



86.51  
WLC 01

# 梁式桥立体计算

[苏联]烏里茨基著  
郭偉賢等譯  
張自鑑等校

人民交通出版社

# 梁式桥立体计算

[苏联]烏里茨基著  
郭偉賢譯  
張自鑑等校

人民交通出版社

本書闡述了梁式橋上部構造立體計算的基本原理，并對板橋、行車道梁式板、主梁的計算以及橫隔梁的工作分別作了具體分析。書中還列舉了大量的例題。

該書緒論至第七章由郭偉賢譯，第八章由張叔輝譯。緒論至第四章由周丰初校，第五章至第八章由曾威初校。全書由張自鑑復校。

## 梁式橋立體計算

Б. Е. УЛИЦКИЙ  
Д-р техн. наук

### ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ РАСЧЕТЫ БАЛОЧНЫХ МОСТОВ

Допущено  
Министерством высшего и среднего  
специального образования СССР  
в качестве учебного пособия  
для студентов транспортных вузов,  
обучающихся по специальности  
«Мосты и тоннели»

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МИНИСТЕРСТВА АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА  
И ШОССЕЙНЫХ ДОРОГ РСФСР  
Москва 1962

本書根據蘇聯汽車運輸與公路部出版社1962年莫斯科俄文版本譯出

郭伟賢 等譯 张自鑑 等校

人民交通出版社出版

(北京安定門外和平里)

北京市書刊出版業營業許可証出字第〇〇六号

新华书店北京发行所发行 全国新华书店經售

人民交通出版社 印刷厂 印刷

1966年3月北京第一版 1966年3月北京第一次印刷

开本：850×1168 $\frac{1}{2}$  印張：6 $\frac{1}{4}$ 張

全書：162,000字 印數：1—3,250冊

統一書號：15044·1514

定价(科六)：0.95元

# 目 录

作者序言 .....	3
书中符号 .....	4
緒論 .....	6

## 第一篇 桥梁梁式结构立体計算的理論基础

第一章 計算的基本原理 .....	8
§ 1 作为空间体系的桥梁上部构造的现行计算方法和課題 .....	8
§ 2 簡略的历史概况 .....	11
§ 3 作者提出的计算方法的原理 .....	15
第二章 板的平面应力状态 .....	21
§ 4 基本原理和各种计算情形 .....	21
§ 5 板与梁的共同工作 .....	32
§ 6 算例 .....	38
第三章 板的弯曲 .....	48
§ 7 基本原理 .....	48
§ 8 四边簡支板的计算 .....	55
§ 9 边緣具有不同固結情况的板的计算 .....	64
§ 10 板边具有不同加载情况的板的计算 .....	69
§ 11 两边与弹性梁相联結的板的计算 .....	77
§ 12 算例 .....	86
第四章 板梁結構的一般应力状态 .....	93
§ 13 板的平面应力状态与弯曲的組合 .....	93
§ 14 算例 .....	98

## 第二篇 梁式桥上部构造的立体計算

第五章 板橋的計算 .....	111
-----------------	-----

§ 15	板作为一种梁式结构 .....	111
§ 16	算例 .....	114
第六章	行車道梁式板的計算 .....	129
§ 17	基本情况 .....	129
§ 18	梁式板的簡化计算 .....	130
§ 19	算例 .....	142
第七章	主梁的計算 .....	149
§ 20	簡化的计算方法 .....	149
§ 21	算例 .....	155
第八章	关于上部构造中横隔梁的工作 .....	173
§ 22	各种计算图式的研究 .....	173
§ 23	横隔梁工作情况的分析 .....	186
結束語	.....	191
附录	.....	192
参考书目	.....	197

## 作者序言

桥梁结构理論的发展与桥梁建筑的实践紧密相联，并有助于創建更輕便、更经济和更完善的桥梁結構。

如果在桥梁建筑的早期阶段，根据材料力学教程的简明計算方法已能使設計工作者滿足的話，那么，随着結構型式的发展、经济的鋼筋混凝土薄壁結構和高强度材料的出現，就要求利用弹性力学作更加准确的計算。

认为結構构件不是孤立地工作，而是与結構中所有其他部分相联系的立体（空間）計算理論是桥梁結構理論最重要的領域之一。这样的計算方法能确定結構中应力分布的真实状况，并了解在荷載作用下結構物中发生什么样的过程。

桥梁专业的学生学习立体計算方法是有益的和必要的，因为它将有助于丰富他們的見解，使他們对于結構中在荷載作用下发生的各种变化具有清晰的概念，并能更主动地来处理构造物的設計。

桥梁設計工程师在設計新的、試驗性的或独創性的构造物时，科研工作者在进行不容許用近似計算方法的实验和理論研究时，都可利用本书所闡述的計算方法。

在編写本书时考慮读者已具备桥梁专业高年級学生教学大綱范围内的弹性力学知識。

书中具有很多例題，便于读者掌握书上所闡述的桥梁上部构造的立体計算方法，并能把这种計算方法直接地应用于实践。

作者对給本书提供宝贵指示的人們表示衷心的感謝。

## 書中符號

- $l$ ——板的計算長度;  
 $b$ ——板的計算寬度;  
 $\delta$ ——板的厚度;  
 $F$ ——梁的橫截面面積;  
 $I_b$ 和 $I_r$ ——梁的截面對於它的水平和豎直中性軸的慣矩;  
 $h$ ——梁的高度;  
 $b_6$ ——梁在板的水平面上的寬度;  
 $a$ ——從梁截面的中性軸到板的中間平面的距離;  
 $G$ ——梁的剪切模量;  
 $I_p$ ——梁截面的扭轉慣矩;  
 $E_6$ ——梁的材料彈性模量;  
 $E$ ——板的材料彈性模量;  
 $\mu$ ——泊松系數;  
 $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$ ——板的抗彎剛度;  
 $X_x$ 和 $Y_y$ ——在板的截面中，垂直於 $x$ 軸和 $y$ 軸的法向應力;  
 $X_y$ ——在板的截面中，垂直於 $y$ 軸的切向應力;  
 $\tau(x)$ 和 $\bar{\tau}(x)$ ——對稱和反對稱的切向應力;  
 $p(x)$ 和 $\bar{p}(x)$ ——對稱和反對稱的法向應力;  
 $T_y(x) = \delta\tau(x)$ ——對稱的切向力;  
 $\bar{T}_y(x) = \delta\bar{\tau}(x)$ ——反對稱的切向力;  
 $N_y(x) = \delta p(x)$ ——對稱的法向力;  
 $N_{\bar{y}}(x) = \delta\bar{p}(x)$ ——反對稱的法向力;  
 $Q_y(x)$ 和 $\bar{Q}_y(x)$ ——對稱和反對稱的剪力;  
 $M_y(x)$ 和 $\bar{M}_y(x)$ ——對稱的和反對稱的彎矩;

在板與梁相接的截面上

- $q$ ——在板的全部或部分表面上的均布荷载,  $\text{kg}/\text{cm}^2$ 。  
 $q_6$ ——梁的纵向均布荷载,  $\text{kg}/\text{cm}^2$ ;  
 $w$ ——板的挠度;  
 $N_6$ ——作用在梁上的法向外力;  
 $M_6$ ——由施加于梁上的外荷载作用而产生在梁上的弯矩;  
 $\epsilon_{xx}$ ——在  $x$  軸方向纖維的纵向变形;  
 $\frac{1}{\rho_{nx}}$ ——在板的平面內梁的曲率;  
 $\frac{1}{\rho_{6x}}$ ——梁在本身平面內的曲率;  
 $M_x$ ——在垂直于  $x$  軸的截面上的豎向平面上的弯矩;  
 $M_y$ ——在垂直于  $y$  軸的截面上的豎向平面上的弯矩;  
 $M_y^r$ ——在垂直于  $y$  軸的截面上的水平平面上的弯矩;  
 $M_{xy}$ ——垂直于  $x$  軸的截面上的扭矩;  
 $M_{yx}$ ——垂直于  $y$  軸的截面上的扭矩;  
 $x, y, z$ ——結構上某点的座标;  
 $Q_x$ ——垂直于  $x$  軸截面上的剪力;  
 $Q_y$ ——垂直于  $y$  軸截面上的剪力;  
 $M_{kp.6}$ ——作用在梁上的扭矩;  
 $\varphi_x$ ——转角。

## 緒論

在公路运输事业不断发展的同时，改进公路桥梁结构，必能减少材料消耗和降低桥梁建筑成本，这是具有国民经济意义的重要任务之一。

所設計的结构的质量，在很大程度上視所采用的計算图式与结构实际工作情况的符合程度而定。

多次进行的桥梁試驗證明，上部构造中构件的实际应力和总变形同計算所得的是有差別的。

虽然在同一个构造物上也有相反的現象，但一般的情况总是实际应力和变形低于計算值。由此可見，現代的桥梁結構还是具有很大的强度安全儲备，減小这些安全儲备时，能够得到更加經濟的設計，但是为了避免在使用过程中出現缺陷和附加的耗費，结构的个别构件按較大的强度設計还是合理的。

构造物的实际工作情况与理論上計算的情况不相符合的原因之一，在于計算中缺乏充分地考慮结构物作为空間体系的工作特征。

工程构造物的空間（立体）工作問題，在苏联和国外的工程技术人员中引起了很大的兴趣。

结构的立体計算理論方面，在苏联有关人士的著作中已有不少的論述，这些著作提出并解决构造物空間工作的各种問題。

梁式桥上部构造的立体工作及与其相关的立体計算就是这类問題之一。

“立体（空間）計算”一詞应当視為是有条件性的。有些专家建议用另一种术语“空間結構的計算”来代替它；但因任何結構均具有三維，它們都可以称为空間結構，因此“空間結構的計算”这一术语并不表明計算的任何特点。

B.3. 符拉索夫教授根据結構的空間維度的特征建议 把它区分为四类：

1. 实体的物体，它們的特征是在三維空間所有方向上的維度都相近，例如球体、立方体、不太长的六面棱柱体；
2. 薄板和薄壳，它的三个維度之一（如結構物的厚度）比大小相近的其他两个維度要小得多，可列为薄壁空間体系；
3. 长条形的实体截面的杆件，它的特征是維度之一（长度）比横截面的其他两个維度要大得多；
4. 长棱柱形的或圆筒形的壳体状薄壁杆件，它的特征是空間的三个維度相差都較大；壳体的厚度比横截面的任何尺寸要小得多，而横截面尺寸又比壳体长度要小得多。

以上所列举的所有結構形式都可以包括在各种形式的桥梁結構里。

属于第一种形式的，有桥梁的支座、铰和产生很大的局部应力的各种零件；属于第二种的，有行車部分的寬度与跨径的长度相近的桥梁上部构造；属于第三种的，有受弯时按平截面定律工作的、而受扭时按純扭理論工作的单个梁和实体截面的长条形杆件，这种体系的計算理論和計算方法組成了材料力学教程的基本內容；属于第四种的，有长桥的上部构造以及焊接的和鉚接的鋼梁。薄壁杆件的特性在于当扭转时它的纖維伸长，并在其中产生纵向法向应力。这些在純扭轉理論中不予研究的，由于阻止截面翹曲而产生的附加的纵向法向应力可能达到很大的数值。

本书所闡述的基本上是属于第二和第四种形式（薄板、薄壳和薄壁杆件）的桥梁結構和它的构件的計算，大部分桥梁上部构造的結構和它的构件都属于这些形式。

---

# 第一篇 橋梁梁式結構立体計算的 理論基础

## 第一章 計算的基本原理

### § 1 作为空間体系的橋梁上部构造的 現行計算方法和課題

桥梁的上部构造是由一些位于不同平面内而相互联结成为整体的单独部分或构件所组成。所有这些部分彼此间保持着一定的相互关系；当加载于构造物时，这些部分便各自完成其本身的工作。

最简单的上部构造是板桥，这种桥必须按横向两边铰接支承和纵向两边自由支承的四边形板来计算。

在设计实践中，一般把这样的结构当作有两个支点的梁来计算，这就势必导致很大的误差。

当存在与上部构造的板刚性联结的人行道时，应当考虑它们间共同的工作和相互的影响。

梁式桥的上部构造包括平置的板，以及竖置的主梁和次梁。在现行的简化计算中，把结构划分为独立的平面体系，并分别计算。至于结构的空间特性对于独立的平面体系的影响和独立部分间的相互作用，则引入不同的人为系数予以考虑。

应当指出，由于任何系数不可能反映出空间结构工作上的所有特点，所以这种计算方式本身已经隐藏着误差。

为了更明确地理解问题的本质，透彻分析梁式桥上部构造的简化计算方式是有益的。

平置的并直接承受荷载影响的行车道板，近似的按支承在绝

对刚性支点上的板来計算。然而作为板的支承的主梁和次梁，在板的影响下发生弹性挠曲和弹性扭转，使板受到反作用。因此，严格的計算时，除計算板的特性外，同时必須考慮承重梁的结构和尺寸、梁的建筑材料的物理-力学性质以及板与梁联結的构造。

在設計实践中通用的主要計算方法可以区分为二个阶段。

- 1) 确定計算弯矩和剪力；
- 2) 确定应力和变形。

确定弯矩和剪力时，在上部构造主梁間，出現荷載的弹性分布問題。这个問題对于設計宽度大的公路桥和城市桥具有特別重大的意义，因为在这种桥上，活載可能出現在桥长和桥寬的各种不同的部位上。显然，荷載在全部主梁之間的分布越均匀，主梁也就越经济。

在現有的設計实践中，由計算活載传到各个主梁上的压力，采用横向分部系数来求算。在过去确定横向分布系数的最普遍的方法是，梁間荷載分布按杠杆原理以及所謂“偏心受压”法。

随着理論研究的发展，出現了确定横向分布系数的一些新方法，这些方法可以分为两类：一类方法把上部构造假設为梁排；另一类方法則把上部构造假設为正交异性板。

在第一种情形下，假設梁排是由桥梁上部构造的全部主梁（纵向的）和次梁（横向的）所构成。行車道板則作为独立构件而不引入計算，但它对結構工作的影响，则作为稍微加大梁的断面來表現。

在第二种情形下，正交异性板的刚度相应于上部构造在相互垂直方向的平均刚度（计入纵梁和横梁）。梁作为上部构造的独立构件而不予考慮。

应当指出，以简化計算图式代替真实结构不总是正确的假定。这样，当以梁排代替整体式上部构造时，由于从总的的整体中去掉不同于梁格作用的，結構工作具有特殊性质的板，結構的性质就被改变。当以正交异性板代替上部构造时，由于在結構中取消了集中地承担最大內力的主梁，結構的性质同样有非常重大的

改变。

在行車道板未联成整体的装配式鋼筋混凝土桥中，以梁排代替上部构造还是比較合理的。

在确定所計算的梁的应力时，就发生了所謂板的“有效寬度”的問題，也就是在計算梁的慣矩时应包括在梁截面的組成部分中的这个寬度。这一計算阶段——前面已合理的完成；它出現了涉及采用分解空間結構为平面計算构件的方法。

毫无疑问，与梁相邻的板在梁受弯时会有效的参与工作，而减少了梁的应力。

在简化計算中，板的“有效寬度”采用与板厚、梁的間距和板的計算跨径有关的三个数值中的最小值，而不考慮荷載的性质和位置。这种确定板的有效寬度的方法可以认为是近似的，因为上部构造上荷載的性质和位置是其中一个重要的因素。随着荷載位置的改变，板的有效寬度也就改变，甚至在梁的两边也不相等。

在偏離梁中軸的荷載的作用下，将引起梁的扭转和它的腹板离开其自身平面的弯曲，其結果是产生了附加应力。最近时期以前，在桥梁上部构造的計算中，梁的扭转是不加考慮的。近年来，由于大量推广鋼筋混凝土薄壁結構，开始将扭转計算列为必要的。

当前，在設計装配式鋼筋混凝土桥时，有时候考慮扭转，然而还没有一个普遍采用的計算方法。

特別要提出的是有关桥梁上部构造橫隔梁的工作問題。橫隔梁在整体式桥的上部构造中的效果应当根据它把活載分布于主梁間的均匀程度来研究。此外，橫隔梁提高了上部构造和它的构件的稳定性。

普遍采用的計算橫隔梁的方法也还没有。

最近时期，建造和成功的使用了一系列无橫梁的桥梁上部构造。

在行車道板間有縫的装配式鋼筋混凝土桥中，橫隔梁与主梁

同样是上部构造的主要构件，应作为梁排中的构件加以研究。

应当指出，整个現行的桥梁上部构造简化計算方法就說明了在計算一个构造物的单个部分的許多不同方法中，不可能建立有关結構工作完整的和清晰的概念。同时引用横向分布系数和板的有效寬度的現行計算方法，使用起来却非常简单和便利。

立体計算的任务是根据将所有各部分視如相互依賴和相互作用的，而且把整个結構作为一个空間整体，来确定构造物的构件和各部分的应力和变形。

结构的立体計算方法是相当复杂和困难的。显而易見，只有在促使計算过程简化的計算技术和数学学科的更进一步发展下，立体計算方法在日常的設計实践中是能获得广泛推广的。

## § 2 簡略的历史概况

由于发展各种結構理論問題和为解决个别特殊問題而工作的前輩科学家的劳动，建立了現代的結構立体計算方法。

有关各向同性和正交异性板的計算，梁排的計算，板的有效寬度的确定和扭转的計算等問題，对于桥梁的設計問題具有直接的关系。

板的計算問題不仅与桥梁建筑有关，而且也涉及其他工程方面。同时，它也是相当复杂的，到現在還沒有完善的解法。

泊松、郭希、馬克斯威尔、克希霍夫、克列勃施、圣維南等都提出过板的計算問題。由于那維埃和列威的劳动，板的計算方法已经得到相当大的进展。在上一世紀末，那維埃提出板弯曲的微分方程式的重三角級数解，而 M. 列威——提出单三角級数解，使一系列問題便于解答。

И. Г. 布勃諾夫[4]、С. П. 鐵摩辛柯[23, 24]、П. Ф. 巴普科維奇[19]、尤其是Б. Г. 迦辽金[10]的著作中都論述了各种支承条件的板，其中也包括梁。

在1924年，Г. 馬尔庫斯[17]提出了計算板的数值方法，这种方法后来被其他的科学工作者所发展。

П.М.瓦爾瓦克在其著作中提出詳細擬制的网格法，對於板的計算理論和實踐提供了重要的發展。這個方法的精度全靠所採用网格的密度。當网格稠密時，計算的精度提高，但是，同時在相當大的程度上增加了工作量。B.3.符拉索夫的變分法則給出近似解。

工程師們對於肋形板（即板與肋聯結成一整體）的計算問題特別感興趣。在橋梁建築工程人員面前，當設計梁式橋上部構造時就產生同樣的問題，在這種梁式橋中板是支承在彈性梁上，同時板與梁是剛性聯結的。

此外，在本世紀初期，И.Г.布勃諾夫[4]已經注意到肋形板的工作求得了不計入某些因素的近似解。

這個問題的解決在Б.Г.迦遼金、П.Ф.巴普科維奇、С.П.鐵摩辛柯、Ю.А.施曼斯基、А.С.馬里葉夫等的著作中得到了進一步的發展。

А.С.馬里葉夫[16]在採用初參數法來計算肋形板時，在計算中他不僅考慮肋的彈性彎曲，而且考慮它的扭轉。

П.Л.柏斯杰爾那克[20]在其著作中考慮了肋的扭轉並提出計算方法。在這個方法中利用了具有兩個特徵的彈性地基上的梁的理論。

與肋形板相聯繫的許多實踐問題，可以利用B.3.符拉索夫的方法予以解決。

下面介紹肋形板計算方法的發展情況。

在开头的著作中，僅局部的反映當肋與板共同工作時肋在其彎曲平面內的彈性，後來才開始考慮引起肋的彈性扭轉和彎矩。結果這個因素在計算中引起非常重要的修正。不過，板的彎曲是與肋的彎曲分別計算的；它們中的每一構件都具有各自的中性軸。在以後的研究中，就是計算由於板與肋共同受彎而引起的板與肋間的剪力，以及由於肋的扭轉和它在板的平面內的彎曲引起的板與肋間的法向力。

不論基於指定問題的那一種假設或簡化，對於各種個別的情

形均有一系列的近似解。当存在圆满的解时，可以判断各种近似解的誤差的意义和实际的可接受性。

有关作为梁排或正交异性板的桥梁上部构造的計算問題已有研究工作者提出过。梁排是作为多次起靜定体系来計算的。在一般情况中，当梁排中的梁彼此是刚性联結时，则超靜定的次数等于由纵、横梁所构成的格数的三倍。这样，仅仅在三根主梁和五根横梁的体系中就已经出現了24次超靜定，要計算它就必然要求解非常繁多的方程式組。当然，这样的梁排計算方式不会在实际上应用。

根据一系列的理論和实践的工作，已经建立了不考虑梁排中构件的扭转的近似計算方法。

早在本世紀之初，Л.Д.普罗斯庫辽闊夫[22]导出了有关简支于弹性支承上梁的荷載弹性分布問題的解。他考虑了当变形的构件支承在3个、5个和7个弹性支承上这三种情形。这种解法已被利用于公路木桥的計算理論中，以考虑桥面板和横梁之間以及横梁和大梁之間荷載的弹性分布。

現有的近似計算是以布置在跨径中央的一根等代的横梁来代替所有横梁的条件为根据的。由于这种緣故，应当提到被用于公路桥梁上部构造的結構計算中的B.B.格里哥里叶夫法。

在已发表的一系列科学著作中，提出过考虑构件的扭转的計算梁排的各种方法。例如，B.克列恩普是利用傅里叶級數計算，B.E.烏里茨基[25]提出过利用克罗斯法（弯矩分配法）与形变法相組合的方法。

由于弹性理論方法的显著发展，正交异性板的計算最近比較接近合理。

由于正交异性板的精确計算存在着很大的数学困难，有些学者用容許简化的正交异性板来代替上部构造。这样，法国居易翁工程师在計算中就不考慮梁的扭转；馬松尼工程师就是根据泊松系数等于零的条件來計算的。

将肋形上部构造作为正交异性板的計算問題，Г.哥母別尔

格[30]、科尔聶里烏斯、皮爾利、特連克斯等在他們的著作中都有闡述。將肋形上部構造作為正交異性板的最完善計算方法是由B.Г.頓欽柯[12]提出來的。在他的著作中附有計算用表，可以減輕重複計算工作。

確定板的有效寬度的問題在很多著作中有所闡述。

用于寬翼緣梁中板的有效寬度的理論確定方法，已見于卡尔曼、梅特采爾、鐵摩辛柯等的著作中，他們都認為單肋結構中板的有效寬度主要是取決于跨徑大小和彎矩圖的特徵。C.П.鐵摩辛柯用指數函數來表示寬翼緣梁的翼緣的應力變化，後來美國工程師穆利研究了這個問題，把鐵摩辛柯和卡尔曼對於單肋結構的結論推廣到多肋結構上，將所有的肋和與肋相聯部分的板的應力圖形迭加起來。由此，穆利以板的有效寬度與梁的間距的關係為三種形狀的圖式作成了圖表。

應當指出，單肋結構的工作基本上不同于多肋結構，因此機械地搬用屬於單肋結構的理論研究結果于多肋結構中，那是不容許的。

在求解扭轉變形問題中產生了嚴重的困難。扭轉計算的方法的發展歷史早于18世紀就開始，那時候庫倫提出了純扭轉理論。後來，那維埃、聖維南、巴赫、普蘭特、格利菲特斯、泰勒、費普里、魏別爾、密爾施等學者就致力于扭轉問題的研究。

在1905年～1906年，C.П.鐵摩辛柯研究扭轉的彎曲效應並建立了彎曲扭轉理論或約束扭轉理論的基礎。

1920年以後，馬伊阿爾、李茨、迦遼金、列伊本松、魏別爾、瓦格尼爾、勃萊赫等就致力于約束扭轉理論的研究。

特別應當指出B.З.符拉索夫的工作[8]，他提出了薄壁截面約束扭轉的最完善的計算理論。

A.A.烏曼斯基[28]完成了飛機薄壁結構和浮橋的扭轉和彎曲計算的有價值的研究。

在橋梁上部構造的立體計算上要綜合考慮上述這些問題，因此，就有必要利用各個現成的解法。