

电机和变压器的优化设计

(译文集)

张德怡 何 珺 译

哈尔滨电工学院

一九八〇年三月

目 录

1. 电磁装置优化设计方法的一些特性
.....*S. Lichtenstein & J. Appelbaum* (1)
2. 多相感应电动机设计的最优化—用非线性规划方法
.....*R. Ramarathnam & B.G. Desai* (9)
3. 感应电动机设计最优化的最小化技术的对比研究
.....*R. Ramaratham, B.G. Desai & V. Subba Rao* (22)
4. 三相拼块式转子磁阻电机的优化设计: 非线性规划方法
.....*M. Ramamoorthy & P.J. Rao* (28)
5. 大型感应电动机设计的最优化程序
.....*R.H. Menzies & G.W. Neal* (39)
6. 网络最优化的实用最小P次幂法
.....*J.W. Bandler & C. Charalambous* (46)
7. 使用近代极值解法的电路设计
.....*C. Charalambous & M. El-Turky* (52)
8. 感应电动机的经济设计
.....*J. Appelbaum* (59)
9. 电磁装置生产线的最优化方法
.....*J. Appelbaum* 等 (66)
10. 电机的优化设计
.....*O.W. Anderson* (81)
11. 三相磁阻电动机优化设计方法的对比研究
.....*M. Ramamoorthy & P.J. Rao* (87)
12. 笼型感应电动机的优化设计
.....*S.C. Bhattacharyya* 等 (94)
13. 三相电力变压器的优化设计
.....*J. Appelbaum* (101)
14. 应用约束的罗森布鲁克方法作感应
电机设计的最优化 (爬山算法)
.....*D.G. Bharadwaj* 等 (106)

电磁装置优化设计方法的一些特性

〔以色列〕 利希滕斯坦 等

摘 要

电磁装置的优化设计,例如电机和变压器的优化设计,通常都是由它的目标函数(评价函数)和约束函数(性能)表示成一个一般的非线性规划问题。使用直接搜索方法来求最优化设计的参数。使用这些方法,在迭代程序中得到近似的解答,即从一可行设计开始经反复迭代获得改进。

本文论述了用于电磁装置的三种优化技巧的某些特性,三种方法是: SU MT 序贯无约束最小化方法,最小 P 次幂法和边界搜索法。本文阐明上述三个般法的性质并讨论了应用它们时的困难,这将有助于把电磁装置的设计作为一方数学规划问题进行探索的工程技术人员。

一、引 言

电磁装置(特别是大型)的经济设计例如电力变压器和电机可以表成一般的非线性规划问题^[1],如下:

求 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 以使
 $c(\mathbf{x})$ 是最小,并满足约束 (1)

$$g_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

\mathbf{X} 是决定装置设计的独立变量,例如电的和几何的参数(定子内径、磁通密度...)。 $c(\mathbf{X})$ 是被最小化的函数,亦称目标函数(即生产成本、重量等等)。 $g_i(\mathbf{X})$ 是设备的性能函数,亦即约束函数(如效率、起动转矩),多数为不等式形式。满足约束条件即方程(2)的任一设计称为可行设计。

近年来,设计工作者已研究了如上述的作为一般规划问题的优化设计的数学方法。值得指出的是,电磁装置的设计通常包括了大量的影响着生产成本和设备性能的参数。在优化的进程中,一些参数当作常量,而另一些则认为是变量。常量和变量之间的区别取决于设计逻辑和生产上的限制。例如,在优化给定定子冲片的异步电机设计时,变量将不同于其它的情况。这样也将导致设计问题中的函数式有不同的形式。因此,所能碰到的各种函数式可能对选择合适的优化技术有极大影响。

被称作几何规划的方法是由 Zener 等人^[2]所首创并用于变压器设计。该法是在广

义正项多项不等式约束下对广义正项多项式的目标函数进行最小化。由于该法要求设计问题所涉及的全部函数必须是正项多项式，通常，它不适用于电磁装置的设计。这样，为了应用几何规划，就需要对设计问题做特定的数学模拟，往往，这意味着要引进附加约束或松弛变量^[3]。

Schinzinger^[1]使用不同的方法，其中包括几何规划，处理变压器设计的优化。Aderson^[4]使用Monte Carlo (Monica)随机搜索子程序优化电力变压器和发电机。Ramarathnam等人^[5]、^[6]使用由Fiacco及McCormic提出的SUMT法^[7]进行异步机的优化。Menzies^[8]、^[9]使用由Bandler等人^[10]提出的最小P次幂法为基础的优化程序作大型感应电机的优化设计。

Appelbaum和Erlicki^[11]、^[12]进一步发展了沿约束边界搜索最小值的优化方法，由于所使用的成本函数是Posynomial形式^[13]，因此该推理是可行的。最后，上述各种方法都是直接法，其解答在迭代进程中是近似的。程序从一初始设计开始而达到一个相应的最小值，再以此值做为下一步迭代的起点，如此往复。根据终止标准迭代停止，此时两次相邻的迭代的改进小于给定值。

原则上，SUMT法和最小P次幂方法都是用广义目标函数将约束问题转化为无约束问题，广义目标函数一般由原评价函数 $c(x)$ 和约束函数 $g_i(x)$ 组成。经这样变换后，问题没有更多的技术上的解释，仅只是数学上的含义。在各个方法中所使用的变换是不同的，而对使用者也提出一些问题，例如在SUMT法中要选择罚因子，而在最小P次幂法是选择比例因子。

本文的目的是提出用于电磁装置设计的三种优化技术的概貌，它对初次接触电磁装置优化设计的人们可能有所帮助。本文所提出的三种方法是：

1. 序贯无约束最小化方法；(5.6.7)
2. 最小P次幂法；(8.9.10)
3. 边界搜索法；(11.12.13)

二、序贯无约束最小化方法 (SUMT) ⁽⁷⁾

该法由Fiacco和McCormic^[7]创立，它包括约束优化问题转化为带惩罚项的无约束问题，形式如下：

$$F_l(x, r_l) = c(x) + r_l \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)} \quad (3)$$

$F_l(x, r_l)$ 是在第 l 次迭代中的具有罚函数的目标函数。 $c(x)$ 是在点 x 处所计算的成本函数。 r_l 是 l 次迭代时的罚因子，例如它可以构成：

$$r_l = r_1 c^{l-1} \quad \text{其中 } c < 1 \quad (4)$$

这样在迭代过程中就产生了一个递减的罚因子序列，

$$r_1 > r_2 > \dots > r_l > 0 \quad (5)$$

最小化从可行设计开始并反复的对全体的 r 数列在函数 $F_l(x, r_l)$ 上连续进行下去，每一次最小化都是从上一个计算的最小值 x^*_{l-1} 开始。根据这个方法，便得到一个递减

序列:

$$F_1(\mathbf{x}_1, r_1) \geq F_2(\mathbf{x}_2^*, r_2) \geq \dots \geq F_l(\mathbf{x}^*, r_l) \quad (6)$$

如果最小化过程中遇到一个非可行点, 该点则被舍掉。如果满足终止标准, 最小化过程便停止。在这个方法中, 目标函数是增加一个惩罚项, 它在可行区域远离约束的点处取小的数值, 但当接近约束时, 其数值陡增。

保证收敛的条件是: $c(\mathbf{x})$ 是凸函数, $g_i(\mathbf{x})$ 为凹函数, 故所产生的函数 $F_l(\mathbf{x}, r_l)$ 是凸函数[7,15]。若上述条件的任一个不能满足, 它并不意味着收敛不存在。

〈讨论〉

描述感应电机生产成本或性能的函数具有高度非线性⁽¹¹⁾。即使有可能确定评价函数的凸性(它常是正项多项式), 但证明性能函数(约束函数)的凹性也有很大困难, 如使用这方法收敛性是不确定的。如果克服了这一数学问题, 那么新的困难随之出现。

一个困难是确定上述罚因子 r_l 的初始值。文献⁽⁷⁾ 给出一个 *rahonoie* 以计算 r_l 初始值, 它和努力简化函数 $F_l(\mathbf{x}, r_l)$ 最小化是一致的, 初始值的选择是为了使起点 \mathbf{x}_0 处的 F 的梯度为最小。*McCormic* 和 *Fiacco* 所提出的分析确定 r_l 值的方法已在实践中有很好的运用。在我们的情况中, 由于函数的非线性仅能算出很不精确的数值微分, 这样在该法中使得 r_l 的估算是困难的而且不精确。我们需要一个好的建议, 因为 r_l 值太大, 则在开始几次作 $F_l(\mathbf{x}, r_l)$ 的最小化时, 相对来说可能与函数 $c(\mathbf{x})$ 无关; 相反, r_l 太小又会使得惩罚失去作用, 除了在边界(约束)附近函数值陡然增加是例外。

Fox⁽¹⁶⁾ 力图克服这一问题, 建议按下式选择 r_l :

$$r_l = \frac{c(\mathbf{x}_0)}{\sum_{i=1}^m 1/g_i(\mathbf{x}_0)} \quad (7)$$

这样, 当初始的可行设计远离边界或在使 $c(\mathbf{x}_0)$ 为一大数值的点处, r_l 有一很高的值; 而当接近边界或在相对较小的 $c(\mathbf{x}_0)$ 值的点处, 罚因子有小的数值。对上述两情况, 我们都不信罚因子初值 r_l 的选择对于加速收敛是最理想的。

确定罚因子初值后, 将要确定其下降因子 C 。*Bandler*⁽¹⁵⁾ 建议使用一个固定的因子 0.1。尽管如此, 仍然不能保证在处理 r_l 值时力图避免的问题不在确定 r_2 时不再遇到。

使用 *SUMT* 法时出现的另一个问题是所用的无约束极小化方法以及无约束目标函数 $F(\mathbf{x}, r)$ 的选择。*Bandler*⁽¹⁵⁾ 指出, 为了适当地加快收敛于约束最小值, 通常需要二阶收敛性质的最小化方法。*Rarnarathnam*⁽¹⁵⁾ 等人做了对比研究, 他提出由于异步电机函数的高度非线性以及难于用严密的数学式表达其导数, 在大多数情况推荐采用直接搜索法(模式搜索), 而同时 *Andeson* 在上述论文的讨论中⁽⁵⁾ 指出采用随机搜索法是不合适的。

三、最小 P 次幂法

该法首先由 *Bandler* 等人⁽¹⁰⁾ 用于网络优化, 而后由 *Menzies*⁽⁸⁾ 应用于感应电机。

在这一方法中, 评价函数 $C(x)$ 被写成约束函数 $g_{m+1}(x)$, 与其它的约束函数放在一起。

$$g_{m+1}(x) = C(x) - C_s(l) \quad (8)$$

其中 $C_s(l)$ 是第 l 次迭代中的特定成本。该方法中, 方程(2) (约束函数) 由下式给出:

$$g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m+1 \quad (9)$$

那么, 最小化的函数则定义如下:

$$P(x, C_s(l)) = M(x) \left[\sum_{i \in I} \left(\frac{\alpha_i g_i}{M} \right)^q \right]^{\frac{1}{q}} \quad (10)$$

其中,

$$M = M(x) = \max_{i \in I} [\alpha_i g_i(x)], \text{ 是 } \alpha_i g_i \text{ 乘积中的最大值。}$$

α_i 为第 i 个约束函数的加权因子。

I 为原有约束和附加约束的下标集合,

$$\{1, 2, \dots, m+1\}.$$

$$q = p \cdot \{M \text{ 的符号} \}, \quad p \geq 1.$$

如果 $M > 0$, 某些约束遭违反, 而目标函数 $P(x, C_s(l))$ 仅由被违反的约束构成。

$$K(x) \triangleq \{i/g_i(x) > 0, i \in I\} \quad (11)$$

如果 $M < 0$, 全部约束得到满足, 设计是可行的, 目标函数包括全部约束。

$$K(x) \triangleq I \quad (12)$$

目标函数 $P[x, C_s(l)]$ 连续不断地被最小化, 每次迭代时 $C_s(l)$ 不断变化。该法不需要从可行设计开始。

< 讨论 >

在使用最小 P 次幂法时存在一些困难。困难之一是选择特定成本 $C_s(l)$ 的值。*Menzies* 指出, 这个值的选择仅能凭经验。在每次迭代的开始, $C_s(l)$ 可自动地得到并且它取决于不包括成本约束 $g_{m+1}(x)$ 的目标函数 $P[x, C_s(l)]$ 的值:

$$C_s(l+1) = K_1 C(x^*) + K_2 Q \quad (13)$$

其中, Q 是不包含成本约束的目标函数 $P[x, C_s(l)]$, 它是在上次迭代得到的最优点处计算的。 $K_1, K_2 < 1$, 是在每次迭代开始时调整的常数。

另一个选择特定成本的方法是由 *Morrison* 推荐的。计算如下:

$$C_s(l+1) = C_s(l) + \check{P}[x^*, C_s(l)] \quad (14)$$

其中 $\check{P}[x^*, C_s(l)]$ 是在 l 次迭代所获得的目标函数的最小值。

第二个困难的决定是选择加权因子 α_i 。对于参与构成目标函数的约束函数而言, 加权因子是最重要的。一般, 必须使各约束函数之间平衡, 因此所给定的约束没有哪个被特殊的强调。太小的加权因子将导致非可行解, 而大的数值又将产生一个与最小化的评价函数无关的目标函数。文献 [9] 所建议的方法是加权因子按下式计算:

$$\alpha_i = \frac{\partial g_i(x)}{\partial x_j} = - \frac{\partial C(x)}{\partial x_j} \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, n \\ i = 1, 2, \dots, m \end{matrix} \quad (15)$$

这样对于每个约束函数, 在每次迭代开始都要对全部变量计算偏导数, 选其中最大值

为 a_i 。如Menzies^[9]所指出用上述方法获得的加权因子值一般太大，而至少要将其除以2。综上所述，选择适当的加权因子是重要的，亦是不容易的。

第三是要选择 P 值。对于目标函数， P 值的选择实际上确定了在最大约束上的加权。对于 $P=1$ ，全部遭违反的约束按它们数值的大小而对目标起作用，而 P 值很大时，仅仅最大的违反约束起作用，并且最小化将主要地继续在最大约束上进行。尽管Bandler^[10]建议取较大的 P 值，Menzies^[9]仅使 $P=2$ ，因据他认为，大的 P 值容易引起反复无常的情况。

如文献^[8]所指出，该法不能保证最终设计是全域最小值，事实上两个不同的起点将很难以同一结果结束。

该法没有用收敛标准，迭代终止或继续由设计人员作决定。由于在程序中没有安全边界（如在SUMT法中），最终计算出的优化点可能常常引起违反性能约束。设计者必须决定是选用先前计算的设计方案还是从前一个设计开始，加大违反约束的加权因子再重复该程序。

Menzies^[9]陆续使用5次迭代，每次迭代都从前一个优化点开始，并都对指定成本加以调正。如果在5次迭代结束，设计仍不可行，则就继续进行一次附加的迭代，这次迭代使用一个松弛的特定成本值或者对于违反的约束函数加大其加权因子。当然，正如前面所述，在迭代次数上没有限制。

四、边界搜索法 [11,12,14]

该法是Appelbaum和Erlicki推荐的^[11,12]，并由Appelbaum和Shamash进一步发展对电器生产线作过讨论^[14]。这个方法是基于这样一个事实：目标函数是一个正项多项式^[13]，因此在变量为非负的区域它仅有一个最小值。如果目标函数 $C(x)$ 的极小值在可行区域内部，亦即优化点满足性能约束不等式(2)，那么可以使用设计者所熟悉的任一典型非约束最小化方法求得。如果 $C(x)$ 的最小值在可行区域的外边，约束问题将有一个条件极值在边界上（对于这一情况，它就是全域最小值）。为了求得期望的条件极值，评价函数就要在全部边界上进行计算，选出成本最低的点。式(1)(2)的最小化问题则被分解成一系列次优化问题， $C_k(x_k, r_k)$ $K=1, 2, \dots, l$ 。 r_k 是一组成对的变量的实值，这组数值是由除了在 $C_k(x_k, r_k)$ 被优化的变量 x_k 之外其余变量被当作常数所组成。下一个次优化问题是 $C_{k+1}(x_{k+1}, r_{k+1})$ ，其中 r_{k+1} 成对变量用 x_k 点的优化值代入，其余的子问题用同样方法作优化。当每次 l 个子问题都相继算完时，就称作完成一个周期。在单个子问题优化时，对前一个问题而言优化的结果必然得到改进；而最不利的情况可能是不发生变化，即：

$$C_{k+1}(x_{k+1}, r_{k+1}) \leq C_k(x_k, r_k) \quad (16)$$

当完成一个周期，而成本同前一个周期相比没有改进时，计算便停止。亦即：

$$\{C[X(t)] - C[X(t+1)]\} \leq \varepsilon \quad (17)$$

其中 ε 是小的正数，取决于精度要求，而 t 就是为了收敛至最小值所需周期数。在文献^[14]中指出，次优化问题是两个变量的函数，因之构成了 $l/2$ 个子问题并在边界上

(约束函数)完成最优点的搜索。

边界搜索法不同于其它可能收敛于局部最小值的方法,由于它使用了从初始点筛过全部可能的最小值的筛法,因此可算出设计问题的全域最小值。

<讨论>

边界搜索法不同于先前叙述的其它方法。*SUMT*和最小 P 次幂法两者都要构造一个无约束的目标函数并求出所构造的函数的最小值。原来的函数形式被改变了,它不再是简单的正项多项式,而代之是一个复杂的函数。这个函数的性质是不了解的,且不能保证所达到的点确实是最好的点。

在边界搜索法中,原函数的性质没有改变。设计者必须做出的唯一决定是有关精度要求、步长和变量的配对。后者对于熟悉电机设计的工作者是容易做出的,其它两个决定在其它方法中也同样需要(如为最小化所推荐的模式搜索),而且完全可以按照工程上的需要来考虑。该法的另一优点是可用于性能约束不是严格不等式的情况。在*SUMT*法中,在边界附近的点加上很重的惩罚因而边界上的点将被舍弃。最小 P 次幂法中,边界上的点可能简单地被漏过,因为其主要兴趣是在遭违反的约束。

五、结 论

我们应用上述方法作了异步机的优化设计,下面提出一些体会。

1. *SUMT*法

罚因子初值 r_1 的选择不是按*Fiacco*那样进行,它包括求导数的复杂计算,而是根据*Fox*的建议按式(7)来计算的。方程(4)中缩减因子 C 选择为0.1(*Bandler*推荐)。优化是按照模式搜索法进行,最后计算出一个最小的成本 $C(x)$ 。对于不同的起始点、不同的缩减因子 C 和随机的选择罚因子初值,最小化的过程做了多次重复运算。每一不同的试验便得到不相同的最小成本并且它们之间也没有规律。如果对于一个初始点使用推荐的 r_1 和 C 达到最低的最小值,而对另一个初始点按(7)式推荐的 r_1 和 C 则引起最坏的优化计算,而(对第二个起点)欲得到最低的最小值就要使用大的 r_1 值和较慢的缩减 r (公式(4)中大的 C 值),这样需要很多的迭代次数。在上述试验中,成本值分散在平均值的4%左右。*SUMT*算法框图如图所1示。

2. 最小 P 次幂法

*Menzies*所推荐的方法是可能施用的方法之一。我们取 $P=2$,并按公式(15)计算加权因子 a_i 。按式(13)选择特定成本并依次进行了五次迭代。当在第五次迭代结束,设计是不可行的,就尝试第六次迭代,并对违反的约束加大权因子。

使用这一算法时,对不同的起点和使用不同的缩减权因子作了对比。我们发现权因子对获得最小值有很大的作用,而选择它们并没有成型的方法。在多种情况中所获得的最终设计是不可行的(这正是前面所指出的,在该法中没有建立安全边界);但必须强调约束的违反是次要的(设计在工程上可能是可接受的)。对不同的起点所得到的最小

值分散性相当大，对可行点是平均值 $\pm 10\%$ 之内，对于非主要的约束违反而言，分散在 $\pm 2\%$ 之内；当然收敛是很快的。最小 P 次幂法的算法框图如图 2 所示。

3. 边界搜索法

使用这种方法，变量是成对的出现并且逐次地对每一个二维优化问题进行边界搜索。所用的步长同前述的模式搜索一样。从不同的初始设计开始进行最小化获得良好的收敛性。不同起始点的最小成本值分散在平均值的 $\pm 0.5\%$ 之内。该法是简明的也不需要作特殊的决定。边界搜索算法框图如图 3 所示。

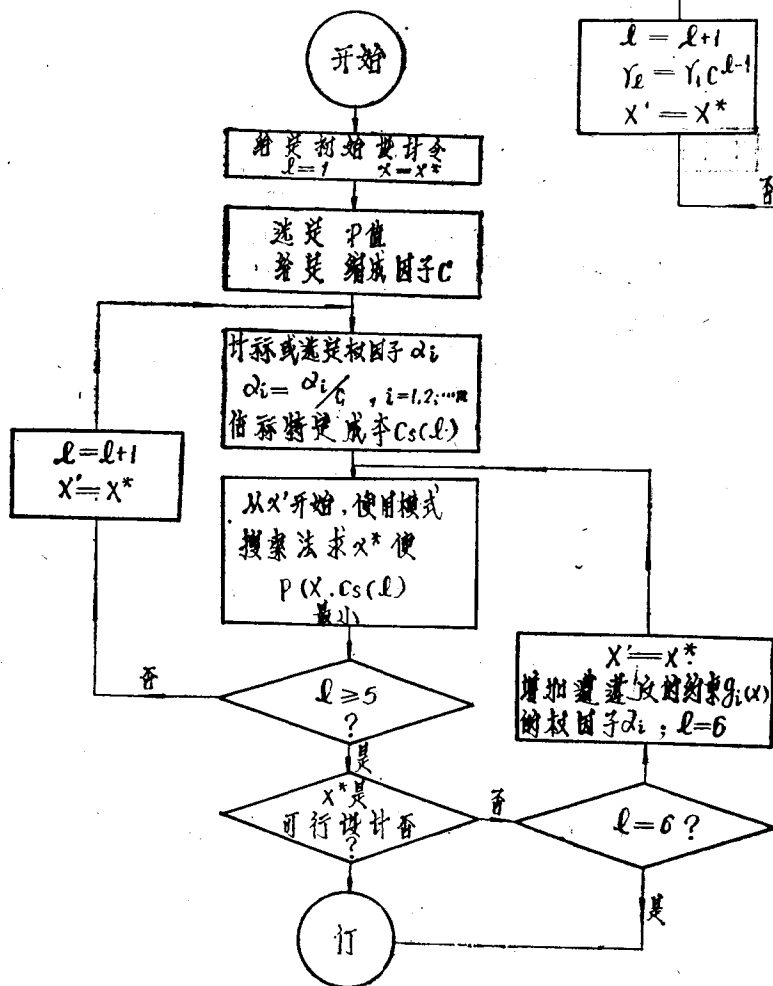


图 2

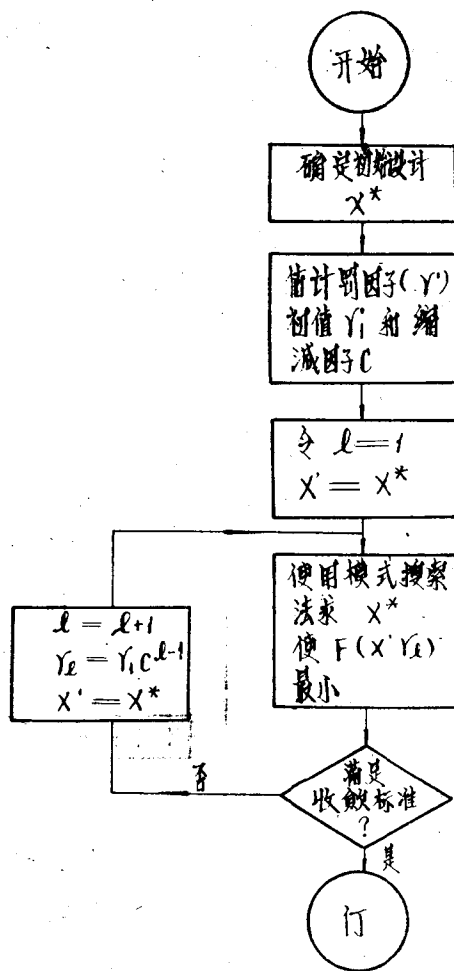


图 1

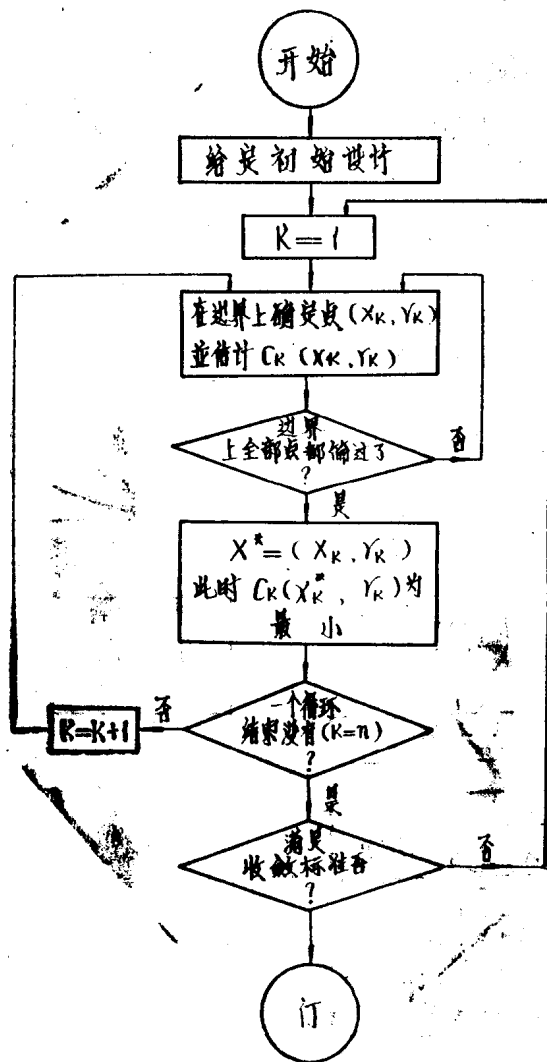


图 3

译自《Electric Machines & Electromechanics》

Vol.3, No.1(1978. 10~12)

何旌 译, 张德怡 校

多相感应电动机设计的最优化

—用非线性规划方法

〔印度〕 拉马拉瑟姆

摘 要

感应电动机设计的最优化问题是作为非线性规划问题来处理。仅把材料费用作为目标函数或称评价函数来考虑。性能规范如启动转矩、启动电流等作为约束函数。这些函数均以电机主要的尺寸表示之，并假定这些尺寸为连续变量。为得到一个最优的设计，应用了非线性规划的序贯无约束极小化方法。设计问题的分析和综合程序也得到了发展。此方法已应用在一系列小容量整马力的单鼠笼电动机中。

一、引 言

众所周知，应用试算法已能获得感应电动机的设计综合。设计人员作设计时要满足用户（如同满足国际标准一样）的要求；根据以往的经验作出初始设计，再分析初始设计的性能，然后作必要的更改以满足其性能规范。高速数字计算机积累这方面的程序已经历了很长一段过程。正象Veinott⁽¹⁾、Bennington和Chalmers⁽³⁾文章中所指出的那样，计算机的有效利用，使它在选择最优方案之前，能够作出满足同样性能的许多设计。大量的数学计算工作已经转移给计算机来作。但就设计问题的最优化来说仍需继续探讨，这类问题涉及到存储容量大的计算机。如Appelbaum和Erlicki⁽⁴⁾以及Schinzinger⁽⁵⁾等人在这方面的设想，明确地指出了这类设计问题可以从数学的角度进行探讨。

Schinzinger⁽⁵⁾把变压器设计作为非线性规划问题来描述。变压器在效率、温升等约束条件下，使其费用函数为最小值，带有这样性质问题的函数，已由Zener用几何规划的方法得到解决。

在Appelbaum和Erlicki⁽⁴⁾的文章中，建立了感应电动机的评价函数公式，并应用他们所推演的算法求评价函数的极小。但是他们把设计问题作为无约束的极小化问题来处理，因此结果与实际状况不符。不过它却清楚地指出了进行设计最优化的趋向。

因此，本文的目的在于寻求感应电动机在温升、功率因数、最大转矩等约束条件

下,使它的评价函数为最小的方法。对比非线性规划的各种方法,实际上,由Fiacco和McCormick (10),(11),(12) 创立的‘序贯无约束极小化方法—SUMT’是很通用的,所以应用SUMT来解决这一规划问题。

首先,把感应电动机设计的最优化问题作为数学规划问题来描述。已经找到合适的程序进行设计分析,并得到满足性能的初始可行设计。初始设计用来驱动最优化程序。此程序已应用于一系列小容量整马力的单鼠笼电机中。

二、设计问题的数学表达式

一般,非线性规划问题可以用下述数学式表示:

求 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 使 $F(x)$ 为最小,并满足 $g_i(x) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$ 。

F 为目标函数或评价函数,使它为最小。各 g_i 称为约束函数。应当指出,所有约束均写成不等式的形式。

在感应电动机的问题中, F 可以是电机的成本、重量或体积。最优化的标准随需要而定。对于航空用电机,重量应是最小。从用户的观点看,电机的最初投资加上运行费用应为最小;但制造厂商却要求材料费用和生产费用最少。在这里,仅只让电机有效材料费用为最小,同时还通过限制转差率和温升,从而考虑对运行费用的限制。因此,这里的 F 仅包括铁芯迭片和定、转子绕组材料的费用。同时还可以看出,同样的 F 表达式,仅使其系数不同就可以作出最小重量、最小体积或最低成本的设计。

对感应电动机提出以下的规范或约束:

- (1) 最大规矩;
- (2) 启动转矩;
- (3) 启动电流;
- (4) 满载时功率因数;
- (5) 满载时转差率;
- (6) 满载时温升。

(1)、(2) 和 (4) 必须大于某一给定值,(3)、(5) 和 (6) 必须小于某一给定值。可以看出,并未把效率作为约束,但对温升和转差率的限制,间接地作为对效率的限制。

除这些约束外,从机械方面考虑提出一个约束,即轴径应大于某一数值;此值随标准要求而定。为限制电机的饱和程度,而对磁密的上限给以限制。所以最大的齿磁密成为一个约束。于是,除基本尺寸关系的判别准则外,共有八个约束; x 中的各分量应均大于零。

一个很重要的问题是选择感应电动机的自变量。设计人员在综合设计电机时要碰到很多变量。如果冲片没有给定,除电路和磁路的详细尺寸外,大约还可以找出20个涉及到冲片的尺寸,总共约有50个变量。采用如此多的变量,会使问题变得非常复杂。有一些变量,如槽口尺寸、齿唇高、槽楔高等,对电机的运行性能和成本影响甚小。有一些变量,对某一特定电机来说,差不多可以看作为定值,或者以另外一些变量来表示。

因此，决定用以下11个变量来控制成本和约束边界：

定子内径	x_1
定子迭片长	x_2
定子槽深	x_3
定子槽宽	x_4
定子轭高	x_5
转子槽深	x_6
转子槽宽	x_7
气隙磁密	x_8
端环宽度	x_9
端环深度	x_{10}
气隙长	x_{11}

某些变量如槽数、线圈节距等为离散的，对于一特定的电机而言，假定它们是定值。因为程序是直接用于一系列小容量整马力的电机中，它们的槽数等等的变化不能超过某一限度。对于其它用途的电机，可以选用另一组自变量。设计人员也要慎重对待这一选择。虽然导线尺寸只能是标准的，但仍把它作为连续变量处理。

约束函数均用等值电路参数来表示，而参数本身又均以这11个自变量表示之。函数的表达式在附录 I 中给出。

凡是满足这些约束的设计，称为可行的设计。在试图作最优设计之前，通常，从可行的解答开始进行是可取的。这样可以节省不少计算时间。某些最优化程序，需要一个初始可行的起点，而另一些程序则不一定需要这个起点，而是从可以实现的阶段开始。这就是说，即令从非可行的起点开始，也可达到最优解。但在任何情况下，由设计人员的经验和判断以获得此起点会比用任一数学方法要花工夫。因此，需要为计算机编制常规的设计程序。应当注意，在这种情况下，仅需要得到一个可行的设计即可；在这方面，本文中的途径与 *Veinott*^[2] 或 *Bennington* 和 *Chalmers*^[3] 的方法不同。

在目前的探讨中，作出了某些假定，使之全面地简化。某些变量如槽数、线圈节距等均假定不变。虽然电机的性能受它们的影响，但为得到可行的设计时并无意改变它们。同时假定迭片的各个尺寸为连续变量；实际上，它们只能是间断地改变，但是设计人员在开始设计时，可看作是连续变量而后加以调整。在获得可行设计之后，再应用一特殊的最优化技术以得到最优解，如前所述。

三、起始可行的设计

图 1 是计算机的程序框图。对程序的输入除性能规范值外，包括出力、电压、极数、接法、线圈节距、槽斜度、并联支路数等等。根据出力、电压等等，程序作出一设计，计算其性能并与所需值比较，以便作出必要的更改而得到可行的设计。方框图中还给出了程序内的逻辑判别，为这些变化作出决定。

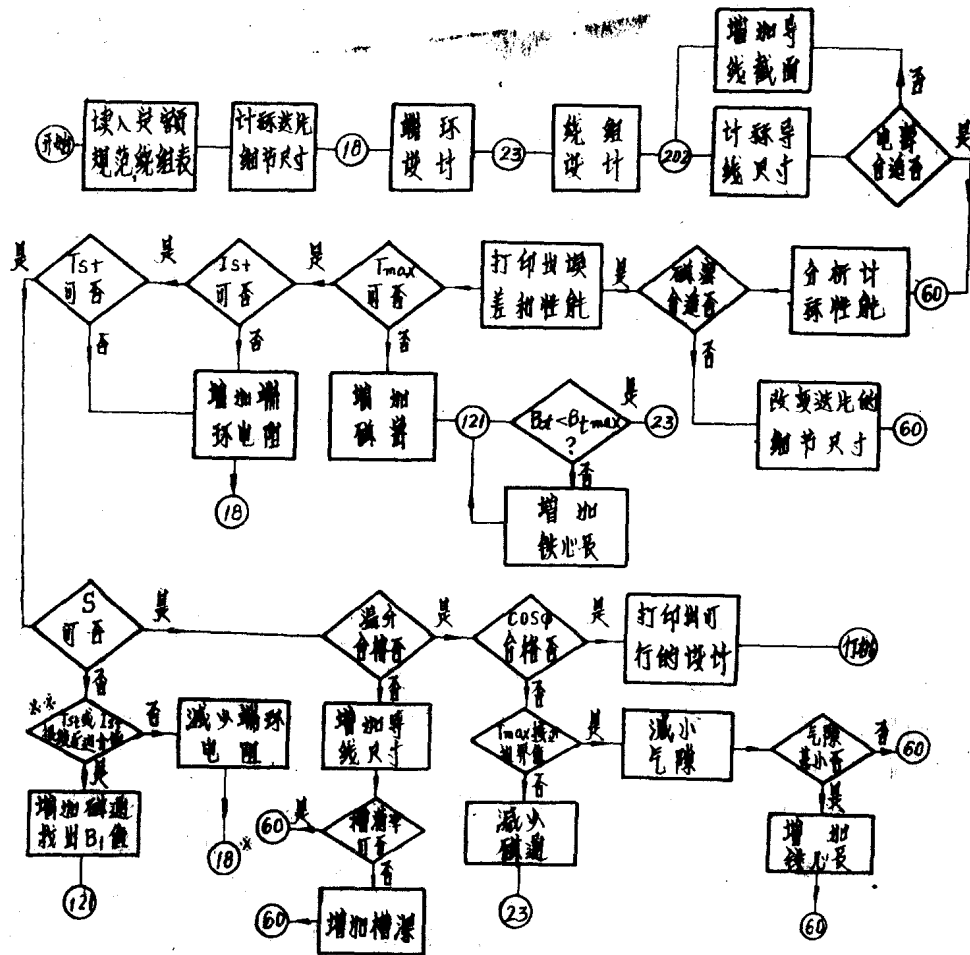


图1 初始设计程序框图

程序中的主要子程序是性能计算程序，称为分析子程序。当作最优化时，这个程序也需要对约束评价函数作出评定。因此，全部过程能否有最大效用，在很大程度上取决于分析子程序的准确度。在前节中，虽然把 F 和 g 函数作了数学的表达，但若把转子深槽效应，卡氏系数，磁路饱和系数等都考虑在内的话，这些函数将很难写出。但在子程序中都考虑了这些因素，并给约束关系提出很现实的值。在此程序中，把铁耗曲线和饱和曲线都化成相应的表达式，使计算机易于赋值。

一当分析完成，计算机控制转入主程序。在这个阶段，充分运用计算机的功能作出决定。如图1所示，此逻辑过程通常使程序收敛，得到一个可行的设计。若赋予的约束不一致，则程序完全不能收敛。此时，可参看由 *Middendorf* 提出对这些约束的基本尺寸关系的判别准则，并运用它来作决定。但在目前情况下，这种困难不会碰到，因为设计程

译注：(1) 原文遗漏(2)

(2) 如 I_{s2} 接近边界值时，可能出现死循环

序是建立在已经生产过的电机的经验基础上。

通过改变定子绕组匝数来调整每极总磁通，可使最大转矩和功率因数改变到容许范围内。改变定子电流密度使温升保证在限值以下。改变转子导条和端环面积来满足启动转矩和启动电流的要求。对转差率的要求和对启动性能的要求是相互抵触的。若启动要求非常接近于其限值，则改变转子电阻实属不可能。在某些范围内，增加每极磁通可使转差率降低。

为得出问题解答的收敛程度的概念，用违反约束的均方根值计算之；定义为：

$$RMS \text{ 误差} = \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{g_i - b_i}{b_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

这里， k 为违反约束的次数

b_i 为性能值

g_i 为计算值

按定义，当获得可行的设计时，此误差需减小至零，图 2 表示一个均方根误差对迭代次数的典型曲线。表示出当性能不符时误差值的大小。在正常情况下，收敛至零以前要经过振荡。

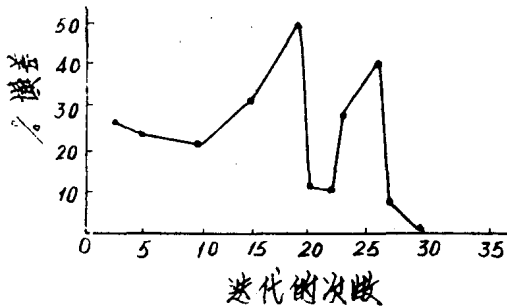


图 2 百分误差对迭代的次数

四、初始设计的最优化

从评价函数和约束函数的表达式看出，最优电机设计的问题是数学规划问题中最一般化的情况，即非线性规划。全部函数都含有高的非线性，而且变量又是互相联系的，应用于专门的函数解的方法，如线性规划、二次规划和几何规划等在这里都不适用。

为求解感应电动机的问题，要在各种不同的约束极小化的解法中决定其一。一般求解这类问题是把它转换成无约束的原函数问题，并运用梯度法或直接搜索法等古典方法解决之。这些方法扼要地叙述如下：

直接替代法 首先，引入松弛变量将约束不等式转化为约束等式如下：

$$g_i(X) - \alpha_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

式中， $\alpha_i \geq 0$ 称为松弛变量。此时共有 $n + m$ 个变量和 m 个联立方程式。于是 m 个变量以其它 n 个变量表示，并代入评价函数即可求解。此时评价函数仅包含 n 个变量，应用常规方法就可使之最小化。

拉格朗日乘数法

现在，引入松弛变量以得到约束等式，于是得到拉格朗日函数 $P(X, \lambda)$ ：

$$P(X, \lambda) = F(X) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i$$

使 P 为 X 和 λ 的函数, 并解以下方程求得最小值:

$$\frac{\partial p}{\partial X_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\frac{\partial P}{\partial \lambda_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

这 $m+n$ 个联立方程的解即该问题的解。

以上两种方法对复杂的非线性函数并不好用, 求解非线性联立方程的本身就是一个复杂的步骤。

此法由 *Dennis*、*Nease* 和 *Saunders* [14] 建议应用于非线性规划。此法需有一个初始可行的起点, 从这点开始, 问题作为无约束极小化处理。最后, 某些约束遭到违反。在违反约束的那一点, 等式仍有效, 并且由他们三人找到了一个与直接替代法相类似的方法, 而且只需要象 $\frac{\partial g_i}{\partial x_i}$ 和 $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ 一类的偏导数。从上述方法可以发现, 当程序从可行的起点开始, 在任何阶段都不要违反约束, 这只有罚函数法才能满足这一要求。

按照这些方法, 用一般方法去增广目标函数, 其形式与拉格朗日方法中的函数形式相类似。只要当约束接近于边界, 广义目标函数中的罚函数得到一个大值, 于是函数的优化将不能按那个方向进行。这些方法中之一是 *SUMT* [10][11][12]。在这个方法中, 广义目标函数可写成如下形式:

罚函数法 此法可以有多种变化, 在 *Schininger* 的文章 [5] 中可以找到。按照这些方法, 用一般方法去增广目标函数, 其形式与拉格朗日方法中的函数形式相类似。只要当约束接近于边界, 广义目标函数中的罚函数得到一个大值, 于是函数的优化将不能按那个方向进行。这些方法中之一是 *SUMT* [10][11][12]。在这个方法中, 广义目标函数可写成如下形式:

$$P(X, r) = F(X) + r \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X)} \quad r > 0$$

可以看出, 当 g_i 从一起始正值趋近于零时, P 迅速增加。在附录 I 中, 对 *SUMT* 作了扼要的叙述。

从附录 I 中看出, 当 $r \rightarrow 0$, P 之最小值趋近于 F 之最小值 (即所需之解)。在这类规划问题里, 常常发生这样的问题, 即所获得到的极小会不会是整体的最小值。Fiacco 和 McCormik [10] 证明, F 和各个 g_i 要满足某些准则, 象 *SUMT* 就需这样。所以需要 F 为凸函数, 而 g_i 为凹函数。即令这些准则未能满足, 该法也能得到局部的最小值。没有哪一个方法能直接得到整体的最小值; 唯一的办法是把程序从各个不同的起始点开始, 并且看看他们是不是得到不同的最小值。

图 8 是最优化程序方框图。在文献 11 中给出选择 r 初值的方法。在目前情况, 让 r 值使惩罚项约略等于 F 时, 可使 P 易于得到最小。应用一阶优化梯度法使 P 得到最小值。在这一过程中, 用 $X^{k+1} = X^k - \theta \nabla P(X^k, r) \dots (1)$ 公式作为每次迭代的循环关系式。 ∇P 是 P 的梯度向量, 用一单独的程序求偏导数。鉴于函数的复杂性, 也利用数值微分方法。

在上述公式 (1) 中, θ 使之最优化, 于是 P 在从 X^k 到 X^{k+1} 的方向上得到一最小值。应用 *Wilde* 书中 [15] 所说的黄金分割法作为搜索的统一格式。迭代的下一个移动方向与前一个正交。这一事实可以从迭代过程中相邻的两个点的梯度值 (见表) 看得出来。可以

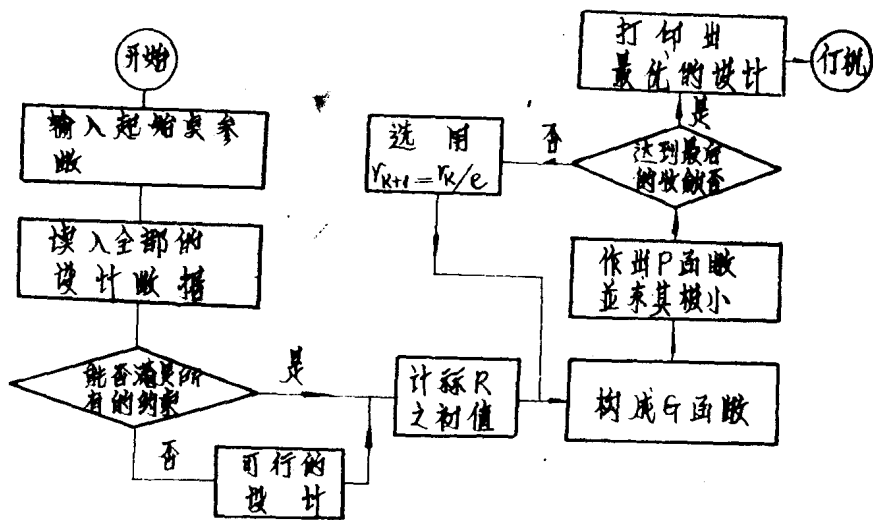


图3 最优化程序的框图

看出 $\nabla P(X^0)^T \cdot \nabla P(X^1) \approx 0$ ，因而说明偏导数的计算是很精确的。当 $(F - G)/G < \epsilon$ 时，程序最终收敛至最优解；这里 ϵ 是 F 的最小值的容许误差。 G 为对偶函数值，在文献 10 中有叙述。若 V_0 为 F 之最小值， $(F - V_0)/V_0$ 小于 $(F - G)/G$ 。这个判断准则在实践中则很好用。

表1 P 函数的梯度

变 量	在 X^0 之 ∇P	在 X^1 之 ∇P
x_1	27.4858	4.5528
x_2	21.5657	25.2179
x_3	136.0165	128.7022
x_4	200.0244	217.5492
x_5	55.9880	53.8948
x_6	-8.6427	102.6610
x_7	-46.8944	612.9600
x_8	-34.9946	668.5000
x_9	-5.0287	3.0859
x_{10}	-4.1740	2.0958
x_{11}	-23.9750	560.3948