可以在一个相当广大的海区内被视为常数,即在一定的海区内,对于一群周期相近的分潮(1),可以近似地认为存在仅与分潮有关而与地点无关的常数 $K^{(i)}$ 和 $k^{(i)}$,

$$\begin{cases} K^{(i)} = H_P^{(i)}/H_P, \\ k^{(i)} = g_P^{(i)} - g_P. \end{cases} \tag{5}$$

从而式(3)右边的量也与 P 无关而可写为

$$\begin{cases} f_t \cos \varepsilon_t = \Sigma f^{(i)} K^{(i)} \cos [(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)} + k^{(i)}], \\ f_t \sin \varepsilon_t = \Sigma f^{(i)} K^{(i)} \sin [(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)} + k^{(i)}]. \end{cases} \tag{6}$$

这意味着,如果在一个海区内,对于一群周期相近的分潮, 可以近似认为式(5)成立, 那么这一群分潮可以合并为一个分潮, 这个分潮的振幅系数和迟角订正仅仅随着时间作缓慢的变化。

结论 1 一个海区, 如果存在与地点无关而仅与分潮有关的常数 $K^{(i)}$, $k^{(i)}$($i = 1, 2, \cdots$), 对于海区中任何地点都近似满足式(5),则这群分潮可以合并为一个分潮,即有

$$\Sigma f^{(i)} H_P^{(i)} \cos (\sigma^{(i)} t - \varepsilon^{(i)} - g_P^{(i)}) = f_t H_P \cos (\sigma t - \varepsilon_t - g_P) \tag{7}$$

成立, 其中合并后分潮的振幅系数 f_t 和迟角订正 ε_t 仅是时间的函数而与地点无关, 且由式(6)确定。

合并后得到的分潮当然是一个准调和分潮,但是未合并前的分潮可以是调和分潮,也可以是准调和分潮。因为由式(6)可知,等式右边的 $f^{(i)}$ 和 $\varepsilon^{(i)}$ 如果是时间的函数,所得到的 f_t 和 ε_t 仍然只是与时间有关。

现在再来假设

$$f^{(1)} C^{(1)} \cos (\sigma^{(1)} t - \varepsilon^{(1)}),\ f^{(2)} C^{(2)} \cos (\sigma^{(2)} t - \varepsilon^{(2)}),\ \cdots \tag{8}$$

是式(1)中各个分潮对应的平衡潮分潮,其中 $C^{(i)}$($i = 1, 2, \cdots$) 是各平衡潮分潮的平均系数。由于我们考察的是周期相近的一群分潮,与地理纬度有关的因子,由于对各个分潮都相同而不计入 C 内。如果所考察的海区不但存在满足式(5)的常数 $K^{(i)}$, $k^{(i)}$, 而且近似

地有

$$\begin{cases} K^{(i)} = C^{(i)}/C, \\ k^{(i)} = (\sigma^{(i)} - \sigma)T - \eta, \end{cases} \tag{9}$$

式中 C, η 为常数，它们决定于式(5)中 H_P 和 g_P 的选择方式，而常数 T 则称为这一群分潮（或由它们合并所得的准调和分潮）的潮令，则由式(6)可得

$$\begin{cases} Cf_t\cos(\varepsilon_t + \eta) = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\cos[(\sigma - \sigma^{(i)})(t - T) + \varepsilon^{(i)}], \\ Cf_t\sin(\varepsilon_t + \eta) = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\sin[(\sigma - \sigma^{(i)})(t - T) + \varepsilon^{(i)}]. \end{cases} \tag{10}$$

另一方面，式(8)中的平衡潮分潮也可以合并为一个分潮，即

$$\Sigma f^{(i)}C^{(i)}\cos(\sigma^{(i)}t - \varepsilon^{(i)}) = f'_tC\cos(\sigma t - \varepsilon'_t), \tag{11}$$

其中

$$\begin{cases} Cf'_t\cos\varepsilon'_t = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\cos[(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)}], \\ Cf'_t\sin\varepsilon'_t = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\sin[(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)}]. \end{cases} \tag{12}$$

上式以 $t - T$ 代替 t, 可得

$$\begin{cases} Cf'_{t-T}\cos\varepsilon'_{t-T} = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\cos[(\sigma - \sigma^{(i)})(t - T) + \varepsilon^{(i)}], \\ Cf'_{t-T}\sin\varepsilon'_{t-T} = \Sigma f^{(i)}C^{(i)}\sin[(\sigma - \sigma^{(i)})(t - T) + \varepsilon^{(i)}]. \end{cases} \tag{13}$$

比较式(10)和(13)，得

$$\begin{cases} f_t = f'_{t-T}, \\ \varepsilon_t = \varepsilon'_{t-T} - \eta. \end{cases} \tag{14}$$

式(14)表示着由实际分潮合并所得的分潮与由平衡潮分潮合并所得的分潮之间的关系。

作为一个应用，我们假定要将这一群分潮合并到第 j 个分潮（一般均合并到最大的一个分潮），并且取

$$\begin{cases} H_p = H_P^{(j)}, \\ g_P = g_P^{(j)}, \end{cases} \tag{15}$$

则由式(5)和式(9)置 $i = j$ 便可知

$$\begin{cases} C = C^{(j)}, \\ \eta = (\sigma^{(j)} - \sigma)T, \end{cases} \tag{16}$$

这样，条件(5)和(9)可合而由下式表示：

$$\begin{cases} H_P^{(i)} = \dfrac{C^{(i)}}{C^{(j)}}H_P^{(j)}, \\ g_P^{(i)} = g_P^{(j)} + (\sigma^{(i)} - \sigma^{(j)})T, \end{cases} \tag{17}$$

而式(12)和(14)则可分别改为

$$\begin{cases} f'_t\cos\varepsilon'_t = \dfrac{1}{C^{(j)}}\Sigma f^{(i)}C^{(i)}\cos[(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)}], \\ f'_t\sin\varepsilon'_t = \dfrac{1}{C^{(j)}}\Sigma f^{(i)}C^{(i)}\sin[(\sigma - \sigma^{(i)})t + \varepsilon^{(i)}], \end{cases} \tag{18}$$

及

$$\begin{cases} f_t = f'_{t-T}, \\ \varepsilon_t = \varepsilon'_{t-T} + (\sigma - \sigma^{(j)})T. \end{cases} \tag{19}$$

这样，我们得到了如下的结论：

结论 2 如果一个海区中的一群分潮，在任一地点其调和常数之间存在着近似满足式(17)的关系，则这一群分潮可以合并为一个分潮，即有

$$\Sigma f^{(i)}H_P^{(i)}\cos(\sigma^{(i)}t-\varepsilon^{(i)}-g_P^{(i)})=f_t H_P^{(j)}\cos(\sigma t-\varepsilon_t-g_P^{(j)}) \tag{20}$$

成立，等式右边合并后分潮的振幅系数 f_t 和迟角订正 ε_t 仅是时间的函数，且由式(18)和(19)确定。

由式(11)可知，f_t' 和 ε_t' 是由一群平衡潮分潮合并得到的，显然这种合并手续并不全都需要。因为我们可以找到合适的平衡潮展开式，这个展开式尚未展开为调和项；而且可以从中找到某一个或几个数目不多的项，如果将它们展开的话，正好是式(8)中的所有分潮，那么合并式(8)中所有的分潮就变为合并这几个项了(如果只是一个项，则毋须合并了)。这给我们计算 f_t 和 ε_t 值带来很大方便。反之，若根据结论 1 来对调和分潮进行合并，就必须处理许许多多分潮。但是结论 2 所要求的条件比结论 1 的严格，即各调和分潮的振幅之比不但不随地点变化，而且其相对比值要与相应平衡潮分潮的振幅之比相同；同时各调和分潮的迟角之差不但不随地点改变，而且其数值与相应分潮角速率之差的比值还必须不因分潮的不同而不同。

二、O_1, K_1, M_2, S_2 准调和分潮

我们利用前节得出的关于分潮合并的条件和公式来对实际分潮进行合并。这节中我们讨论的只是全日分潮和半日分潮，因为长周期分潮实际上主要是属于气象性质的，可以作为平均海面高度的季节变化而另外考虑；三分日分潮的数值很小，我们不予考虑，亦即，平衡潮中与 a/r 及 a/r_S(a——地球半径，r 和 r_S——月地和日地距离)的四次方有关的项将不计及。O_1, K_1, M_2 和 S_2 是所有调和分潮中具有头等重要的分潮，我们来讨论将所有全日和半日调和分潮合并为这四个分潮的方法。

上节已经谈到，对调和分潮进行合并，可直接利用某一适当的平衡潮表达式。现在我们对于太阴和太阳的平衡潮采用下列形式的展开式[4]:

$$\begin{aligned}
\zeta=&\frac{3}{4}\frac{M}{E}\frac{a^4}{c^3}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sin^2\varphi\right)\left\{\left(\frac{c}{r}\right)^3\left(\frac{2}{3}-\sin^2 I\right)+\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin^2 I\cos(2\lambda-2\xi)\right\}+\\
&+\frac{3}{4}\frac{M}{E}\frac{a^4}{c^3}\sin 2\varphi\left\{\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\cos^2\frac{I}{2}\cos[\tau-(2\lambda-h+\nu-2\xi+90^\circ)]+\right.\\
&+\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin 2I}{2}\cos[\tau-(-h+\nu-90^\circ)]+\\
&\left.+\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\sin^2\frac{I}{2}\cos[\tau-(-2\lambda-h+\nu+2\xi-90^\circ)]\right\}+\\
&+\frac{3}{4}\frac{M}{E}\frac{a^4}{c^3}\cos^2\varphi\left\{\left(\frac{c}{r}\right)^3\cos^4\frac{I}{2}\cos[2\tau-(2\lambda-2h+2\nu-2\xi)]+\right.\\
&+\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin^2 I}{2}\cos[2\tau-(-2h+2\nu)]+\\
&\left.+\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin^4\frac{I}{2}\cos[2\tau-(-2\lambda-2h+2\nu+2\xi)]\right\},
\end{aligned}\tag{21}$$

及

$$\bar{\zeta}_S = \frac{3}{4}\frac{S}{E}\frac{a^4}{c_S^3}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\sin^2\varphi\right)\left\{\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\left(\frac{2}{3}-\sin^2\omega\right)+\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin^2\omega\cos 2\lambda_S\right\}+$$
$$+\frac{3}{4}\frac{S}{E}\frac{a^4}{c_S^3}\sin 2\varphi\left\{\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin\omega\cos^2\frac{\omega}{2}\cos[\tau-(2\lambda_S-h+90°)]+\right.$$
$$+\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\frac{\sin 2\omega}{2}\cos[\tau-(-h-90°)]+$$
$$\left.+\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin\omega\sin^2\frac{\omega}{2}\cos[\tau-(-2\lambda_S-h-90°)]\right\}+$$
$$+\frac{3}{4}\frac{S}{E}\frac{a^4}{c_S^3}\cos^2\varphi\left\{\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\cos^4\frac{\omega}{2}\cos[2\tau-(2\lambda_S-2h)]+\right.$$
$$+\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\frac{\sin^2\omega}{2}\cos[2\tau-(-2h)]+$$
$$\left.+\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin^4\frac{\omega}{2}\cos[2\tau-(-2\lambda_S-2h)]\right\}, \quad (22)$$

式中，$\bar{\zeta}$, $\bar{\zeta}_S$——月亮，太阳平衡潮潮高；

M, S——月亮，太阳的质量；

E——地球质量；

a——地球平均半径；

r, r_S——月亮，太阳与地球中心的距离；

c, c_S——月亮，太阳与地球中心的平均距离；

φ——地理纬度；

I, ω——白道，黄道与赤道的交角；

τ——由子夜零时起算的平太阳时，以度表示之(每小时～15°)，即平太阳的时角加上180°；

λ, λ_S——月亮，太阳在其轨道上的真实经度；

h——平太阳经度；

ν——白道与赤道交点的赤经；

ξ——白道与赤道交点在白道上的经度。

式(21)和(22)中等号右边的第一、二项为长周期分潮，我们不考虑它们，因为如前所述，天文原因引起的实际长周期分潮很小，而气象原因引起的海面高度的变动，可作为平均海面的季节变化另外加上；第八项是极小的项，其振幅分别约为 M_2 和 S_2 的 0.2%，可略去不计；其余的每一项我们称它为一个子分潮，对这些子分潮进行合并将得到 O_1, K_1, M 和 S_2 四个准调和分潮。今将各个子分潮的系数(不包含公共系数 $\frac{3}{4}\frac{M}{E}\frac{a^4}{c^3}$ 及仅与地理纬度 φ 有关的因子)和天文相角列在表 1 中，表中 $S'=\frac{S}{M}\left(\frac{c}{c_S}\right)^3$，表的右边是各个子分潮所包含的主要的调和分潮。

表 1 子分潮的系数、天文相角和包含的主要调和分潮

准调和分潮	子分潮	系 数	天 文 相 角	包含的主要调和分潮
O_1	O_1	$\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\cos^2\frac{I}{2}$	$\tau-(2\lambda-h+\nu-2\xi+90°)$	O_1, Q_1, ρ_1, M_1(部分), $2Q_1$, σ_1, …
K_1	K_{1a}	$\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin 2I}{2}$	$\tau-(-h+\nu-90°)$	K_1 (太阴部分), J_1, M_1 (部分), χ_1, θ_1, …
	K_{1b}	$\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\sin^2\frac{I}{2}$	$\tau-(-2\lambda_S-h+\nu+2\xi-90°)$	OO_1, …
	K_{1c}	$\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3 S'\sin\omega\cos^2\frac{\omega}{2}$	$\tau-(2\lambda_S-h+90°)$	P_1, π_1, …
	K_{1d}	$\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3 S'\frac{\sin 2\omega}{2}$	$\tau-(-h-90°)$	K_1 (太阳部分), ψ_1, …
	K_{1e}	$\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3 S'\sin\omega\sin^2\frac{\omega}{2}$	$\tau-(-2\lambda_S-h-90°)$	φ_1, …
M_2	M_2	$\left(\frac{c}{r}\right)^3\cos^4\frac{I}{2}$	$2\tau-(2\lambda-2h+2\nu-2\xi)$	M_2, N_2, L_2 (部分), $2N_2$, ν_2, λ_2, μ_2, …
S_2	S_{2a}	$\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin^2 I}{2}$	$2\tau-(-2h+2\nu)$	K_2 (太阴部分), L_2 (部分), …
	S_{2b}	$\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3 S'\cos^4\frac{\omega}{2}$	$2\tau-(2\lambda_S-2h)$	S_2, T_2, R_2, …
	S_{2c}	$\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3 S'\frac{\sin^2\omega}{2}$	$2\tau-(-2h)$	K_2 (太阳部分), …

在应用第一节的结论 2 时，为了方便起见，对于 O_1 和 K_1 两个全日准调和分潮，取 $\sigma=15°/$小时，t 从某日子夜零时算起，则 σt 与 τ 之差为 360° 的整倍数，可以认为 $\sigma t=\tau$；对于 M_2 和 S_2 两个半日准调和分潮，取 $\sigma=30°/$小时，则 σt 与 2τ 之差亦为 360° 的整倍数，可认为 $\sigma t=2\tau$。为了与惯用符号一致起见，下面将各个实际准调和分潮的振幅系数和迟角订正分别记以 D 和 d，以代替上一节中的符号 f_t 和 ε_t，类似地用符号 D' 和 d' 代替天文准调和分潮中的相应量 f'_t 和 ε'_t，并且引入下列符号（其中 ω, S', C_{O_1}, C_{K_1}, C_{M_2}, C_{S_2} 根据 Schureman[4]，分别为 23.°452, 0.4602, 0.3771, 0.5305, 0.9085, 0.4227)：

$$\left\{\begin{aligned}
D'_{O_1}&=\frac{1}{C_{O_1}}\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\cos^2\frac{I}{2}=2.6518\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\cos^2\frac{I}{2},\\
D'_{K_{1a}}&=\frac{1}{C_{K_1}}\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin 2I}{2}=0.9425\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin 2I,\\
D'_{K_{1b}}&=\frac{1}{C_{K_1}}\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\sin^2\frac{I}{2}=1.8850\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin I\sin^2\frac{I}{2},\\
D'_{K_{1c}}&=\frac{1}{C_{K_1}}S'\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin\omega\cos^2\frac{\omega}{2}=0.3310\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3,\\
D'_{K_{1d}}&=\frac{1}{C_{K1}}S'\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\frac{\sin 2\omega}{2}=0.3167\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3,\\
D'_{K_{1e}}&=\frac{1}{C_{K_1}}S'\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\sin\omega\sin^2\frac{\omega}{2}=0.0143\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3,
\end{aligned}\right. \tag{23}$$

$$\left\{\begin{aligned} D'_{M_2} &= \frac{1}{C_{M_2}}\left(\frac{c}{r}\right)^3 \cos^4\frac{I}{2} = 1.1007\left(\frac{c}{r}\right)^3\cos^4\frac{I}{2},\\ D'_{S_{2a}} &= \frac{1}{C_{S_2}}\left(\frac{c}{r}\right)^3\frac{\sin^2 I}{2} = 1.1829\left(\frac{c}{r}\right)^3\sin^2 I,\\ D'_{S_{2b}} &= \frac{1}{C_{S_2}}S'\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\cos^4\frac{\omega}{2} = 1.0007\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3,\\ D'_{S_{2c}} &= \frac{1}{C_{S_2}}S'\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3\frac{\sin^2\omega}{2} = 0.0862\left(\frac{c_S}{r_S}\right)^3; \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} d'_{O_1} &= 2\lambda - h + \nu - 2\xi + 90^\circ,\\ d'_{K_{1a}} &= -h + \nu - 90^\circ,\\ d'_{K_{1b}} &= -2\lambda - h + \nu + 2\xi - 90^\circ,\\ d'_{K_{1c}} &= 2\lambda_S - h + 90^\circ,\\ d'_{K_{1d}} &= -h - 90^\circ,\\ d'_{K_{1e}} &= -2\lambda_S - h - 90^\circ,\\ d'_{M_2} &= 2\lambda - 2h + 2\nu - 2\xi,\\ d'_{S_{2a}} &= -2h + 2\nu,\\ d'_{S_{2b}} &= 2\lambda_S - 2h,\\ d'_{S_{2c}} &= -2h. \end{aligned}\right. \tag{24}$$

由上一节的结论 2，对于 O_1 准调和分潮，有

$$\left\{\begin{aligned} D_{O_1} &= [D'_{O_1}]_{t-T_{O_1}},\\ d_{O_1} &= [d'_{O_1}]_{t-T_{O_1}} + (15^\circ - \sigma_{O_1})T_{O_1} = [d'_{O_1}]_{t-T_{O_1}} + 1^\circ\!.0570\,T_{O_1}; \end{aligned}\right. \tag{25}$$

对于 K_1 准调和分潮，有

$$\left\{\begin{aligned} D'_{K_1}\cos d'_{K_1} &= \sum_{\nu=a,b,c,d,e} D'_{K_{1\nu}}\cos d'_{K_{1\nu}},\\ D'_{K_1}\sin d'_{K_1} &= \sum_{\nu=a,b,c,d,e} D'_{K_{1\nu}}\sin d'_{K_{1\nu}}, \end{aligned}\right. \tag{26}$$

$$\left\{\begin{aligned} D_{K_1} &= [D'_{K_1}]_{t-T_{K_1}},\\ d_{K_1} &= [d'_{K_1}]_{t-T_{K_1}} + (15^\circ - \sigma_{K_1})T_{K_1} = [d'_{K_1}]_{t-T_{K_1}} - 0^\circ\!.0411\,T_{K_1}; \end{aligned}\right. \tag{27}$$

对于 M_2 准调和分潮，有

$$\left\{\begin{aligned} D_{M_2} &= [D'_{M_2}]_{t-T_{M_2}},\\ d_{M_2} &= [d'_{M_2}]_{t-T_{M_2}} + (30^\circ - \sigma_{M_2})T_{M_2} = [d'_{M_2}]_{t-T_{M_2}} + 1^\circ\!.0159\,T_{M_2}; \end{aligned}\right. \tag{28}$$

对于 S_2 准调和分潮，有

$$\left\{\begin{aligned} D'_{S_2}\cos d'_{S_2} &= \sum_{\nu=a,b,c} D'_{S_{2\nu}}\cos d'_{S_{2\nu}},\\ D'_{S_2}\sin d'_{S_2} &= \sum_{\nu=a,b,c} D'_{S_{2\nu}}\sin d'_{S_{2\nu}}, \end{aligned}\right. \tag{29}$$

$$\begin{cases} D_{S_2} = [D'_{S_2}]_{t-T_{S_2}}, \\ d_{S_2} = [d'_{S_2}]_{t-T_{S_2}} + (30° - \sigma_{S_2})T_{S_2} = [d'_{S_2}]_{t-T_{S_2}}. \end{cases} \tag{30}$$

上列诸式中，T_{O_1}, T_{K_1}, T_{M_2}, T_{S_2} 分别为四个准调和分潮的潮令，单位为小时；脚标 $t-T$ 表示在计算时刻 t 的 D, d 值时，对方括号内取在时刻 $t-T$ 的值；σ_{O_1}, σ_{K_1}, σ_{M_2}, σ_{S_2} 为调和分潮的角速率，为常量。在根据海区的实际情况，确定了四个准调和分潮的潮令之后，它们的振幅系数 D 值和迟角订正 d 值便可由 $t-T$ 时刻的 h, λ_S, c_S/r_S, λ, c/r, I, ν, ξ 诸元素，按照式(23)—(30)计算出来。关于潮令的选取我们将于第四节专门讨论；$t-T$ 时刻的 h, λ_S, c_S/r_S, λ, c/r, I, ν, ξ 诸值的计算公式见附录。

这样，这个海区任一地点的实际潮高 ζ 的表达式可写为

$$\zeta = X_0 + D_{O_1}H_{O_1}\cos(15°t - d_{O_1} - g_{O_1}) + D_{K_1}H_{K_1}\cos(15°t - d_{K_1} - g_{K_1}) + \\ + D_{M_2}H_{M_2}\cos(30°t - d_{M_2} - g_{M_2}) + D_{S_2}H_{S_2}\cos(30°t - d_{S_2} - g_{S_2}). \tag{31}$$

这里 X_0 为平均海面加上长周期分潮；各准调和分潮的振幅系数 D 和迟角订正 d 随时间而变。在上式中，分潮的相角被写成 $p15°t - d - g(p = 1, 2)$ 的形式，但是 t 前面的系数并不代表分潮的真正的角速率。准确的角速率应当是 $p15° - \dot{d}$，这里 d 上面的黑圆点表示对时间的导数。这个角速率本身也是随时间而变化的。但是由于每个准调和分潮中以与其同名的调和分潮占优势，故这个角速率只在同名调和分潮角速率的上下作不大的变动，且其平均值即等于后者。因此在较短的期间，例如一天内，可将潮高 ζ 近似表为几个调和项之和：

$$\zeta = X_0 + \bar{D}_{O_1}H_{O_1}\cos(\sigma_{O_1}t - d_{O_1}^{(0)} - g_{O_1}) + \bar{D}_{K_1}H_{K_1}\cos(\sigma_{K_1}t - d_{K_1}^{(0)} - g_{K_1}) + \\ + \bar{D}_{M_2}H_{M_2}\cos(\sigma_{M_2}t - d_{M_2}^{(0)} - g_{M_2}) + \bar{D}_{S_2}H_{S_2}\cos(\sigma_{S_2}t - d_{S_2}^{(0)} - g_{S_2}), \tag{32}$$

式中 $\bar{D}_C(C = O_1, K_1, M_2, S_2)$ 为此期间中间时刻 t_m 的 D_C 值；$d_C^{(0)} = \bar{d}_C - (p15° - \sigma_C)t_m$ $(p = 1$, 若 $C = O_1$ 或 K_1; $p = 2$, 若 $C = M_2$ 或 $S_2)$, $\bar{d}_C$ 为 t_m 时刻的 d_C 值。与式(31)相比较，可知用式(32)代替(31)时，在时刻 t_m，各分潮的振幅和相角完全不变，当 $t \neq t_m$，但 $t - t_m$ 的量值不大时，其误差亦不大。有时为方便起见，$\bar{D}_C$, $d_C^{(0)}$ 的数值也可取它们等于与 t_m 最接近的一个零时的 D, d 值。这种取法意味着当 $t = 0$ 时各分潮的振幅和相角与式(31)相同，而当 $t \neq 0$ 时，有着不大的误差。

三、浅水分潮

四个分潮的潮高表达式，即式(31)或(32)，在具有较大的浅水分潮的港口用起来还是常感不够的，对于这样的港口还要增添浅水分潮。这里只就最大的浅水分潮——四分日分潮予以讨论，它们的周期大约为 6 个小时。

因为上面在忽略了一些极小的分潮之后已经将所有其余的半日分潮合并为 M_2 和 S_2 两个准调和分潮。故按潮汐动力学的结果，产生的四分日分潮只有三个。一个是准调和分潮 M_2 的倍潮，包含有调和分潮 M_4, MN_4, $\cdots$，我们用 M_4 来记它；另一个是准调和分潮 M_2 和 S_2 的复合潮，包含的主要调和分潮是 MS_4；再一个是准调和分潮 S_2 的倍潮，主要包含 S_4 调和分潮。这三个分潮并不同样重要。如果取平衡潮的比值 $H_{S_2}/H_{M_2} = 0.46$，那末

这三个四分日分潮的平均振幅之比为 1:0.92:0.21。实际上浅水区域的比值 H_{S_2}/H_{M_2} 一般均小于平衡潮的比值[1]。 例如若取 $H_{S_2}/H_{M_2}=0.3$，则上述三个四分日分潮的振幅比为 1:0.6:0.09。由此可知，最后一个四分日分潮是相当小的，粗略的计算可以将它略去；但如

表 2　1951 年 2 月每日零时的 d, D 值

日　期	d_{O_1}	D_{O_1}	d_{K_1}	D_{K_1}	d_{M_2}	D_{M_2}	d_{S_2}	D_{S_2}	d_{M_4}	D_{M_4}	d_{MS_4}	D_{MS_4}
1	256°	1.29	332°	1.31	214°	1.06	23°	1.06	68°	1.12	230°	0.98
2	283	1.33	331	1.29	240	1.08	23	1.07	120	1.18	260	0.98
3	311	1.36	330	1.27	267	1.11	23	1.09	173	1.23	292	1.01
4	339	1.38	331	1.26	294	1.13	23	1.10	227	1.27	324	1.09
5	7	1.39	331	1.26	321	1.14	23	1.12	281	1.29	353	1.20
6	35	1.39	332	1.26	348	1.13	23	1.13	336	1.29	21	1.31
7	63	1.38	332	1.27	15	1.12	23	1.14	30	1.26	46	1.40
8	91	1.35	331	1.27	42	1.10	22	1.15	84	1.21	69	1.46
9	118	1.31	330	1.26	68	1.07	21	1.16	137	1.14	91	1.46
10	145	1.26	328	1.23	94	1.03	21	1.16	188	1.06	112	1.42
11	171	1.21	326	1.19	119	0.99	20	1.17	239	0.98	132	1.32
12	197	1.16	325	1.13	144	0.95	19	1.17	287	0.90	152	1.20
13	221	1.11	324	1.07	167	0.91	19	1.18	334	0.83	173	1.07
14	245	1.08	323	1.02	190	0.88	18	1.18	20	0.77	195	0.94
15	268	1.05	322	0.97	212	0.85	17	1.19	64	0.73	220	0.84
16	291	1.03	322	0.93	234	0.84	17	1.20	108	0.70	247	0.77
17	314	1.02	322	0.90	256	0.83	17	1.20	152	0.69	275	0.76
18	336	1.02	322	0.88	278	0.83	16	1.21	195	0.69	303	0.80
19	359	1.03	322	0.88	299	0.84	16	1.22	239	0.71	328	0.89
20	22	1.05	322	0.90	321	0.86	16	1.23	283	0.74	352	1.01
21	46	1.08	321	0.92	344	0.88	16	1.24	328	0.77	13	1.15
22	70	1.11	320	0.95	7	0.90	16	1.26	14	0.82	33	1.29
23	94	1.14	317	0.98	30	0.93	16	1.27	61	0.86	53	1.41
24	119	1.17	315	1.00	54	0.96	16	1.28	109	0.91	72	1.50
25	145	1.20	312	1.02	79	0.98	15	1.30	157	0.97	92	1.55
26	171	1.24	309	1.03	104	1.01	15	1.31	207	1.02	112	1.56
27	197	1.26	306	1.02	129	1.03	15	1.32	258	1.06	134	1.52
28	223	1.29	303	1.00	154	1.05	15	1.33	309	1.11	157	1.44

果要较精确的计算，可以把它合并到第二个分潮中去，合并以后的分潮将记为 MS_4。于是四分日周期的准调和分潮也只有两个，一个是 M_4 分潮，它的振幅系数 D 和迟角订正 d 由下式确定：

$$\begin{cases} D_{M_4}=D_{M_2}^2, \\ d_{M_4}=2d_{M_2}; \end{cases} \tag{33}$$

而另一个是 MS_4 分潮，它可以应用第一节结论 1 来得到。设

1) Doodson 和 Warburg（参看参考文献[2]，第 9.2 节）把这种现象归因于 S_2 的角速率大于 M_2 的角速率，因而他们得出结论，由于 N_2 的角速率小于 M_2，H_{N_2}/H_{M_2} 应大于平衡潮的相应比值。这种看法相当普遍。事实上，这只是对于深海的情况才是真实的。作者认为，H_{S_2}/H_{M_2} 一般要小于平衡潮比值，在浅水区域中，主要是由于摩擦效应的非线性所产生的，因而这个比值要随着潮波的向前传播愈来愈小。在这样的区域内，H_{N_2}/H_{M_2} 一般并不大于平衡潮比值，而是要略小于它。

$$\begin{cases} H'_{MS_4} = H_{S_4}/H_{MS_4}, \\ g'_{MS_4} = g_{S_4} - g_{MS_4} \end{cases} \tag{34}$$

可以认为在所讨论的海区里不变,则有

$$\begin{cases} D_{MS_4}\cos d_{MS_4} = D_{M_2}D_{S_2}\cos(d_{M_2} + d_{S_2}) + D^2_{S_2}H'_{MS_4}\cos(2d_{S_2} + g'_{MS_4}), \\ D_{MS_4}\sin d_{MS_4} = D_{M_2}D_{S_2}\sin(d_{M_2} + d_{S_2}) + D^2_{S_2}H'_{MS_4}\sin(2d_{S_2} + g'_{MS_4}). \end{cases} \tag{35}$$

按照正规的作法，应当统计海区中调和分潮 S_4 和 MS_4 的调和常数的差比数作为 g'_{MS_4} 和 H'_{MS_4}。但是更简便的方法是根据动力学的结果，取 $H'_{MS_4} = \frac{1}{2}H_{S_2}/H_{M_2}$，$g'_{MS_4} = g_{S_2}-g_{M_2}$。对于中国近海,根据若干个港口的统计,可取前者为 0.17，后者为 52°,由于四分日分潮毕竟是比较次要的,所作的近似不会带来很大误差。

把 M_4 和 MS_4 两个准调和分潮增添进去以后,就得到潮高的六个分潮的表达式:

$$\begin{aligned} \zeta = X_0 &+ D_{O_1}H_{O_1}\cos(15°t - d_{O_1} - g_{O_1}) + D_{K_1}H_{K_1}\cos(15°t - d_{K_1} - g_{K_1}) + \\ &+ D_{M_2}H_{M_2}\cos(30°t - d_{M_2} - g_{M_2}) + D_{S_2}H_{S_2}\cos(30°t - d_{S_2} - g_{S_2}) + \\ &+ D_{M_4}H_{M_4}\cos(60°t - d_{M_4} - g_{M_4}) + D_{MS_4}H_{MS_4}\cos(60°t - d_{MS_4} - g_{MS_4}), \end{aligned} \tag{36}$$

或近似地,

$$\begin{aligned} \zeta = X_0 &+ \bar{D}_{O_1}H_{O_1}\cos(\sigma_{O_1}t - d^{(0)}_{O_1} - g_{O_1}) + \bar{D}_{K_1}H_{K_1}\cos(\sigma_{K_1}t - d^{(0)}_{K_1} - g_{K_1}) + \\ &+ \bar{D}_{M_2}H_{M_2}\cos(\sigma_{M_2}t - d^{(0)}_{M_2} - g_{M_2}) + \bar{D}_{S_2}H_{S_2}\cos(\sigma_{S_2}t - d^{(0)}_{S_2} - g_{S_2}) + \\ &+ \bar{D}_{M_4}H_{M_4}\cos(\sigma_{M_4}t - d^{(0)}_{M_4} - g_{M_4}) + \bar{D}_{MS_4}H_{MS_4}\cos(\sigma_{MS_4}t - d^{(0)}_{MS_4} - g_{MS_4}). \end{aligned} \tag{37}$$

作为例子,表 2 列出了 1951 年 2 月每日零时的迟角订正值和振幅系数值，计算时取 T_{O_1}，T_{K_1}，T_{M_2}，T_{S_2} 均为 48 小时，$H'_{MS_4} = 0.17$，$g'_{MS_4} = 52°$。

四、准调和分潮的潮令和误差

在第二节和第三节中，假定分潮合并的条件是满足的，但是实际上只能是近似地满足。

我们来考察式(17)。它的第一式要求属于同一准调和分潮的各个调和分潮的实际振幅的相对大小等于相应平衡潮分潮的相对大小。实际的情况并不严格满足这个条件。因此在对调和分潮进行合并时,带来的振幅误差为

$$\Delta H^{(i)}_P = \tilde{H}^{(i)}_P - H^{(i)}_P = \frac{C^{(i)}}{C^{(j)}}H^{(j)}_P - H^{(i)}_P, \tag{38}$$

这里 $\tilde{H}^{(i)}_P$ 为按照式(17)第一式计算的结果，$H^{(i)}_P$ 为实际的数值。

式(17)第二式要求每两个调和分潮的迟角差比例于角速度之差，这个比例系数必须不因地点和调和分潮而变。可是实际的情况,这个条件也只能近似满足,即对于不同的地点和不同的调和分潮，T 取下列不同的数值:

$$T^{(i)}_P = \frac{g^{(i)}_P - g^{(j)}_P}{\sigma^{(i)} - \sigma^{(j)}}. \tag{39}$$

今用一个与地点及调和分潮无关的 T 来代替 $T^{(i)}_P$，意味着用迟角

$$\tilde{g}^{(i)}_P = g^{(j)}_P + (\sigma^{(i)} - \sigma^{(j)})T \tag{40}$$

来代替 $g^{(i)}_P$，其误差为

$$\Delta g_P^{(i)} = \tilde{g}_P^{(i)} - g_P^{(i)} = (\sigma^{(i)} - \sigma^{(j)})(T - T_P^{(i)}). \tag{41}$$

因此，原则上选取的 T 值应满足

$$\iint \sum w_P^{(i)} |\Delta g_P^{(i)}| dS = \min, \tag{42}$$

其中积分对整个海区施行；$\sum$表示对各分潮求和；$w_P^{(i)}$ 为加权系数，显然对于较大的调和分潮其数值应较大，一般可取它正比于分潮的振幅。

按照式(42)的要求，对 O_1，K_1，M_2 和 S_2 四个准调和分潮分别进行计算，可以得出它们的潮令 T_{O_1}，T_{K_1}，T_{M_2} 和 T_{S_2}。实际上，这四个潮令的数值一般是很相近的。同时应当指出，由于 K_1 和 S_2 两个准调和分潮中，其最主要的几个调和分潮（例如 K_1 准调和分潮中的 K_1 和 P_1 调和分潮，S_2 准调和分潮中的 S_2 和 K_2 调和分潮）具有很接近的周期，潮令的误差对迟角误差的影响是不大的（除非潮令具有特别大的误差），这从式(41)容易看出。因此在实用中，常常近似地用一个共同的数值 T 来代替，并且常常取视差潮令作为 T。我们这里，视差潮令，对于半日潮性质的海区，指的是 $(g_{N_2} - g_{M_2})/(\sigma_{N_2} - \sigma_{M_2})$；对于全日

表 3　准调和分潮的误差

准调和分潮	调和分潮	南浦（38°41′N，125°24′E）					澳门（22°20,N，113°30′E）				
		$g°$	H(厘米)	$\tilde{g}°$	$\tilde{H}$(厘米)	误差(厘米)	$g°$	H(厘米)	$\tilde{g}°$	$\tilde{H}$(厘米)	误差(厘米)
O_1	Q_1	256.3	4.1	258.4	4.8	0.7	245	6.0	242	5.6	0.5
	O_1	284.5	25.0	284.5	25.0	0.0	268	29.0	268	29.0	0.0
K_1	M_1	—	—	302.9	1.5	—	284	1.5	291	1.4	0.2
	P_1	321.4	12.1	325.1	12.2	0.8	314	11.7	313	11.8	0.2
	K_1	329.0	36.9	329.0	36.9	0.0	317	35.8	317	35.8	0.0
	J_1	—	—	355.1	2.1	—	341	2.2	343	2.0	0.2
	OO_1	—	—	21.7	1.1	—	—	—	10	1.1	—
	S_1	—	—	—	0.0	—	123	1.0	—	0.0	1.0
M_2	$2N_2$	—	—	179.5	4.7	—	—	—	253	1.2	—
	μ_2	341.4	9.3	183.0	4.4	13.5	269	1.0	256	1.1	0.3
	N_2	206.1	31.8	205.7	35.1	3.4	287	9.2	279	9.2	0.3
	ν_2	238.7	9.1	209.2	6.8	4.6	290	1.9	282	1.8	0.3
	M_2	231.8	181.5	231.8	181.5	0.0	305	47.6	305	47.6	0.0
	λ_2	—	—	254.4	1.3	—	—	—	328	0.3	—
	L_2	262.3	14.5	257.9	5.0	9.5	323	1.3	331	1.3	0.2
S_2	T_2	—	—	283.6	3.5	—	—	—	338	1.1	—
	S_2	285.6	60.1	285.6	60.1	0.0	340	18.6	340	18.6	0.0
	R_2	—	—	287.6	0.5	—	—	—	342	0.1	—
	K_2	284.3	15.3	289.5	16.4	1.8	340	5.8	344	5.1	0.8
	$2SM_2$	—	—	—	0.0	—	—	—	—	0.0	—
	M_3	—	—	—	0.0	—	223	1.4	—	0.0	1.4
M_4	MN_4	—	—	240.9	2.0	—	—	—	62	1.2	—
	M_4	267.0	5.1	267.0	5.1	0.0	88	3.0	88	3.0	0.0
MS_4	MS_4	227.4	4.7	227.4	4.7	0.0	124	2.3	124	2.3	0.0
	S_4	—	—	279.4	0.8	—	—	—	176	0.4	—
	M_6	—	—	—	0.0	—	245	0.8	—	0.0	0.8

潮性质的海区，指的是 $(g_{Q_1}-g_{O_1})/(\sigma_{Q_1}-\sigma_{O_1})$。这样做，在计算第二节中的 D' 和 d' 值时可以带来很大方便，因为在计算时刻 t 的 D, d 值时，要用到 $t-T$ 时刻的 D', d' 值，因而需要用到 $t-T$ 时刻的 h, λ_S, c_S/r_S, λ, c/r, I, ν, ξ, 采用了相同的 T 值，就只要计算一组上列数值，而不必用四组。

为了对准调和分潮的准确度有一个概念，我们对南浦和澳门两个港口的采用 $T=48$ 小时而得出的各个调和分潮的调和常数与实际分析所得的调和常数(见文献[4]，1924 年第一版)，选取其主要分潮进行比较，如表 3 所示。表中 S_4 分潮为取 $H'_{MS_4}=0.17$, $g'_{MS_4}=52°$ 所得的结果(见第三节)；误差系指矢量误差的模，即由

$$[(\tilde{H}\cos\tilde{g}-H\cos g)^2+(\tilde{H}\sin\tilde{g}-H\sin g)^2]^{\frac{1}{2}}$$

确定。从表中可以看到，几乎所有分潮的误差都是不大的。但是在南浦，我们看到一个引人注目的 μ_2 分潮，它的误差将近 14 厘米。我们知道，μ_2 分潮的角速率与复合分潮 $2MS_2$ 相同，可以断定，上述误差乃是来自浅水中的非线性效应；并且从南浦的 M_4 和 MS_4 分潮具有较小的振幅这一点来看，影响 μ_2 分潮的非线性效应主要的不是 Airy 所研究过的那类浅水分潮，而是海底的摩擦作用。基于同样原因，L_2 分潮也受到复合分潮 $2MN_2$ 的影响。关于这个问题，作者将在另外的论文中再作进一步讨论。这里只想指出，摩擦所产生的浅水分潮不只是在个别地点存在，凡是摩擦作用较显著的区域，都会产生相当大的影响。例如整个渤海和黄海北部，这类分潮都有相当的量值，南浦即可作为一个例子。北部湾则具有全日周期的这类分潮。在北海的南部，这类分潮的振幅可以达到更大的数值(10—20 厘米)。但是象澳门这样的港口，潮波到达这里毋须经由漫长的浅水区域，相应地，这些复合分潮的影响就显得微小得多。在前面，我们在计算各准调和分潮的振幅系数和迟角订正值的时候，都未曾考虑这些影响，故在浅水区域具有一定的误差。为了更求准确，这些分潮也可部分地考虑在内，但是这样做，对不同海区必须采用不同的有关数值。

附录 h, λ_S, c_S/r_S, λ, c/r, I, ν, ξ 的计算公式

出现于式(23)和(24)等号右边的天文变元有 h, λ_S, $(c_S/r_S)^3$, λ, $(c/r)^3$, I, ν, ξ。由天体力学可知，这些量可以由 s, h, p, N, p_S 这五个基本元素来算出，它们分别为月亮，太阳，月亮近地点，白道升交点，太阳近地点的平均经度，且由下式确定：

$$\begin{cases} s=277.^\circ0248+481\,267.^\circ8906J+0.^\circ0020J^2, \\ h=280.^\circ1895+36\,000.^\circ7689J+0.^\circ0003J^2, \\ p=334.^\circ3853+4\,069.^\circ0340J-0.^\circ0103J^2, \\ N=259.^\circ1568-1\,934.^\circ1420J+0.^\circ0021J^2, \\ p_S=281.^\circ2209+1.^\circ7192J+0.^\circ0005J^2, \end{cases} \tag{43}$$

式中 J 为以 1900 年 1 月 1 日零时为计算起点的时间的儒略世纪(即 36525 日)数。特别对于 20 世纪，若令 $t-T$ 时刻的年份为 Y，日期序数(以 1 月 1 日为零)为 D，平太阳时为 H，则可用下式计算：

$$\begin{cases} s=277.^\circ025+129.^\circ384\,81(Y-1900)+13.^\circ176\,40\left(D+l+\frac{H}{24}\right), \\ h=280.^\circ190-0.^\circ238\,72(Y-1900)+0.^\circ985\,65\left(D+l+\frac{H}{24}\right), \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 334.^\circ 385 + 40.^\circ 662\,49(Y-1900) + 0.^\circ 111\,40\left(D + l + \dfrac{H}{24}\right), \\ N = 259.^\circ 157 - 19.^\circ 328\,18(Y-1900) - 0.^\circ 052\,95\left(D + l + \dfrac{H}{24}\right), \\ p_s = 281.^\circ 221 + 0.017\,15(Y-1900) - 0.^\circ 000\,05\left(D + l + \dfrac{H}{24}\right), \end{cases} \tag{44}$$

式中 l 为自 1901 至 Y 年的闰年数，即

$$l = 0.25(Y-1901)\text{之整数部分。} \tag{45}$$

算出这五个基本元素之后，λ_s, c_s/r_s, λ, c/r, I, ν, ξ 由下列诸式计算即可满足潮汐上所需要的准确度：

$$\begin{cases} \lambda_s = h + 2e_s \sin(h - p_s) + \dfrac{5}{4}e_s^2 \sin 2(h - p_s) = \\ \quad = h + 1.^\circ 92 \sin(h - p_s) + 0.^\circ 02 \sin 2(h - p_s), \\ \dfrac{c_s}{r_s} = 1 + e_s \cos(h - p_s) + e_s^2 \cos 2(h - p_s) = \\ \quad = 1 + 0.0168 \cos(h - p_s) + 0.0003 \cos 2(h - p_s), \\ \lambda = s + 2e \sin(s - p) + \dfrac{5}{4}e^2 \sin 2(s - p) + \\ \qquad + em\left(\dfrac{15}{4} + \dfrac{263}{16}m\right)\sin(s - 2h + p) + \\ \qquad + m\left(\dfrac{11}{8}m + \dfrac{59}{12}m^2 + \dfrac{75}{16}e^2\right)\sin 2(s - h) = \\ \quad = s + 6.^\circ 29 \sin(s - p) + 0.^\circ 22 \sin 2(s - p) + \\ \qquad + 1.^\circ 17 \sin(s - 2h + p) + 0.^\circ 62 \sin 2(s - h), \\ \dfrac{c}{r} = 1 + \left(1 + \dfrac{1}{6}m^2\right)^{-1} \cdot \Big\{ e\cos(s - p) + e^2 \cos 2(s - p) + \\ \qquad + em\left(\dfrac{15}{8} + \dfrac{329}{64}m\right)\cos(s - 2h + p) + \\ \qquad + m\left(m + \dfrac{19}{6}m^2 + \dfrac{15}{4}e^2\right)\cos 2(s - h)\Big\} = \\ \quad = 1 + 0.0548 \cos(s - p) + 0.0030 \cos 2(s - p) + \\ \qquad + 0.0093 \cos(s - 2h + p) + 0.0078 \cos 2(s - h), \\ I = \cos^{-1}(\cos\omega \cos i - \sin\omega \sin i \cos N) = \\ \quad = \cos^{-1}(0.91369 - 0.03569 \cos N), \\ \nu = \sin^{-1}(\sin i \sin N/\sin I) = \sin^{-1}(0.08968 \sin N/\sin I), \\ \xi = \sin^{-1}\left[\left(\cos\omega - \sin\omega\,\mathrm{tg}\,\dfrac{i}{2}\cos N\right)\sin\nu\right] = \\ \quad = \sin^{-1}[(0.91739 - 0.01788 \cos N)\sin\nu]. \end{cases} \tag{46}$$

上列诸式中，e, e_s 为白道，黄道的偏心率，分别取为 0.05490, 0.01675; i, ω 为白道与黄道，黄道与赤道的交角，分别取为 $5.^\circ 145$, $23.^\circ 452$; m 为太阳平均运动速度对月亮平均运