高等数学袖珍手册

高等数学袖珍手册

胡 淑 洪

科 学 技 术 出 版 社

1959 年 · 北京

編者的話

为了培养又紅又專的建設人材，我国的很多高等学校，都开办了老干部特别班，并广泛吸收工农干部入学。这批学員大都有丰富的阶級斗争和生产斗爭的經驗，对科学原理能作深入的思考和透辟的了解。但由于他們缺乏基本的数学訓練，对初等数学知識掌握得不够巩固和熟練，又加上年紀稍大，記忆力較差等特点，在学習高等数学时，会感到不少困难。

这本手册，主要为了这批学員編写的，帮助他們来攻克数学这座堡壘。手册中有常用到的初等数学基本公式及高等数学中的公式、圖形及解决問題的方法，和备查的材料表格等。內容力求精簡，以便随身携带翻閱。这本手册不但可供学習期間使用，也可供将来工作上解决問題时参考。在取材上除初等数学外，主要是高等数学中基本的和常用到的內容，其次也有备查的材料。

为了滿足上述性質，本書在写出上的特点如下：

1. 为了查閱材料的方便，尽量用表格形式。

2. 列出常用的公式和解决問題的基本方法，在計算方法上只作說明，不作理論分析。

3. 指出某些部分容易犯的錯誤，帮助正确的处理問題。

4. 結合工程上应用的特点，本書在高等数学部分以解析几何、微分法、积分法、微分方程为主。其他如：級数部分，写出的比較少；又如：曲綫积分，曲面积部分，只列出几个主要公式。

5. 为了研究函数圖形的参考，列出三种（直角坐标、極坐标、参数）方程中常見的函数圖形。

6. 为了滿足計算問題的方便，列出常用的函数表。如自然对数表、常用对数表、三角函数表及积分表。更为了查考方便，在积分表前面另附了几頁积分表的目录，还夹有一頁常用的微分和积分公式。

胡淑洪　序于北京

1958 年 9 月

目　次

第三章 矢 量

第四章 解析几何

第五章 微分法

第十一章　表

第一章　初等数学常用知識

§1 代　　数

1. 数的可約性判别法

約数n	可以用n除尽的数的判别法
2	末位为偶数或0。
3	各位数字之和可用3除尽。
4	末两位为0，或最后两位数字所成的数可用4除尽。
5	末位为5或0。
6	用2和3都可除尽。
7	由十位以前的数与其个位数字的两倍之差可用7除尽或为0。
8	末三位为0，或最后三位数字所成的数可用8除尽。
9	各位数字和可用9除尽。
10	末位为0。
11	自右端数起：(奇数位数字和)减(偶数位数字和)为0，或用11除尽。

約数n	可以用n除尽的数的判别法
25	末两位为0，或最后两位数字所成的数可用25除尽。
100	末两位为0。
1000	末三位为0。

2. 乘法及析因式公式

公式分类		公式
二項式	相乘	$(a+b)(a+c)=a^2+(b+c)a+bc$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
	平方	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
	立方	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
	n次方（二項式定理）	$(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}$ $b^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3+\cdots\cdots$ $+\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!}a^{n-k}b^k$ $+\cdots+b^n$

公式分类		公　　式
		$(a-b)^n = a^n - na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \cdots + (-1)^k\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!}a^{n-k}b^k + \cdots + (-1)^n b^n$
三項式	平　方	$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$
	立　方	$(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3a^2b+3ab^2+3a^2c+3ac^2+3b^2c+3bc^2+6abc$
多項式平方		$(a+b+c+\cdots+st)^2 = a^2+b^2+c^2+\cdots+s^2+t^2+2ab+2ac+\cdots+2as+2at+2bc+\cdots+2bs+2bt+\cdots+2st.$
立　方　和		$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
四次方和		$a^4-b^4=(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$ a^4+b^4不能分解因式

<table>
<tr><th colspan="2">公式分类</th><th>公　　　式</th></tr>
<tr><td rowspan="2">n次方和</td><td>n为奇数</td><td>$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$</td></tr>
<tr><td>n为奇数偶数均可</td><td>$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$</td></tr>
</table>

注意　$a^n+b^n \neq (a+b)^n$　$a^n-b^n \neq (a-b)^n$

注　二項式展开系数。

次　数	系　　　数
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
⋮	························

3. 分式运算

說　　明	公　　式
分母相同的两分式相加。	$\frac{b}{a}\pm\frac{c}{a}=\frac{b\pm c}{a}$
分母无公因数的两分式相加。	$\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}=\frac{bc\pm ad}{ac}$
两分式相乘	$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{bd}{bc}$
两分式相除	$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{\frac{b}{a}}{\frac{d}{c}}=\frac{bc}{ad}$

注意 $\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\neq\frac{b+d}{a+c}$, $\frac{a+c}{ab}\neq\frac{c}{b}$

4. 指数运算

分　　类		公　　式
	乘	$a^m.a^n=a^{m+n}$
	除	$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

分	类	公式
冪指数	乘方	$(a^m)^n=a^{mn}$ $(ab)^n=a^nb^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$
	开方	$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
	乘方开方混合計算	$(\sqrt[m]{a})^n=\sqrt[m]{a^n}$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$
0指数		$a^0=1$
分指数		$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$
負指数		$a^{\frac{-1}{n}}=\frac{1}{a^n}$ $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

5. 有理化分母

公式
$\sqrt[m]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[m]{ab^{m-1}}}{b}$
$\frac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$
$\frac{A}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}}=\frac{A(\sqrt[n]{a^{n-1}}+\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\sqrt[n]{a^{n-3}b^{2}}+\cdots+\sqrt[n]{b^{n-1}})}{a-b}$
$\frac{A}{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}=\frac{A(\sqrt[n]{a^{n-1}}-\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\sqrt[n]{a^{n-3}b^{2}}-\cdots+\sqrt[n]{b^{n-1}})}{a+b}$
（n为奇数时）

6. 对数运算

	公式
重要关系	$a^{y}=x \leftarrow\rightarrow y=\log_{a}x$ $(a>0,\ a\neq 1,\ x>0)$ $\log_{a}a=1$ $\log_{a}1=0$ $\log_{a}0\to-\infty$