

21世纪 中国数学教育 展望 ①

《21世纪中国数学教育展望》课题组编



北京师范大学出版社

(京)新登字 160 号

责任编辑:王永会

封面设计:孙琳

责任校对:柯堤主

责任印制:尹守华

21 世纪中国数学教育展望

(第一辑)

《21 世纪中国数学教育展望》课题组编

*

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

河北省吴桥印刷厂印刷

开本:850×1168 1/32 印张:10.5 字数:269 千

1993 年 5 月第 1 版 1993 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—4000

ISBN7-303-03012-3/O·171

定价:6.00 元

过去人类只有大脑,现在添了一个助手——电脑,二十一世纪的智慧源于两者的结合,而数学是这种结合的桥梁与媒介。

目 录

大众数学与中国古代数学思想(代序).....	张孝达(1)
数学教育现代化问题	吴文俊(16)
数学教育改革的十个问题	张奠宙(28)

课题研究报告

大众数学势在必行

——兼论 21 世纪中国数学教育展望研究.....	刘 兼(36)
我国古代、近代、现代数学教育目的的回顾与分析 ...	杨 寿(51)
当代国际数学教育目的及目标之比较	范良火(63)
国外数学教育思想探源及其思考	俞求是(74)
新加坡和中国数学教育目的之比较	范良火(83)
从世界各国最新课程标准看数学教育的发展(一)	

——关于数学教育目的

.....	刘兼 王永会 刘勇(执笔)(91)
-------	-------------------

从世界各国最新课程标准看数学教育的发展(二)

——关于数学教学内容

.....	卢江 颜其鹏 李建华(执笔)(101)
-------	---------------------

从世界各国最新课程标准看数学教育的发展(三)

——关于几何课程体系.....	李建华 张景斌(执笔)(110)
-----------------	------------------

关于“生活中的数学”的几点思考.....	李 英(122)
----------------------	----------

“讲数学语言的生物”与数学教育

——计算机给数学教育带来的革命.....	张杰夫(128)
----------------------	----------

数学观念的培养

- 数学思想方法大众化研究之一…………… 马 复(137)
- 培养学生“运用数学的意识”…………… 刘 兼(147)
- 数学建模与中学数学课程改革…………… 曾文艺(155)
- 浅谈现行数学教材的特点与不足…………… 颜其鹏 李忠海(164)
- 数学课程应发挥其社会化功能…………… 唐瑞芬 李 俊(168)
- 几何课程研究中的若干问题…………… 黄荣金(173)
- 数学课程中的逻辑教学问题…………… 蔡菊芬(183)
- 试论汉斯·弗洛登塔尔的数学教育思想及其
对我国数学教育研究的启示…………… 张维忠(190)
- 数学习题的大众化…………… 刘 萍(197)
- 对商业数学的初步调查…………… 孟世才(201)
- 数学文化与数学教育…………… 张 雄(203)
- 跨文化数学课程刍议…………… 吕传汉 张洪林(211)
- 数学文化的意义、特征及 21 世纪大众数学
发展的基本特色…………… 黄秦安(216)

专题调查报告

- 济南市历城区数学教育发展状况调查报告…… 山东调查组(222)
- 十年来常州市经济与数学教育的发展调查
报告…………… 江苏调查组(230)
- 绍兴市数学教育发展状况的调查与研究…………… 浙江调查组(240)
- 社会对数学教育看法的调查与分析…………… 西南地区调查组(249)
- 附录一 对“部分发达地区十年来数学教育发展
状况的调查与研究”的说明…………… 课题组(254)
- 附录二 调查工具及调查提纲(摘要)…………… 课题组(257)

国际著名数学教育展望与研究报告(节选)

- 《Cockcroft 报告》中的“基础表” 范良火摘(264)
- 《普及科学—美国 2061 计划》数学部分(摘要)
..... 杨妍梅整理(270)
- 《重访数学教育》(汉斯·弗洛登塔尔著)..... 李建华摘(282)

报刊文摘

- 数学教育改革动向摘登..... 安 杨 整理(290)
- 数学教育部分论文索引..... 安 杨 整理(308)

- 附录一 课题组专题研讨会纪要(摘录)..... (311)
- 附录二 国家教委“数学课程改革研讨会”侧记..... (314)
- 附录三 “21 世纪中国数学教育展望(21CME)——大
众数学的理论与实践”课题组成员 (317)
- 后记..... (319)

大众数学与中国古代数学思想(代序)

张孝达

“21 世界中国数学教育展望——大众数学的理论与实践”课题组第一阶段研究成果汇编《21 世纪中国数学教育展望》(第一辑)出版了。这是一件值得高兴的事。因为课题组成立三年来,尤其是被批准为全国哲学社会科学青年社会科学基金研究课题一年多来积极开展研究所取得的成果,能够向社会、向数学教育界作公开汇报。通过汇报,不仅希望得到社会的承认,更希望得到前辈数学教育家的扶持与指导,特别是年轻的同行们共同投身于祖国 21 世纪数学教育的研究,以推进我国数学教育的发展,为社会主义现代化建设作出更大的贡献。

课题组的同志在本书出版的时候,要我为本书写篇序。作为这个课题的倡议者,三年来也曾参加他们的一些活动,写序似乎义不容辞,但真要动笔写点什么,却又颇费踌躇,不知写点什么好。因为我之倡议是出于一种信念与希望,未来 21 世纪的数学教育的研究,应该由 21 世纪初期从事数学教育的骨干力量来承担,也就是由最富有热情、朝气和创新思想的青年学者来承担,我之参加一些活动,主要是表示支持而不是指导和参与研究。因为我自觉无论是数学还是教育都修养不够,更不愿因我的言论而影响他们的研究方向、内容,特别是青年人的创见。当然,作为数学教育的一个实践者,特别是 80 年代的数学教育改革的参与者,把了解的一些情况与零星想法,谈出来供他们参考,也是他们所希望的。因此,就把我之所以倡议成立这个课题组,曾谈过而现在还能记起的一些想法,记在这里,权作本书的序吧!

1989 年 11 月,中国教育学会数学教学研究会(中学)第四届年会在湖南岳阳举行。长江浪涛、洞庭烟波、岳阳古楼、君山胜景,

确实诱人,但我却被两个问题即研究课题和研究经费所困扰而无心玩赏。过去研究会的经费由中国教育学会拨给,现在没有了。怎么办?为了寻找出路,后来联合高师院校数学教育研究会和中国数学会普及工作委员会共同成立了以通过智力服务为研究会提供经费的数学教育研究发展中心。成立三年来,虽不理想,但前景却充满希望。

至于研究课题,21 世纪的数学教育已迫在眉睫。谁来研究,想到我国在 80 年代已培养出一批数学教育硕士毕业生,他们将是我国 21 世纪初期从事数学教育的骨干力量,由他们来研究 21 世纪的中国数学教育是一件十分自然、很有意义的事情。这个想法立刻受到北京刘兼、李英,南京涂荣豹、杭州范良火等与会中青年学者的出乎我意料的热烈响应。就这样,他们就积极筹建“21 世纪中国数学教育”课题组。

青年人办事就是积极热情,而且快速。他们很快告诉我已有 20 多人报名参加,并且提出尽快召开课题成立会并进行研讨;南京师大涂荣豹等同志已以此向江苏省申报哲学社会科学研究课题并被批准。由于得到了人民教育出版社和江苏教育出版社的资助,江苏省教委和南京师大领导的支持,来自全国 19 所高师院校和其他单位的 23 位中青年数学教育学者参加的第一次研讨会,于 1990 年 5 月 12 日——15 日在南京师大顺利举行。

这次研讨会就课题的意义、宗旨和目标等问题进行了热烈的讨论,明确了课题研究的方向,有了一个良好的开端。

我在这次研讨会上与大家的交谈中,着重谈了对国内外数学教育改革的一些看法和对大家的几点希望。

1. 80 年代以来,各发达国家纷纷提出教育改革的报告、方针或方案。总的来看,是面向 21 世纪,为适应高科技信息社会更加剧烈的世界市场竞争的需要。有的如美国着重在提高劳动者的素质,有的如日本强调个性化,以培养一流的杰出人才。因此,从整个教

育来说,谁既能培养出合格的劳动者,又能培养出一流的高素质科学技术和经济管理人才,谁就能占有 21 世纪。这是我们考虑数学教育的一个首要的主导思想。

2. 数学无论对劳动者和专家学者,在高科技的信息社会中,具有特殊重要的意义。因为它已渗入到日常工作和生活之中,成为人们进行交流必不可少的一种语言,至于在自然科学和技术、社会科学和经营管理的研究中,几乎人人都知道数学是必不可少的工具。另一方面,学习数学的困难,数学成了人们选择职业的一把筛子——这在信息社会已成了不光彩的角色,因而数学教育、特别是基础阶段的数学教育改革,自然地成了教育改革中的带头学科。从 60 年代开始的国内外几次教育改革都证明了这一点。究其原因,一是数学重要,二是数学难学。

3. 自 80 年代以来,我国数学教育和数学教育科学研究取得了重大成绩。从国际数学奥林匹克获得的名次与奖牌,从对出国留学生的评价,水平是相当高的,是居世界前列的;从华东师大对全国 1987 年初三数学教学调查(样本达总体的 3.6%)测试的结果,合格率 62.79%。这同“文革”结束后的初期合格率不足 20% 相比,是一个了不起的成绩。这是改革开放的基本路线和广大师生努力教学改革的结果。我们必须看到这个成绩,并从中总结我国数学教育的成功经验,优点所在,把它保留下来,继承发扬。

4. 在肯定成绩的同时,对改革者来说,对研究者来说,更为重要的是看到存在的问题,即使肯定成绩,主要也在于找到问题研究的基础和出发点。

存在什么问题?从对研究生和留学生的评价来说,主要问题是动手能力、独立发现和提出问题的能力 and 创新意识薄弱。从对基础教育来说,上面华东师大调查结果,初三学生未达到数学合格的有 37.21%。如果包括未进入初中、初中三年中淘汰在内,也就是说,按义务教育的要求,那么我国 1987 年 16 岁的同龄人中,数学达到

初中水平的人数仅占 31%；上高中的学生约占同龄人的 20% 左右，且不说他们数学成绩如何，仅就所学的内容来说，虽然，1978 年制订的数学教学大纲，曾按照小平同志“教材要反映出现代科学文化的先进水平”^① 的指示精神，充实了微积分，概率统计和计算机等初步知识，但后来又都被去掉了，于是造成了跟历史上来比是最少的、跟各国来比是最老的局面。更由于升学考试的激烈竞争和考试方法的简单划一，使教育变成了应试，于是造成了上述存在的问题。当然，还有其他的诸如师资水平、教学方法等，但主要的是课程内容和考试方法。因此首要的是按照“面向现代化，面向世界，面向未来”，为社会主义现代化建设服务的要求来设计数学课程。

5. 我国从 1986 年开始分批分期实施九年制义务教育，到 2000 年基本普及。根据我国实际，主要是要在农村普及初中教育，这是“为现代生产发展和现代社会生活所必需”。^② 义务教育是所有适龄儿童少年都必须接受的教育，它的数学课程也应该是所有学生都必须学习而且能够学习的。这种“为现代生产发展和现代社会生活所必需”的，而且是所有学生能够学习的数学课程，我们可以称之为“大众数学”。这是数学课程改革所已经面临，因而也是首先所要解决的问题。

这是一个国际性的问题。国际数学教育委员会(ICMI)1986 年在科威特举行了“90 年代的中小学数学”的专题讨论会，其中有一个问题就是“mathemeties for all”，即“大众数学”问题。这是因为工业化时期发展起来的中小学数学课程是为少数人制订的，而近几十年来却被所有的人——当然，是强加于他们的——所采用了。所以要研究“为所有人的数学”，并提出了一些可供选择的方案

① 《关于科学和教育工作的几点意见》，见《邓小平同志论教育》，人民教育出版社，1990 年 8 月第 1 版，第 35 页。

② 《中共中央关于教育体制改革的决定》。

和每种方案可能产生的后果。^①

所谓方案,不过仅仅是十分空泛的设想。这是因为他们希望“在不同国家发动一场更深入的地区性的讨论”。^② 所以这是一个需要我们自己认真加以研究的问题。

数学是从社会需要中产生的,它为社会成员所掌握、所利用,正如社会成员为了共同劳动和生活而必须有语言以互相交流一样。当然为社会成员所掌握所利用的这种数学或大众数学不是纯数学,而纯数学由它发展出来,正如人们用以交流的语言一样,它不是文学,但文学由它发展出来。每个社会都有为该社会所有人都必需的大众数学,所以大众数学是发展的。现在来说,大众数学就是为现代生产发展和现代社会生活所必需的数学,是义务教育的数学。它与工业化时期发展起来的数学课程是有区别的。

从国内外的经验来看,一项大的课程改革,也就是说要从思想、内容、结构体系,以及表达方式、形式等各方面对课程进行全面改革,从设计到试验,从修改到实施,一般要 20—30 年时间。因此,我们要着眼于 2021 党的诞生 100 周年时实施的“大众数学”,也就是为培养 2049 年中华人民共和国成立 100 周年、即实现我国经济发展的第三个战略目标服务的劳动者的“大众数学”。

5. 这里有两点应当提到:①九年义务教育数学教学大纲(以下简称“义教大纲”)已经初审,正在编写教材并进行试验。这个大纲提出了“使学生切实掌握现代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能”,^③ 体现了公民素质教育的要求,是一个很大的进步;另一方面,也是一个国际经验,无论从主观或从客观条件,教育改革特别

① 张奠宙等编译:《国际展望:九十年代的数学教育》,上海教育出版社,1990 年 1 月第 1 版,第 75—77 页。

② 同上书,第 71 页。

③ 1992 年审定时文字上有修改。

是课程改革必须采取“渐变”的方针,因此“义教大纲”实际做的主要是“降低理论要求和习题难度”。无疑,这有利于大多数学生的学习,有利于提高合格率,从而,有利于提高劳动者的数学素质。无疑,也向“大众数学”的方向迈出了艰难的第一步。

②也是华东师大的调查,50%的学生能够学习现行数学教材,还有10%的学生“吃不饱”。这就是说,在“义教大纲”的基础上,还要考虑满足这些学生对数学的爱好,特别是要发展“吃不饱”的学生的数学特长。这也是“大众数学”应有之义。

6. 合格率低,首要是课程问题,但同时,在很大程度上是一个师资问题。上海市青浦县数学教改实验小组曾经作过一项调查。发现全县数学教师中,有74%经验不足或方法落后,16%对教材尚未真正掌握,80%缺少应有的认真态度。^①于是他们致力于探索适合于该县的教学方法。经过七年努力,到1984年,终于使全县初中数学成绩,从上海22个区县之末进到了前列。

上海郊县的师资尚且如此,全国就可想而知了。因此,要极大地提高教学质量,必须寻找一种有效的且易为教师掌握、即操作性强的教学方法。总结近十年来大面积提高初中数学教学质量的经验,提出名之曰“掌握数学”的基本思想、原则和方法。这就是:

所有智力正常的儿童和少年,都能够掌握现代社会中每个公民所必需的数学(即大众数学);

循序前进(指落实到每个学生身上);

制订恰当的、可检查的教学目标和及时地反馈矫正。

“大众数学”和“掌握数学”将成为90年代和21世纪初数学课程和教学方法研究的中心课题。

对课题组,我也提了三点希望:

^① 青浦县数学教改实验小组:《学会教学》,人民教育出版社,1991年12月第1版,第45页。

一、实事求是。从实际出发,特别是要从中国的实际出发,从中国的教育改革和数学教育改革的实际出发,来研究中国的数学教育问题,并求得解决的办法,以更好地为实现中国经济发展的第三步战略目标服务。英国数学教育课程专家 A. G. Howson“要求数学课程的编制对本国的文化环境和就业模式给予更多的注意。”^①从我们的经验来看,这是很有见地的意见。过去数学课程的研究,过多地关注于数学,至于文化背景和就业模式,对基础教育的数学教育来说,几乎没有去考虑它,或者没有处理好。我希望这次研究能有所转变。

二、艰苦奋斗。课题组成员都有本职工作,虽可结合,但主要靠业余研究;现代无固定课题经费,主要靠热心单位资助支持,所以必须要有“为伊消得人憔悴,衣带渐宽终不悔”的艰苦奋斗精神。

三、团结合作。大家多是硕士研究生毕业,来自各高校和研究单位,既然共同研究一个课题,就一定要团结合作,互相帮助。观点尽可不同,正好展开讨论,使问题深入发展而求得更好地解决。

为了了解实际,课题组确定当年秋就搞一次先进地区的社会和教育改革的调查。青年人说干就干的精神,使我深受感动。已经联系,得到浙江省教委主任邵宗杰同志、江苏省教委副主任吴椿同志、省教研室主任郑君威同志和山东省教研室主任郭维亮同志的大力支持,在浙江省绍兴县教委、江苏省常州市教委、山东省济南市历城区教委、四川省重庆市江北县教委的热诚协助下,课题组分四组对上述四个地区的经济、教育和数学教育的现状进行了调查。

这次调查结果是课题组取得的第一个成果,虽然不够深入,但已提供了一些有参考价值的资料。更有意义的是课题组成员接触了实际,受到了锻炼。

1991年5月22日——25日在西南师大召开了课题组第二次

^① 同本书第7页注①,第71页。

研讨会。会议得到西南师大课题组的全力资助。重庆市副市长窦瑞华、市教委副主任刘泽民、西南师大副校长徐仲林等领导到会祝贺，老一辈数学家、数学教育家陈重穆教授、王秀泉教授亲临研讨会勉励年轻学者为我国未来数学教育作出贡献。这个课题与课题组成员受到如此关怀与礼遇，使我铭记难忘。

这次研讨会交流并讨论了调查结果；针对申报“八五”哲学社会科学青年研究课题，着重研究了今后一段时间的研究课题：

1. 数学教育思想和数学教育目的的研究；
2. 大众数学与数学教育；
3. 中小学几何课程若干问题的研究；
4. 中等职业技术教育中数学课程的现状及其改革的探索；
5. 初中生数学学习诊断与治疗模式的研究；
6. 在职提高青年数学教师素质的途径与方法的研究。

全国教育科学规划领导小组会议对“大众数学”的提法引起了极大的兴趣，认为是一个值得深入研究的选题。并以“21世纪中国数学教育展望——大众数学的理论与实践”为题列为国家哲学社会科学青年社会科学基金研究课题。这个课题挂靠在人民教育出版社课程教材研究所和北京师范大学，前者为研究活动提供资助。这些都极大地鼓舞了课题组的同志们，也使我感到十分欣慰。

在此前后，有几件事促使我产生了要以中国古代数学思想作大众数学主导思想的想法。

第一件事是我当《数学思想方法引论》书稿的责任编辑。该书把《九章算术》与《几何原本》一起视为“数学思想的两大源泉”^①“《九章算术》的思想方法不仅对我国古代数学的发展起了重大的

^① 王鸿钧、孙宏安著：《数学思想方法引论》，人民教育出版社，1992年7月第1版，第39页。

作用,而且也是现代数学思想发展的一大源泉”。^①指出“《九章算术》思想方法的如下特点:

1. 开放的归纳体系;
2. 算法化的特点;
3. 模型化的方法。^②

作者还把中国古代数学思想的特点概括为:

实用思想;神秘思想;算法化思想;辩证思想;正统思想。

并认为这是中国古代封建社会文化思想:经世致用思想、辩证思想和系统思想的“一个部分,并受其制约和影响”^③

这使我想起了1986年7月我去大连参加中国教育学会优秀工作者会议时,曾应邀去辽宁师大访问王鸿钧先生,王先生与我谈起编写该书的基本框架与观点,特别是上述思想。但并没有引起我对中国数学思想方法的重视。中国的数学,在我的脑子里几乎是个空白。由于无知,就产生一种虚无主义的态度。一直以为时至今日,中国古代数学,除了以其成就对学生进行民族自豪感、爱国主义教育之外,再没有什么值得研究的了。而今,由于不少学生学了数学不知道数学有什么用,大众数学应当是为大众所掌握、所利用的数学,因此想到了中国古代数学注重实用的思想应当是大众数学的一个主导思想。

第二件事,在这期间,不少数学教育工作者对中小学数学的内容、体系和教材处理提出各种意见。其中有两点对我影响较大。

1. “淡化概念”。这是人民教育出版社袁明德同志在编写义务教育代数教材时,针对教学中过分追求概念定义和形式化,贯彻“降低理论要求”所提出的一个思想。这个思想既是针砭数学教学

① 同上书第60页。

② 同上页注①第51—58页。

③ 同上页注②第62—100页。

时弊、又符合大众数学要求,是值得大加宣扬、认真研究的。这个思想在西南师大召开的课题研讨会上和数学系师生的座谈会上都谈到过。完全出乎我意外的,是陈重穆教授与宋乃庆同志竟然写了两篇文章:《义务教育中的数学——大众数学》和《关于淡化概念》,并据此思想编写了“提高课堂效益(GX)”实验教材。这种“坐而论道”与“起而行”相结合的实干精神与作风,令人钦佩,值得学习。

2. 数学教育家梅向明教授提出:“由于我们国家实行九年义务教育制度,很多初中学生毕业以后不一定升入普通高中,可能上职业高中或技工学校,或者直接参加工作,对于实数以及它的运算了解一些是有好处的。我们反对两种倾向:一是为了体系上的完整,把初中代数仅限于有理数域和有理运算的范围;二是不顾初中学生的接受程度硬把实数理论下放到初中来”。^①

我非常赞成梅先生这个选取教学内容和安排体系的观点,即在义务教育阶段应当按照学生学习和毕业后的需要,以及可能接受的程度来选取内容;反对只是追求体系的所谓完整的倾向。

以体系的所谓完整作取舍标准的意见是存在的。50年代“以苏联教材为兰本”的教学大纲,^②初中代数是不讲实数的,只是“到了高中一年级,联系着数的开平方,应当对于无理数的学习加以必要的注意。”“在高中一年级,因为不学虚数,所以不必研究二次方程的虚根。遇到判别式为负值时,就可以说这方程没有根”。相应地,在几何里,到高中一年级才讲“有公度与无公度的二线段。正方形对角线和它的边无公度。”可以看出,要讲就要体系完整;接受不了,那就别讲。70年代末,中学曾充实了微积分和概率统计的初步知识,就遭到了反对。理由就是中学生学不了。中学学了初步知识,到大学学习微积分和概率统计反而更难了。其实就是体系不完整,

① 梅向明《中学数学的体系》,《课程教材·教法》1991年第2期第20页。

② 《中学数学教学大纲(修订草案)》,1954年10月第2版

到了 80 年代初,充实的内容又给删掉了。

这不禁使人想起了毕达哥拉斯学派的一个故事:他们中的 Hippias 发现了不可公度比的数,因而否定了他们的信条:宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比。他们不是尊重事实,改变“信条”,而是坚持错误的“信条”,把发现真理的 Hippias 抛到海里。古希腊数学家用几何来处理无理数,放弃了真正的代数和无理数。“用几何来表示无理数和无理数的运算当然是不合实用的,把 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ 当作矩形面积来设想,这在逻辑上可能是足够令人满意的,但若为了想买地板漆布而需要知道乘积究竟等于多少,你就得不出结果。”^①因为他们“有教养的人不关心实际问题,……把数学思维同实际需要割裂开来”。^②正是这种只求逻辑上合理而不讲求实际应用的思想,以致到了 16 世纪,由于航海对天文的需要,银行业务和商务活动的需要,引起了对算术和代数的兴趣并把它推向前进,只是在这时,有些数学家才开始使用和承认无理数和负数是数。

而我国古代数学,由于重视数学的实际应用,很早就《九章算术》中承认和使用了负数和无理数,正负术、开方术、割圆术等等,只要计算所得结果符合客观实际,在主观思想上就毫无障碍,运用自如。这就显示出中国数学以解决实际问题为目的、算法为主的归纳开放体系的优越性。然而,我国自 1867 年创办算学馆学习的数学开始,西方数学完全代替了中国的数学,这在当时无可置疑是一个巨大的突破性进展。可是,以至我们脑子里竟没有想过中国数学还有应当汲取的思想和方法;诺贝尔奖金获得者杨振宁博士说,他在中国学到了演绎法,在美国学到了归纳法;美国从 60 年代的“新数运动”到 80 年代的“问题解决”,我们把它作为数学课程改

^① M·克莱因著,张理京等译:《古今数学思想》(第一册),上海科学技术出版社出版,1979 年 10 月第 1 版,第 57 页。