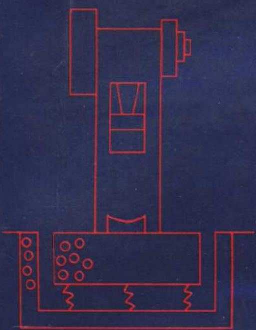
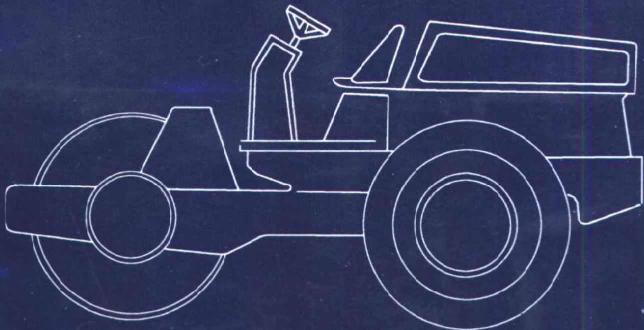
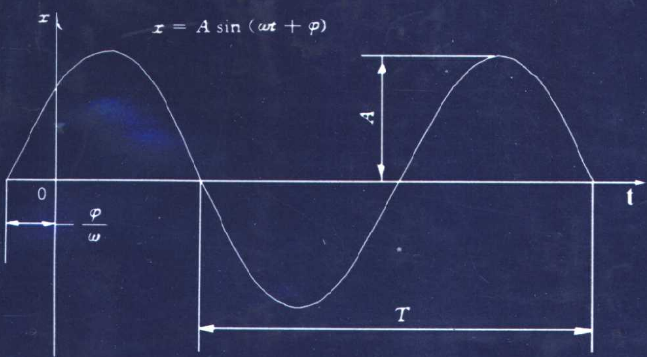
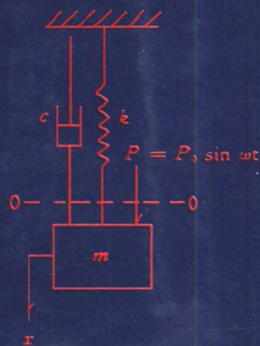
周林森　编著

机械振动技术的理论与应用









河南科学技术出版社

机械振动技术的理论与应用

周 林 森　编著

河南科学技术出版社

内 容 提 要

振动技术已成为现代机械工程技术人员必须掌握的重要课题。根据机械工程技术的实际需要，本书介绍了机械振动技术的基本理论，重点研究和讨论了振动技术在机械工程上的应用，分析了典型振动机械的工作原理和动力学问题，阐述了各类机械隔振设计的基本理论与实践。

本书可供从事机械设计与制造、动力机械、工程机械、建筑机械、矿山冶金机械、粮食加工机械以及其他机械行业的工程技术人员进行振动机械设计和隔振设计参考之用，也可作为机械类专业大学生、研究生的教学参考书。

机械振动技术的理论与应用

周林森　编著　　　　责任编辑　刘　嘉

河南科学技术出版社出版发行

郑州市农业路 73 号

邮政编码：450002　　　电话：(0371)5721450

郑州工业大学印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　　印张：8.5　　字数：189 千字

1997 年 5 月第 1 版　　1997 年 5 月第 1 次印刷

印数：1—1500

ISBN 7-5349-2051-5/T・427　定价：18.80 元

前　言

科学技术和工业生产的飞速发展，促使现代机械工程技术人员，有研究和掌握振动技术的理论和实践的迫切愿望。一方面，国际社会工业化程度的普遍提高，机器运转的振动和噪声十分严重。改进机器的动态特性，以提高它的运转性能，并减少对环境的污染已成为当务之急；另一方面，利用振动的原理工作的机械日益增多，它几乎普及到各个工业部门。研究这些振动机械的动力学问题，以完善它的工作性能，提高它的生产效率势在必然。奉献给读者的这本书，就是根据机械工程技术的这种实际需要，吸取了国内外同行专家的研究成果，同时根据作者多年教学、科研和工程实践的体会编著而成。

本书的特点是将振动技术的基本理论与工程实践密切相结合。首先介绍了单自由度系统、两自由度系统、多自由度系统等机械振动基本理论。重点研究和讨论了振动技术在机械工程上的应用，分析了典型振动机械的工作原理和动力学问题，阐述了各类机械隔振设计的基本理论和实践。

本书的主要读者是广大机械工程技术人员。本书可供从事机械设计与制造、动力机械、工程机械、建筑机械、矿山冶金机械、粮食加工机械，以及其他机械行业的工程技术人员进行振动机械设计和隔振减振设计参考之用，也可作为机械类专业的大学生、研究生的教学参考书。

由于作者水平有限，错误与疏漏在所难免，敬请读者不吝赐教。

作者

1996 年 12 月

目　　录

第一章　概　　论

1.1　机械振动的基本概念和技术内涵

1.1.1　机械振动的基本概念

机械振动是机械系统在静平衡位置附近作往复运动的一种特殊形式的运动。从运动学的观点看，机械振动是指机械系统的某些物理量（位移、速度、加速度），在某一数值附近随时间 t 的变化关系。如果这种关系是确定的，则可用函数关系描述其运动，即

$$x = x(t) \tag{1.1}$$

图 1.1(a)表示在相等的时间间隔内所作的往复运动，这种振动称为周期振动。往复一次所需的时间间隔 T 称为周期。每经过一个周期后，运动便重复前一周期中的全部过程。周期振动可用时间的周期函数表达为

$$x(t) = x(t + nT) \tag{1.2}$$

式中，$n = 1, 2, \cdots$。

周期的倒数定义为频率 f，有

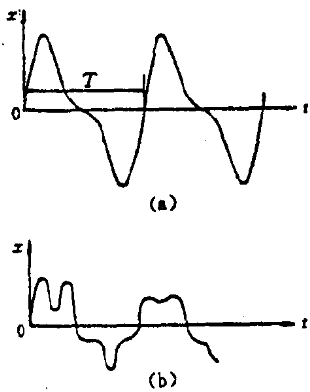


图 1.1　机械振动的函数关系

$$f = \frac{1}{T} \quad (1/s \text{ 或 } Hz) \tag{1.3}$$

图 1.1(b)表示在旋转机械起动过程中产生的振动，它没有一定的周期，不能表达为(1.2)式的形式，这种振动为非周期振动。

1.1.2 机械振动的力学模型——弹簧-质量系统

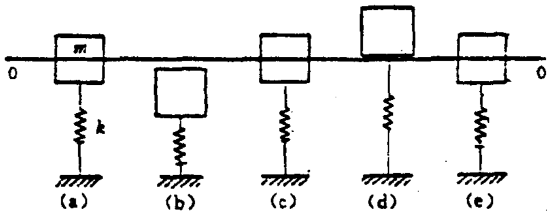


图 1.2 弹簧-质量系统

实际的机器可以简化为由忽略了质量的弹簧和忽略了弹性变形的质量组成的弹簧-质量系统所表示的力学模型，如图 1.2 所示。其振动机制可描述为：

(1)如图 1.2(a)所示，物体静止时处于平衡位置 0-0，物体的重力与弹簧的弹性恢复力平衡，它们的合力为零，速度为零，加速度为零。

(2)当物体受到初始干扰向下运动时，弹簧进一步压缩，弹性恢复力增大，使物体作减速运动，直至速度减小到零，则物体运动到如图 1.2(b)所示的最低位置。

(3)物体运动至最低位置时，虽速度为零，但弹簧的弹性恢复力大于物体的重力，合力方向向上，物体产生向上的加速度，使物体由最低位置向上运动，弹簧伸长，弹性恢复力减小，直至与重力平衡，合力为零，物体返回到如图 1.2(c)所示的平衡位置。

(4)物体返回平衡位置时，虽合力为零，但速度不为零，由于惯性作用，物体继续向上运动，弹簧进一步伸长，弹性恢复力进一步减小，使物体重力大于弹性恢复力，合力方向向下，物体作减速运动，直至减速到零，物体运动到如图 1.2(d)所示的最高位置。

(5)物体于最高位置时，重力远远大于弹性恢复力，在重力作用下，物体向下运动，弹簧受压，弹性恢复力增加，当增加了的弹性恢复力与重力平衡，物体又返回到图 1.2(e)所示的平衡位置。此时，物体所受合力虽为零，但速度不为零，在惯性作用下，物体将继续向下运动。

这样，物体周而复始地在平衡位置附近作往复运动。这种物体从平衡位置开始向下运动，然后向上运动，经过平衡位置再继续向上运动，然后又向下运动返回平衡位置，称完成一次振动。

1.1.3 机械振动的分类

机械振动可根据不同的振动特征作如下分类：

1. 按产生振动的原因分

(1)自由振动：当系统的平衡被破坏，只靠其弹性恢复力来维持的振动。

(2)受迫振动：在外界激振力的持续作用下系统被迫产生的振动。

2. 按振动的规律分

(1)简谐振动：能用一项正弦或余弦函数表达其运动规律的周期性振动。

(2)非简谐周期振动：不能用一项正弦或余弦函数表达其运动规律的周期性振动。

(3)随机振动：运动不是时间的确定函数，只能用概率统

计方法进行研究的非周期性振动。

3. 按振动系统结构参数的特性分

(1)线性振动:系统的惯性力、阻尼力、弹性恢复力分别与加速度、速度、位移成线性关系,能用常系数线性微分方程描述的振动。

(2)非线性振动:系统阻尼力或弹性恢复力具有非线性性质,只能用非线性微分方程描述的振动。

4. 按振动系统的自由度数分

(1)单自由度系统振动:确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置只需要一个独立坐标的振动。

(2)多自由度系统振动:确定系统在振动过程中任何瞬时的几何位置需要多个独立坐标的振动。

5. 按振动位移的特征分

(1)扭转振动:振动体上的质点只绕轴线所作的振动。

(2)纵向振动:振动体上的质点只沿轴线方向所作的振动。

(3)横向振动:振动体上的质点只沿垂直轴线方向所作的振动。

纵向振动与横向振动又统称为直线振动。

1.1.4 机械振动的技术内涵

振动在机械系统中是一种常见的物理现象。对于多数机器来讲,振动将对其产生不良的影响,是有害的。由于振动,降低了机器的动态精度和其他使用性能,如机床振动会降低工件的加工精度,起重机振动会使装卸发生困难。由于振动,机器在使用中将产生巨大的反复变动的载荷,这将导致机器使用寿命的降低,严重时会使零部件失效乃至破坏而造成事故。此外,振动本身将使机器的操作人员感到烦躁、厌倦和疲劳,

影响健康，而由振动产生的噪声已成为人类社会的公害。另一方面，许多振动机械本身是利用振动的原理进行工作的，如振动打桩机、振动压路机、振动筛和振动球磨机等等。这就要求选择合理的振动参数和振动型态，以发挥振动机械的最大效能。由此可见，振动的研究对机器的使用和设计都具有极其重要的实际意义。随着机器的速度、运动质量和复杂程度的不断增加，这种研究的迫切性也大大增长了。

机械振动研究的目标，是探究这些振动产生的原因和它的运动规律，振动对机器及人体的影响，寻求控制和消除振动的方法，以及振动技术在振动机械和机械故障诊断中的应用。具体有如下几个方面：

(1)确定机械系统的固有频率，预防共振的发生；

(2)计算系统的动力响应，以确定机器受到的动载荷或振动的能量水平；

(3)研究平衡、隔振和消振方法，以消除振动的影响；

(4)研究环境噪声控制；

(5)进行振动检测，分析机械故障的原因；

(6)研究振动技术在振动机械中的利用。

1.2 简谐振动及其表示方法

1.2.1 简谐振动概念

简谐振动是以正弦或余弦的时间函数表示的一种最简单的周期振动。其数学表达式为

$$x = A\sin(\frac{2\pi}{t}T + \varphi) \tag{1.4}$$

式中 A ——振幅，表示物体离开平衡位置的最大位移；

T —— 周期，表示物体重复一次运动所需的时间。

若令 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$（称之为圆频率），则上式可改写为

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{1.5}$$

式中　$\omega t + \varphi$ —— 相位角，它决定在 t 时刻物体的运动状态；

φ —— 初相位，表示物体在 $t = 0$ 时的初始位置。

对(1.5)式求一阶导数和二阶导数，可得简谐振动的速度和加速度表达式，即

$$\dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \tag{1.6}$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) \tag{1.7}$$

1.2.2　简谐振动的矢量表示法

简谐振动可用旋转矢量来描述。图 1.3 表示模为 A 的矢量 $\overrightarrow{OP}$，以等角速度 ω 旋转。当 $t = 0$ 时它具有初始角 φ。在任一时刻矢量与横坐标的夹角为 $\omega t + \varphi$。则在任一时刻矢量在纵坐标上的投影为

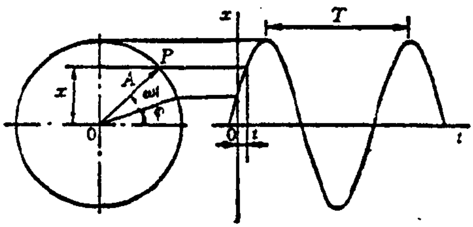


图 1.3　简谐振动的矢量表示

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

当矢量旋转一周（2π），运动经历一个周期，即当 $t = T$ 时，有

$$\omega t = \omega T = 2\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

由此可见，矢量旋转的角速度 ω，实质上就是矢量每秒旋转几个圆周的频率，ω 称之为圆频率由此而来。在旋转矢量中，矢量的模即是简谐振动的振幅，初始角 φ 即是简谐振动的初相位，矢量与横坐标的夹角 $\omega t+\varphi$ 即是简谐振动的相位角。

同样，简谐振动的速度和加速度也可用旋转矢量来表示。此时，圆频率仍为 ω，矢量的模分别取速度与加速度的幅值 ωA 和 $\omega^2 A$ 即可。

1.2.3 复数表示法

简谐振动也可用复数表示。如图 1.4 所示，设在复平面上的一个复数 z 代表在该复平面上的一个矢量 $\overrightarrow{OP}$，这个矢量的模就是复数 z 的模 A，矢量与实轴的夹角就是复数 z 的复角 θ，若用 i 表示虚轴上的单位长度，则其表达式为

$$z = A(\cos\theta + i\sin\theta)$$

若使矢量 $\overrightarrow{OP}$ 绕 O 点以等角速度 ω 在复平面内作逆时针旋转，就成为一个复数旋转矢量。它在任一时刻的复角为 $\theta=\omega t$。故这一旋转矢量的复数表达式为

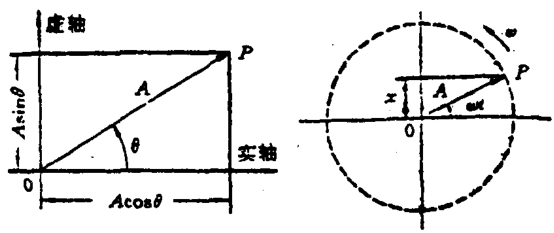


图 1.4 简谐振动的复数表示

$$z = A(\cos\omega t + i\sin\omega t)$$

引进欧拉公式，上式可改写为

$$z = Ae^{i\omega t}$$

如前所述，任一简谐振动可用一个旋转矢量在直角坐标轴上的投影来表示。因此，同样可用一个复数旋转矢量在复平面的实轴或虚轴上的投影来表示一个简谐振动，即

$$x = A\sin\omega t = \mathrm{Im}(z) = \mathrm{Im}(Ae^{i\omega t})$$

式中符号 $\mathrm{Im}(z)$ 表示取复数 z 的虚部(当然也可取复数 z 的实部来表示简谐振动，即 $\mathrm{Re}(z)$。此时简谐振动应用余弦函数来表示)。在本书中，若不特别说明，用复数 $Ae^{i\omega t}$ 表示取其虚部，省略符号 Im。

所以，简谐振动的复数表达式为

$$x = Ae^{i\omega t} \tag{1.8}$$

若初相位不为零，则上式改写为

$$x = Ae^{i(\omega t+\varphi)} = \overline{A}e^{i\omega t} \tag{1.9}$$

式中 $\overline{A} = Ae^{i\varphi}$，称为复振幅。

同样，简谐振动的速度和加速度也可用复数表示。对(1.8)式求一阶导数和二阶导数，则

$$\dot{x} = i\omega Ae^{i\omega t} = A\omega e^{i(\omega t+\frac{\pi}{2})} \tag{1.10}$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 Ae^{i\omega t} = A\omega^2 e^{i(\omega t+\pi)} \tag{1.11}$$

将位移、速度和加速度画在复平面上，可得到如图1.5所示的关系。由此可看出，对复数 $Ae^{i\omega t}$ 每求导一次，相当于在它前面乘上一个 $i\omega$，而每乘上一个 i，相当于把复数旋转矢量逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$。这给运算带来方便。

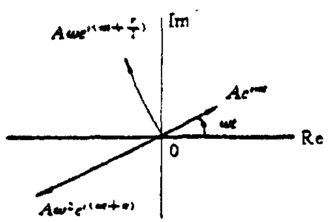


图1.5 位移、速度、加速度的关系

1.3 简谐振动的合成

在实际的振动技术问题中，存在有几个简谐振动叠加的现象，因此有必要研究简谐振动的合成。

1.3.1 同方向两个简谐振动的合成

1. 同方向同频率的两个简谐振动的合成

设两个简谐振动的复数表达式为

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= A_1 e^{i(\omega t+\varphi_1)} \\ x_2 &= A_2 e^{i(\omega t+\varphi_2)} \end{aligned}\right\} \tag{1.12}$$

根据矢量相加原理，它们的合成振动为

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 \\ &= A_1 e^{i(\omega t+\varphi_1)} + A_2 e^{i(\omega t+\varphi_2)} \\ &= (A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}) e^{i\omega t} \end{aligned}$$

设 $$Ae^{i\alpha} = A_1 e^{i\varphi_1} + Ae^{i\varphi_2}$$

$$\begin{aligned} &A(\cos\alpha + i\sin\alpha) \\ &= A_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) + A_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) \\ &= A_1(\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2) + i(\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2) \end{aligned}$$

则 $$\left.\begin{aligned} A\cos\alpha &= A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2 \\ A\sin\alpha &= A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2)^2 + (A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2)^2} \\ &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \end{aligned}$$

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

故 $$x = Ae^{i\alpha} \cdot e^{i\omega t} = Ae^{i(\omega t+\alpha)} \tag{1.13}$$

式中 A ——合成振动振幅；

α——合成振动的初相位。

由(1.13)式可见，同方向同频率两个简谐振动的合成振动仍是一个简谐振动，其频率与原频率相同，合振动的振幅决定于分振动的振幅和相位差。当同相，即 $\varphi_2-\varphi_1=0$ 时，则合振动振幅等于两个分振动的振幅之和；当反相，即 $\varphi_2-\varphi_1=\pi$ 时，则合振动振幅等于两个分振动的振幅之差。

2. 同方向但不同频率两个简谐振动的合成

设两个简谐振动的复数表达式为

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= A_1e^{i(\omega_1t+\varphi_1)} \\ x_2 &= A_2e^{i(\omega_2t+\varphi_2)} \end{aligned}\right\} \tag{1.14}$$

当 $t=0$，两个分振动的初相位差 $\theta=\varphi_2-\varphi_1$。在经历时间 t 后，两个分振动的相位差为

$$\begin{aligned}\varphi &= (\omega_2t+\varphi_2)-(\omega_1t-\varphi_1) \\ &= (\omega_2-\omega_1)t+\theta \\ &= \Delta\omega t+\theta\end{aligned}$$

因此，两个分振动的相位差本身就是时间 t 的函数，这使问题比较复杂。应用前面同样的方法可得

$$\begin{aligned}x &= x_1+x_2 \\ &= A_1e^{i(\omega_1t+\varphi_1)}+A_2e^{i(\omega_2t+\varphi_2)} \\ &= Ae^{i\alpha}\end{aligned} \tag{1.15}$$

式中 $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\Delta\omega t+\theta)}$

$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}\frac{A_1\sin(\omega_1t+\varphi_1)+A_2\sin(\omega_2t+\varphi_2)}{A_1\cos(\omega_1t+\varphi_1)+A_2\cos(\omega_2t+\varphi_2)}$$

由(1.15)式可见，合成振动的振幅是时间 t 的周期函数，它将以 $\Delta\omega$ 为频率，在 $|A_1+A_2|\geqslant A\geqslant|A_1-A_2|$ 的范围内变化。若两个分振动的振幅相差较大，则合振动的振幅总是由振幅大的一个分振动占主导地位，而振幅小的分振动只能使

前者产生一些畸变。若两个分振动的振幅相差不大，则合成振幅按一定频率时而增大，时而减小。振幅的这种变化现象称为"拍"。单位时间内振幅增大或减小的次数(即振幅的变化频率)称为拍频。拍频就等于两个分振动频率之差。

若设 $\omega_2 = k\omega_1$，其中 k 为正整数。则

$$
\begin{aligned}
x &= A_1 e^{i(\omega_1 t+\varphi_1)} + A_2 e^{i(k\omega_1 t+\varphi_2)} \\
&= \{A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i[(k-1)\omega_1 t+\varphi_2]}\} e^{i\omega_1 t} \\
&= A e^{i\alpha} \cdot e^{i\omega_1 t} \\
&= A e^{i(\omega_1 t+\alpha)}
\end{aligned}
\tag{1.16}
$$

式中 $$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos[(k-1)\omega_1 t + \theta]}$$

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin[(k-1)\omega_1 t + \varphi_2]}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos[(k-1)\omega_1 t + \varphi_2]}$$

因此，同方向不同频率的两个简谐振动的合成，在一般情况下不是周期振动，只有当其中一个分振动的频率是另一个分振动频率的整倍数时，它们的合成振动才是周期振动。

1.3.2 两个相互垂直的简谐振动的合成

当一个质点同时参与两个不同方向(即不在同一直线)的振动时，它的合位移是两个分位移的矢量和，质点将在两个振动方向所决定的平面上作曲线运动，它的运动轨迹可有各种形状，由两个振动的频率、振幅和初相位决定。这里只讨论两个相互垂直简谐振动的合成问题。

1. 相互垂直且同频率的两个简谐振动的合成

设质点在 x 与 y 相互垂直方向作谐振动，则振动方程为

$$
\left.
\begin{aligned}
x &= A_1\sin(\omega t + \varphi_1) \\
y &= A_2\sin(\omega t + \varphi_2)
\end{aligned}
\right\}
\tag{1.17}
$$

由上式消去参数 t 即得到振动质点的运动轨迹方程式

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2\frac{xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{1.18}$$