经济学研究

台港及海外中文报刊资料专辑

第3辑

书目文献出版社

编 后 记

本辑所选诸文，讨论涉及的范围较广，尽管有些问题的讨论未必深入，加以诸文讨论的是不同社会制度下的问题。但是，有些问题的提出及其有关论点或分析，还是可以引起我们的注意和兴趣，值得参阅。如：《保护政策与消费者权益》、《如何对付商业上的劲敌》、《商战致胜秘诀》、《迈向自由化与国际化的途径》、《自由化、国际化制度化的意义与作法》、《经济生活的新境界》等都提出一些也值得我们关心的问题，有助于我们的研究和思考。

《经济最佳化之原理与技术》一文，讨论了最佳决策的有关问题，特别是它的技术和有效方法问题，对微观经济活动作了一定的分析，可以一读。

《从赤字支出财政策之有效性讨论财政赤字之总体经济学》这一译文，论述了资产阶级经济学几个主要流派关于赤字财政与货币学的有关理论，可供研究参考。

《地区发展和多级计划》一文，讨论了一些对我们也很有现实意义的问题，提供了一些世界各国、特别是发展中国家的有关情况，尤其提出地区发展计划如何考虑和解决经济发展与分配平等的协调问题，这对我们有一定的参考价值，特推荐给读者。

本辑陆续选载有关我国古代经济思想史的专论，一是《管子的经济思想》，一是《中国历代钱币之演变》，它们都提供了一些有用资料，可供有关研究工作者参考。

本辑续载《经济升级与提高生产力运动述评》一文，以反映海外这一运动的发展情况。

经 济 学 研 究 （3）

——台港及海外中文报刊资料专辑

北京图书馆文献信息服务中心剪辑

书目文献出版社出版

（北京市文津街六号）

河北省南宫市印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

787×1092毫米　1/16开本　5印张　128千字

1986年10月北京第1版　1986年10月北京第1次印刷

印数1—4,000　册

统一书号：4201·4　定价：1.30　元

〔内部发行〕

出版说明

由于我国“四化”建设和祖国统一事业的发展，广大科学研究人员，文化、教育工作者以及党、政有关领导机关，需要更多地了解台湾省、港澳地区的现状和学术研究动态。为此，本中心编辑《台港及海外中文报刊资料专辑》，委托书目文献出版社出版。

本专辑所收的资料，系按专题选编，照原报刊版面影印。对原报刊文章的内容和词句，一般不作改动（如有改动，当予注明），仅于每期编有目次，俾读者开卷即可明了本期所收的文章，以资查阅；必要时附“编后记”，对有关问题作必要的说明。

选材以是否具有学术研究和资料情报价值为标准。对于某些出于反动政治宣传目的，蓄意捏造、歪曲或进行人身攻击性的文章，以及渲染淫秽行为的文艺作品，概不收录。但由于社会制度和意识形态不同，有些作者所持的立场、观点、见解不免与我们迥异，甚至对立，或者出现某些带有诬蔑性的词句等等，对此，我们不急予置评，相信读者会予注意，能够鉴别。至于一些文中所言一九四九年以后之“我国”、“中华民国”、“中央”之类的文字，一望可知是指台湾省、国民党中央而言，不再一一注明，敬希读者阅读时注意。

为了统一装订规格，本专辑一律采取竖排版形式装订，对横排版亦按此形式处理，即封面倒装。

本专辑的编印，旨在为研究工作提供参考，限于内部发行。请各订阅单位和个人妥善管理，慎勿丢失。

北京图书馆文献信息服务中心

目　次

經濟最佳化之原理與技術

鄭招羣

一、引言

管理經濟學（Managerial Economics）之基本目的在於對決策問題分析，提供有系統之架構，並據予作成最佳決策。所謂最佳決策係指所選定之方案能使廠商之經營目標達到最有效率。此種管理決策作業過程，若各種方案能用共同基準則更爲有效率。因此在管理經濟學上所致力者，乃於方案決策的一定貨幣數量上作收益之加項或成本之減項，並寧可對全部可能方案作概括性之分析評估，而不願在孤立單獨方案作討論，基於此一理由，邊際成本與邊際收益之相配合對於已知的決策問題極爲重要。決策選擇考慮最有效方法乃是數學微分之應用，此種最具分析成效的技術，能經由邊際分析，有效地測量出目標函數的極大或極小値。此外，技術能使決策者於決策問題何處必須考慮有效資源、產出品質或數量、或合法性等之限制。

二、最佳化

對某特定問題尋求最佳可能解之過程稱爲最佳化（Optimization）。果若僅有一個解或一個行爲，則不會有所謂決策問題之存在，更無所謂最佳化問題，不論如何，若有許多方案可資選擇，其選擇之結果大多與決策者目標相符合者卽爲最佳決策。

最佳化之型態大致可分爲總最佳化與部份最佳化兩種，總最佳化（Total optimization）又稱爲整體最佳化（global Optimization），是指對廠商營運情勢全部已知方案的分析而言，高成本的資料搜集往往會限制了對企業

決策的總最佳化之分析；而部份最佳化（ Partial Optimization ）又稱爲局部最佳化（ local optimization ），是指總最佳化過程之一部份，在部份最佳化中各種不同方案評估其基本特定效用部份，如生產中心、行銷策略等，由於部份最佳化著重於局部特性，因而能以較低之成本分辨出較佳之選擇方案。

最佳化分析方法之第一步驟是最佳化過程須有管理問題之存在，而這些管理問題均應有一共同分母（常以貨幣數量表示）作爲比較之基準（ Criteria ），同時任何函數之彼此關係亦必須正確地予以表明。在解最佳過程，數學的代數解法與幾何圖解法兩者同爲常用之技術工具，圖解法可應用許多事例之解，而代數解法更適於求複雜問題之解。

二、廠商之極大值

管理經濟學基本目的建立在廠商之值極大化的假設上，此處所謂廠商之值可解釋爲廠商對未來貨幣流量（ Cash Flow ）現值（ Present Value ）之期望，亦即對貨幣之未來值（ Futuve Value ）之期望。就貨幣數量而言，未來值大於現值，其間之差額則爲利息（ Interest ），利息是由貨幣的時間價值而產生，就價值而言，現值與未來值均應建立在等值（ Equivalence ）的觀念上。因此一般所謂廠商之值均指現值而言，其用數學式可表示如下：

$$\text{廠商之值（ Value of the Firm ）} = \sum_{t=1}^{n} \frac{\pi_t}{(1+i)^t}$$

因爲利潤等於總收益（ Total Revenue ，TR ）減去總成本（ Total Cast ，TC）之餘額，上式可改寫爲

$$\text{Value} = \sum_{t=1}^{n} \frac{TR_t - TC_t}{(1+i)^t}$$

式中π表示利潤；TR表示總收益；TC 表示總成本；t 表示期間（年數）。總收益決於產品之銷售數量與價格的接受，亦即總收益是產品價格乘以產品數量（TR＝P×Q）。影響總收益之因素有產品之設計、製造及銷售，廣告策略，價格政策，市場競爭性質，以及一般經濟狀況等；總成本亦如總收益同樣複雜，成本分析影響因素有生產體系、技術選擇、投入可能性，供給因素之價格等外尚有利率、產品組合、固定資產及財務結構等，在在均足以影響成本。

四、經濟關係之表示法

一般而言，經濟關係之表示方法有列表法（ tabular ）、圖示法（ graphic ）及數學方程式法（ Equation ）等三種。分析經濟關係最基本的表示方法是用簡單列表方法表之，使用列表法常常使某些意想不到的經濟關係呈現出來，如表一的資料充分表示出總收益與銷售單位之特定關係。第二種共同表示經濟關係的方法爲圖示法的應用，這種表示方法主要是依據列表法之資料結果及各變數間之關係，以最簡之圖形表示出來，如圖一係表示總收益與銷售單位關係圖，使人對此種經濟關係有一目了然之效果。第三種表示方法爲數學方程式法，對於很複雜的經濟關係，更容易獲得解答，而數學之代數學（ algebra ）與微分學（ Differential Calculus ）對方程式之解爲最有效之工具。在討論銷售單位Q與總收益TR 的關係用函數可表示如下：

$$TR = f(Q)$$

上式讀作「總收益是銷售單位的函數」。應變數——總收益的值決定於自變數——銷售單位。這函數並不表示總收益與銷售單位兩者間之特定關係，它僅表示某些關係之存在，而一個更特定之關係可表示如下：

$$TR = P \times Q$$

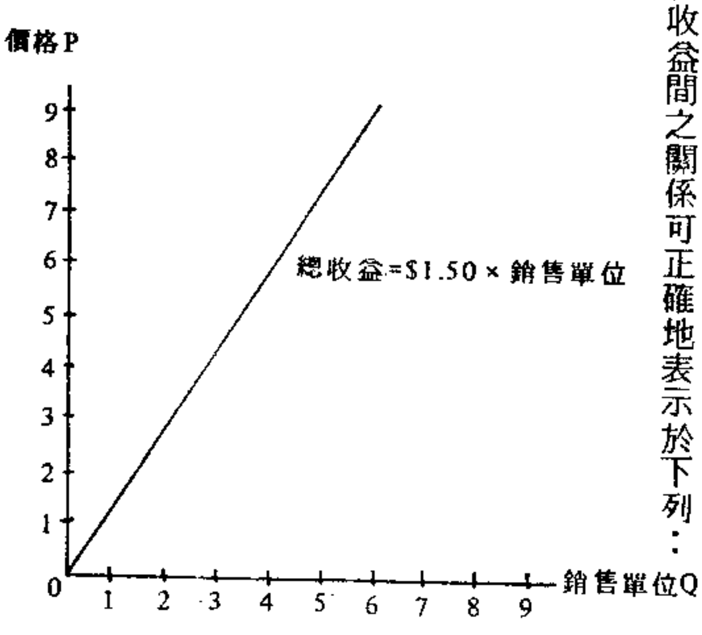
其中P表示每單位出售之價格，此時應變數的值與自變數的值之關係更為明確，總收益常等於價格乘以銷售單位數，若價格不隨銷售數量變動而固定於＄1.5，則其銷售量與總收益間之關係可正確地表示於下列：

$$TR = \$1.5 \times Q$$

（表一）總收益與銷售單位關係

銷售單位	總收益
1	$1.50
2	3.00
3	4.50
4	6.00
5	7.50
6	9.00

圖一：總收益與銷售單位關係圖



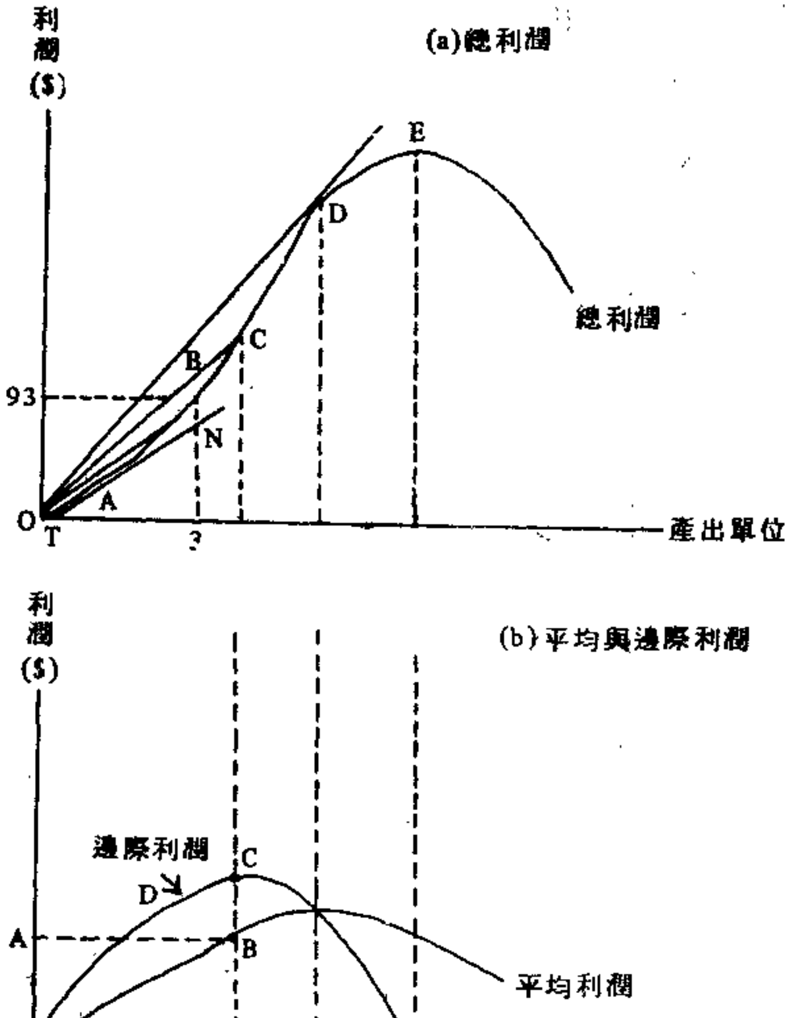
五、總、平均及邊際三者之關係

總（Total）、平均（Average）與邊際（Marginal）關係在最佳化分析中極爲有用，總與平均之定義比較容易瞭解，但對「邊際」一詞或許較爲陌生。所謂邊際關係是指一個函數之應變數隨著自變數一個單位的變動而變動。在總收益函數，邊際收益是總收益的變動隨著每變動一單位銷售量而變動。就一般來說，分析一個目標函數時，變動不同的自變數去觀察對應變數之變動影響，亦即測量自變數的變動對應變數之邊際影響。

首先分析總與邊際之關係，所謂總利潤等於邊際利潤之總和，這隱含著邊際利潤爲正（Positive ）時，總利潤處在上升階段中，而當邊際利潤爲負（Negative ）時，則總利潤處於下降狀態，因此任何總函數的極大值發生在邊際利潤由正數轉變爲負數的地方，該處的邊際利潤是爲零。在某一點上總函數的斜率等於邊際函數兩者之關係詳如圖二所示。

其次討論平均與邊際之關係，由於邊際表示總利潤之變量，當邊際利潤大於平均利潤時，則平均利潤必爲上升階段，反之，邊際利潤小於平均利潤時，則平均利潤呈現下降狀態。由原點〇引出之射線與總函數之斜率等於平均函數，邊際利潤與平均利潤間之關係可以圖二表示之。

圖二：總、邊際、及平均關係：(a)總利潤；(b)邊際與平均利潤。



六、數學微分方法之應用

雖然列表法與圖示法常常用於解目標函數的極大或極小值，而數學微分在邊際分析技術更為有效，如圖三，

爲總利潤，Q爲產生單位數量，若產生爲零，廠商則損失＄10,000（因爲固定成本爲＄10,000）；若產生增加利潤亦隨之增加，其損益兩平點在產生28單位處，利潤最大發生在產出100單位地方，該處之邊際利潤爲零，產出超過100單位後利潤開始下降。因爲其總利潤函數爲$\pi=-10,000+400Q-2Q^2$，利用微分法則更簡易地求出：

$$\frac{d\pi}{dQ}=400-4Q$$

再令其等於零：

$$400-4Q=0 \qquad \therefore Q=100$$

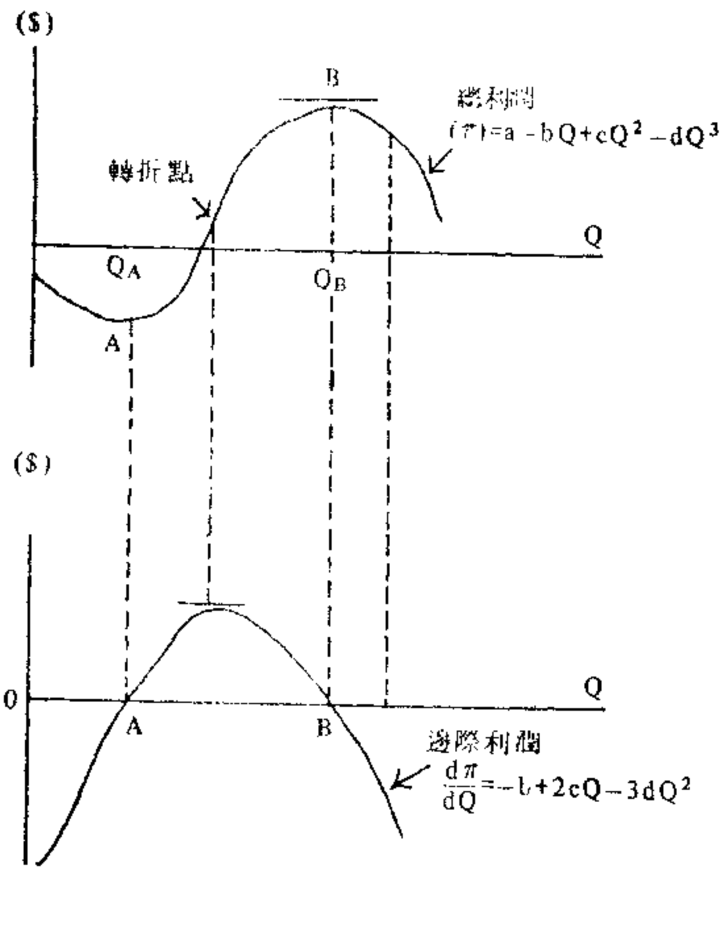
亦卽當產出爲一〇〇單位時，邊際利潤爲零，總利潤則爲極大值，用此種微分方法求總利潤的極大值，較前述之列表與圖示等兩種方法更爲簡易，尤其當函數很複雜時使用微分法求解更爲有效。

前述所謂邊際值（Marginal Value）爲應變數值隨著一自變數單位變動而變動，此種表示應變數Y與自變數X間之邊際關係稱爲導數（derivative），導數以dy／dx 表示之，與marginal $Y=\frac{\Delta Y}{\Delta X}$之邊際觀念相同。

應用導數求函數之極大或極小值可經由下列步驟求得：第一爲判定函數爲極大或極小值（maximum and／or minimum）之方法，乃是對一個函數作「一次導數」（first derivative）並使之爲零，如此則可判定函數的極大値或極小值之位置，如圖四可發現總利潤曲線（Total profit curve）上A　B兩點之斜率爲零，A點位置之產出量表示其利潤最小，而B點則爲利潤最大之產出。第二爲證實函數值爲極大或極小之方法係對函數作「二次導數」（Second derivative）其值爲正或爲負作爲判斷依據，若「二次導數」值爲負數則函數爲極大值；反之，若「二次導數」值爲正數則函數爲極小值。

至於在兩個不同的函數中求極大值之方法亦可用導數求得，當兩個別函數之斜率相等時，其值爲極大，因爲一個函數的一次導數是等於其本身之斜率，此種原理最適用於測量資產的利潤（總收益與總成本之差異），其最大值發生於邊際收益等於邊際成本之處如圖五所示。若總收益函數、總成本函數及總利潤函數均爲數學式時，則可將總收益函數與總成本函數代入總利潤函數所得之數學式然後作一次導數與二次導數求其最大利潤之產出。

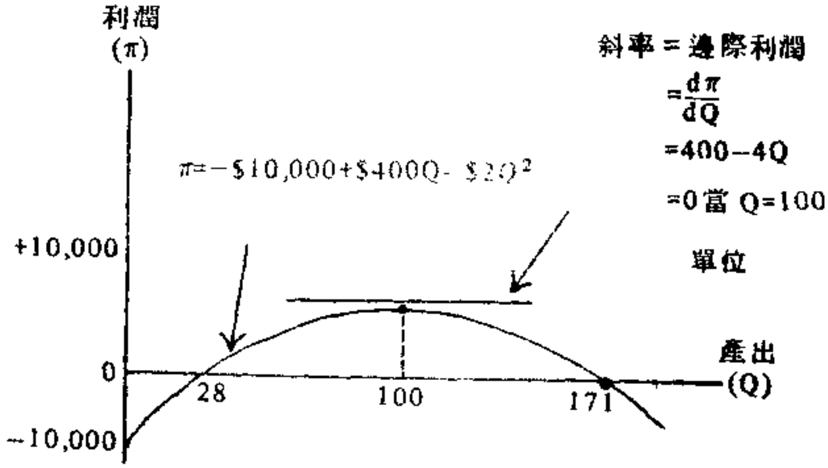
圖四：函數之極大值與極小值之位置



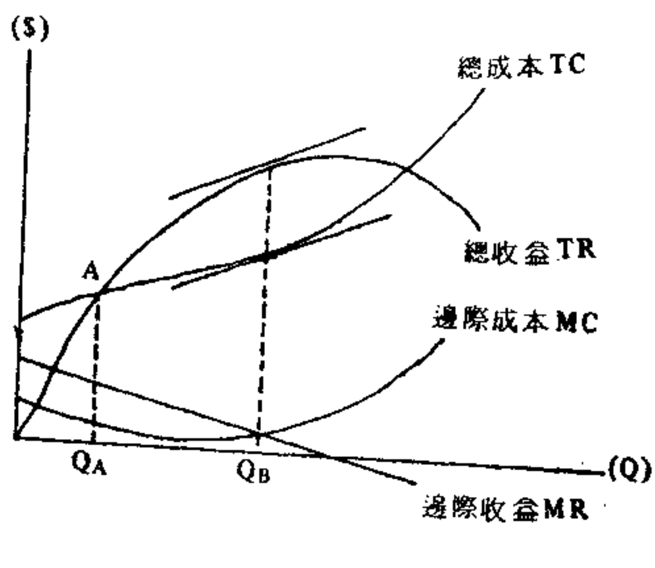
七、多變量之最佳化

經濟關係往往包括兩個變數以上，在討論一種產品之需求函數的需求量時常常決定於價格及廣告費用水準等關係即為多變量之問題。在討論多變量之最佳化問題前，首先要明瞭偏導數（Partial derivative）之定義，偏導數

圖三：產出函數的利潤



圖五：總收益、總成本、及利潤極大化



係指在其他變數保持不變的情況下，應變數Y與自變數X間之邊際關係以∂Y／∂X表示之。

求一個多變數函數之極大值（或極小值）首先使每一偏導數均為零，然後將所得各方程式聯立並解之即能求出極大值。

八、限制最佳化

許多經理人面對決策問題往往被限制選擇最佳之決策，例如生產部門主管可能必須生產特定數量之某一產品，但受限制於最小總成本，或在有限的資源（如人工、原料或設備等）要生產量達於最大；同樣地，在銷售部門主管常致力於最大銷售量，但又得在限制的固定廣告預算下完成。在眞實社會，最佳化常包括某些目標函數的極大值或極小值，而受一系列之限制，這些限制包括資源的限制，產出數量或品質的限制，及合法性之限制。一般而言限制最佳化問題可分為兩種：

極大值問題（Maximization problems）	極小值問題（Minization problems）
極大值：利潤、收益、或產出	極小值：成本
受限制於：資源限制	受限制於：產出數量或品質限制

至於Lagrangian乘數亦為解限制最佳化問題的一種技術，其結合原有目標函數（Objective function）與限制條件（Constrainted Conditions）成為另一個求最佳的函數。此一函數稱為Lagrangian函數，具有(1)當其為極大（或極小）原有目標函數亦為極大（或極小），(2)所有限制條件均能獲致滿足。

九、結語

（問題）：某廠商正接受一位行銷研究專家之建議，分析最近行銷業務對兩個主要大都會區域行銷業務，估計每月之結果如下列等式：

$$銷售 = 500A - 20A^2 + 300B - 10B^2$$

式中A與B代表花費個別大都會區域之「天數」。試解左列問題：

㈠假設一個「工作月以二十個「工作天」計算，試問推銷人員花費在每一個別大都會區域的最佳「天數」爲多少。（用 Lagrangian 技術解此問題）?

㈡ λ（Lambda）値爲何？Lagrangian 乘數在此問題應如何解釋？

（解）：

㈠此問題可看成爲一個 Lagrangian 問題。其限制是花費在A大都會區域之天數加上花費在B大都會區域之天數等於二十天，則限制等式可寫爲：

$$A + B = 20 \quad 或$$

$$O = 20 - A - B$$

將限制等式以 Lagrangian 表示加入銷售函數得：

$$L_{sales} = 500A - 20A^2 + 300B - 10B^2 + \lambda(20 - A - B)$$

式中 L_{sales} 爲限制最佳化問題 Lagrangian 函數，對此函數作A，B，λ 的偏導數并使之等於零：

$$\frac{\partial L}{\partial A} = 500 - 40A - \lambda = 0 \quad \cdots\cdots ①$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} = 300 - 20B - \lambda = 0 \quad \cdots\cdots ②$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 20 - A - B = 0 \quad \cdots\cdots ③$$

解此三等式求花費在A與B大都會區域之最佳「天數」

①式減②得④式：

$$\begin{array}{lrcl} & 500 - 40A & - \lambda = 0 & \cdots\cdots ① \\ \text{減）} & 300 \quad - 20B & - \lambda = 0 & \cdots\cdots ② \\ \hline & 200 - 40A + 20B & = 0 & \cdots\cdots ④ \end{array}$$

③乘以 20 與④相加

$$\begin{array}{lrcl} & 200 - 40A + 20B & = 0 & \cdots\cdots ④ \\ \text{加）} & 400 - 20A - 20B & = 0 & \cdots\cdots 20 \times (3) \\ \hline & 600 - 60A & = 0 & \end{array}$$

$$60A = 600$$

$$A = 10$$

將 $A=10$ 代入③式得 B 值：

$$20-A-B=0$$

$$20-10-B=0$$

$$B=10$$

因此每一個別大都會區域應各花費十天而達到最大銷售量。

(二) Lagrangian 乘數值，可以 $A=10$ 代入①式得：

$$500-40A-\lambda=0 \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$500-40(10)-\lambda=0$$

$$\lambda=\$100$$

λ（Lambda）在此問題中是代表原有目標函數的變動隨著限制條件變動一單位而變動之大小數量。因此 $\lambda=\$100$ 表示，若每月增加一個「工作天」必會引起銷貨增加 \$ 100，反之，若每月減少一個「工作天」必會引起銷貨減少 \$ 100，準此，推銷人員若能每月工作二十一天（原有「工作天」爲二十）銷售勢必增加 \$ 100，倘若推銷人員每月工作十九天必會使銷貨減少 \$ 100。

（原載：华冈法科学报（台）一九八四年 六 期 三七 — 五〇 页）