

黄冈中学网校
www.huangao.com

- 黄冈中学与出版社正式合作出版的
第一套中学生学习丛书

黄冈中学

高中分科导学

丛书总主编 汪立丰(黄冈中学校长)

丛书执行主编 董德松(黄冈中学副校长)

分册主编 高华文(黄冈中学数学高级教师)

高二数学

湖南人民出版社



黄冈中学 数学

高中分科导学

分册主编 高华文（黄冈中学数学高级教师）
编者 项中心 陈体国 程金辉
高华文 汤彩仙

湖南人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈中学高中分科导学·高二数学/高华文主编;项中心等编. —长沙:湖南人民出版社, 2002.7

ISBN 7-5438-2945-2

I. 黄... II. ①高...②项... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 040928 号

责任编辑:文 舒

装帧设计:谢 路

黄冈中学·高中分科导学·高二数学

高华文 主编

*

湖南人民出版社出版、发行

(长沙市展览馆路 66 号 邮编:410005)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷一厂印刷

2002 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

开本:890×1240 1/32 印张:14.125

字数:491,000 印数:1-48,000

ISBN7-5438-2945-2

G·651 定价:16.00 元

■ 丛书编委会

丛书总主编 汪立丰 (黄冈中学校长, 中学化学特级教师)

丛书执行主编 董德松 (黄冈中学副校长, 中学语文高级教师)

编委 汪立丰 (黄冈中学校长, 中学化学特级教师)

陈鼎常 (黄冈中学副校长, 中学数学特级教师)

董德松 (黄冈中学副校长, 中学语文高级教师)

徐海元 (黄冈中学副校长, 中学语文高级教师)

黄明建 (黄冈中学副校长, 中学化学特级教师)

陈明星 (黄冈中学教务处主任, 中学英语特级教师)

戴 军 (黄冈中学科研处主任, 中学历史特级教师)

张 凡 (黄冈中学语文教研组长, 中学语文高级教师)

程金辉 (黄冈中学数学教研组长, 中学数学高级教师)

程赤乾 (黄冈中学英语教研组长, 中学英语高级教师)

郑 帆 (黄冈中学物理教研组长, 中学物理高级教师)

南丽娟 (黄冈中学生物教研组长, 中学化学高级教师)

秦济臻 (黄冈中学政史地教研组长, 中学政治高级教师)

本书作者撰写分工

第六章 项中心

第七章 陈体国

第八章 程金辉

第九章 高华文

第十章 汤彩仙



写在前面的话

湖北省黄冈中学校长 汪坤

黄冈中学创建于1904年，是湖北省省级重点中学。初创时期，前国家代主席董必武在此执教国文、英文并任校董事。黄冈中学地处鄂东名城——黄冈市。黄冈，钟灵毓秀，人杰地灵，“将军县”、“教授县”、“报人县”相映生辉；名人名家如璀璨群星，光焰夺目，如苏东坡、毕昇、李时珍、熊十力、闻一多、李四光、陈潭秋、董必武、包惠僧、李先念、詹大悲、董毓华、胡风、冯健男、柴挺生、严工健、舒德干等。

黄冈中学现有特级教师27人(含离退休)，高级教师90余人，国家级有突出贡献的中青年专家1人，国务院政府津贴享受者5人，第九届全国人大代表、第九届全国政协委员各1人，苏步青数学奖获得者1人，多名教师曾作为访问学者出国考察。学校坚持“以人为本，科研兴校，与时俱进，创新发展”的办学思路，教育教学取得了较为突出的成绩。改革开放以来，高考升学率年均在90%以上，多名学生摘取过全省文、理科高考“状元”的桂冠，400余名学生被保送北大、清华、科大等名牌院校深造；数、理、化学科竞赛成绩一直位居湖北省首位，学生荣获省级以上学科竞赛奖累计2700余人次，荣获国家级奖项900余人次；林强、库超、王崧、倪忆、王新元、傅丹、袁新意在国际数学、物理、化学奥林匹克竞赛中共夺取5金3银1铜共9枚奖牌，袁鹏(时为高二学生)夺得保加利亚国际数学奥林匹克邀请赛一等奖。2002年5月，高俊同学作为中国代表队成员之一参加在新加坡举行的第三届亚洲中学生物理竞赛并获得金牌，7月还将参加在印度尼西亚举行的第33届国际中学生物理奥林匹克竞赛。

黄冈中学被誉为孕育英才的基地、培养国手的摇篮、普通中学的一面旗帜，被评为全国教育系统先进集体、德育先进学校、湖北省普通中学示范学校、湖北省教育学科实验学校。党和国家领导人董必武、李鹏、刘华清、李岚清、宋平、方毅、王任重、王思茂等曾欣然为学校题词。在新的世纪里，黄冈中学正在深化改革，不断发展，致力于把学校办成深化教改与科研的实验学校，辐射教育教学成果的示范学校、在国际国内具有重要影响的有特色的名牌学校。

百年校史，记录着黄冈中学一代又一代名师的丰富教学经验，这就是：**求实、求新、求精、求活，循序渐进，启迪思维，培养能力。**

为了答谢兄弟学校的厚爱和广大师生的祈盼，交流教学研究成果，共同探讨教学改革和教学创新途径，应湖南人民出版社盛情邀请，我们组织在岗的数十位特、高级教师，结合多年的教学实践和学科特点，由浅入深，由低到高，透视重点难点，解析典型题例，强化过关达标，梳理专题知识，联系现实生活，渗透学科综合，激发创新思维，培养应变能力，精心编写了这两套比较全面、系统、实用、有效的《黄冈中学·高中分科导学》和《黄冈中学·高考名师点击》。**这是我校第一次与出版社合作公开出版教学用书。**可以说，这两套丛书基本上体现了我们学校的教学实际和转差培优经验，堪称高中各年级师生的良师益友。

这两套丛书的编写，虽然历经一个寒暑，也经反复校审，但仍然难免有错讹之处，敬请读者朋友批评指正。

2002年5月1日于黄冈中学



目 录

第六章 不等式

课时 1	不等式的性质	1
课时 2	不等式的性质(习题课)	6
课时 3	算术平均数与几何平均数	9
课时 4	算术平均数与几何平均数的应用	13
课时 5	不等式的证明(比较法)	18
课时 6	不等式的证明(综合法、分析法)	22
课时 7	不等式的证明(反证法、换元法)	27
课时 8	不等式的证明(其他方法)	31
课时 9	整式不等式和分式不等式的解法	36
课时 10	指数不等式和对数不等式的解法	40
课时 11	绝对值不等式的性质及证明	45
课时 12	绝对值不等式和无理不等式的解法	50
课时 13	不等式的应用	55
本章综合测试		59

第七章 直线和圆的方程

课时 1	直线的倾斜角与斜率	64
课时 2	点斜式与斜截式	69
课时 3	两点式与截距式	74
课时 4	直线方程的一般式	78
课时 5	两直线的平行与垂直	83
课时 6	直线的夹角	87
课时 7	两直线的交点	93
课时 8	点到直线的距离	97
课时 9	两直线的位置关系(习题课)	101
课时 10	二元一次不等式表示平面区域	107



课时 11	线性规划	112
课时 12	线性规划的实际应用	117
课时 13	曲线和方程	123
课时 14	求曲线的方程	127
课时 15	圆的标准方程	133
课时 16	圆的一般方程	137
课时 17	圆的参数方程	142
课时 18	直线与圆的位置关系	147
课时 19	圆与圆	152
本章综合测试		156

第八章 圆锥曲线方程

课时 1	椭圆及其标准方程	163
课时 2	椭圆的几何性质	167
课时 3	椭圆几何性质的应用	171
课时 4	直线与椭圆的位置关系	175
课时 5	双曲线及其标准方程	180
课时 6	双曲线的几何性质	184
课时 7	双曲线的几何性质的应用	188
课时 8	直线与双曲线的位置关系	193
课时 9	抛物线及其标准方程	198
课时 10	抛物线的几何性质及应用	202
课时 11	直线与抛物线的位置关系	205
本章综合测试		210
高二(上)期中测试题		216
高二(上)期末测试题		220

第九章 直线、平面、简单几何体

课时 1	平面	224
课时 2	空间直线(一)	228



课时 3	空间直线(二)·····	231
课时 4	直线与平面平行的判定和性质·····	235
课时 5	直线与平面垂直的判定和性质(一)·····	238
课时 6	直线与平面垂直的判定和性质(二)·····	242
课时 7	斜线在平面上的射影、直线和平面所成的角 ·····	246
课时 8	三垂线定理·····	249
课时 9	两个平面平行的判定和性质·····	253
课时 10	二面角 ·····	256
课时 11	两个平面垂直的判定和性质 ·····	260
课时 12	棱柱 ·····	264
课时 13	棱锥 ·····	268
课时 14	多面体和正多面体 ·····	273
课时 15	球 ·····	276
本章综合测试 ·····		280

第十章 排列、组合和概率

课时 1	分类计数原理与分步计数原理·····	285
课时 2	排列(一)·····	288
课时 3	排列(二)·····	292
课时 4	组合(一)·····	295
课时 5	组合(二)·····	299
课时 6	排合、组合综合应用题 ·····	302
课时 7	二项式定理(一)·····	305
课时 8	二项式定理(二)·····	308
课时 9	随机事件的概率·····	311
课时 10	互斥事件有一个发生的概率 ·····	315
课时 11	相互独立事件同时发生的概率 ·····	319
本章综合测试 ·····		322



高二(下)期中测试题	327
高二(下)期末测试题	331
参考答案	335

第六章 不等式

本章内容概述

1. 不等式的性质;
2. 算术平均数与几何平均数;
3. 不等式的证明;
4. 不等式的解法;
5. 含有绝对值的不等式;
6. 不等式的应用.

课程内容导学

课时 1 不等式的性质

重点难点透视

重点

1. 两个实数的大小.

两个实数的大小是用实数的运算性质来定义的,有

$$a - b > 0 \Leftrightarrow a > b; \quad a - b = 0 \Leftrightarrow a = b; \quad a - b < 0 \Leftrightarrow a < b.$$

2. 不等式的性质.

性 质	内 容
对称性	$a > b \Leftrightarrow b < a \qquad a < b \Leftrightarrow b > a$
传递性	$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$
加法性质	$\left. \begin{array}{l} a > b \\ c \in \mathbf{R} \end{array} \right\} \Rightarrow a + c > b + c \qquad \left. \begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c > b + d$



性 质	内 容
乘法性质	$\left. \begin{matrix} a > b \\ c > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bc$ $\left. \begin{matrix} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow ac > bd$
指数运算性质	$\left. \begin{matrix} a > b > 0 \\ n \in \mathbf{N}_+ \end{matrix} \right\} \Rightarrow a^n > b^n$ $\left. \begin{matrix} a > b > 0 \\ n \in \mathbf{N}_+ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$
倒数性质	$\left. \begin{matrix} a > b \\ ab > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

3. 不等式性质定理及推论的证明.

难点

1. 不等式性质中各字母的限制条件;
2. 弄清不等式各条性质成立的条件是充要的还是充分不必要的;
3. 不等式性质的应用.

典型例题选讲

例 1 判断下列命题的真假, 并简述理由.

- (1) 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$;
- (2) 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$;
- (3) 若 $a > b, c < d$, 则 $a - c > b - d$;
- (4) 若 $a > b$, 则 $a^n > b^n, \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} (n \in \mathbf{N}_+, \text{ 且 } n \geq 2)$.

精析 上述不等式都不能直接运用不等式的性质. 要断定命题是真命题, 要经过严格的推理论证; 要断定命题是假命题, 只要举出恰当的反例即可, 但举反例不是一件轻而易举的事, 这里用相等法及取特殊值法求解.

解答 (1) 取 $a = 3, b = 2, c = -2, d = -3$, 即 $3 > 2, -2 > -3$, 此时, $ac = bd = -6$. 因此(1)是假命题.

(2) 因同向不等式不能相除, 取 $a = 6, b = 4, c = 3, d = 2$, 此时 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = 2$, 因此(2)为假命题.

(3) $\because c < d, \therefore -c > -d$, 因此(3)为真命题.

(4) 因为 $a > b > 0$ 时, 原式才能成立, 取 $a = -2, b = -3$, 当 n 为偶数时不成立.

例 2 设 $m \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}$, 比较 $x^2 - x + 1$ 与 $-2m^2 - 2mx$ 的大小.



精析 作两个实数 $x^2 - x + 1$ 与 $-2m^2 - 2mx$ 的差, 考察它们差的符号, 这里的差的符号还需利用二次三项式的判别式的符号来确定; 或作差后用配方的方法证明它大于 0.

解答 解法一 $\because (x^2 - x + 1) - (-2m^2 - 2mx) = x^2 + (2m - 1)x + (2m^2 + 1)$.

二次三项式 $x^2 + (2m - 1)x + (2m^2 + 1)$ 的判别式为

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4(2m^2 + 1) = -4m^2 - 4m - 3.$$

二次三项式 $-4m^2 - 4m - 3$ 的判别式为

$$\Delta' = (-4)^2 - 4(-4)(-3) = -32 < 0.$$

$\therefore x^2 + (2m - 1)x + (2m^2 + 1) > 0$ 恒成立.

$$\therefore (x^2 - x + 1) - (-2m^2 - 2mx) > 0,$$

$$\text{即 } x^2 - x + 1 > -2m^2 - 2mx.$$

解法二 $\because (x^2 - x + 1) - (-2m^2 - 2mx)$

$$= x^2 + (2m - 1)x + (2m^2 + 1)$$

$$= x^2 + (2m - 1)x + \left(\frac{2m - 1}{2}\right)^2 + 2m^2 + 1 - \left(\frac{2m - 1}{2}\right)^2.$$

$$= \left(x + \frac{2m - 1}{2}\right)^2 + m^2 + m + \frac{3}{4}$$

$$= \left(x + \frac{2m - 1}{2}\right)^2 + \left[m^2 + m + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{2}$$

$$= \left(x + \frac{2m - 1}{2}\right)^2 + \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} > 0,$$

$$\therefore x^2 - x + 1 > -2m^2 - 2mx.$$

例 3 已知 $a > b$ ($ab \neq 0$), 试比较 $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$ 的大小.

精析 判断它们差的符号, 即求差比较法; 或在 $a > b$ 两边同乘以 $\frac{1}{ab}$ 后进行比较.

解答 解法一 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab}$, 而 $b - a < 0$, 故

当 $ab < 0$, 即 $a > 0 > b$ 时, $\frac{b - a}{ab} > 0$, $\therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$;

当 $ab > 0$, 即 $a > b > 0$ 时, $\frac{b - a}{ab} < 0$, $\therefore \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

解法二 当 $ab > 0$ 时, $\frac{a}{ab} > \frac{b}{ab}$, 即 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$;

当 $ab < 0$ 时, $\frac{a}{ab} < \frac{b}{ab}$, 即 $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$.



例 4 已知 $a > b > 0, c < d < 0$, 求证: $ac < bd$.

精析 欲证 $ac < bd$, 关键是构造 ac 与 bd . 根据已知条件及不等式性质, 可得 $ac < bc$, 同理可设 $bc < bd$, 再由不等式的传递性, 即可得出 ac 与 bd 之间的大小关系.

$$\begin{aligned} \text{证明} \quad & \left. \begin{array}{l} a > b \\ c < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac < bc \\ & \left. \begin{array}{l} c < d \\ b > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow bc < bd \end{aligned} \Rightarrow ac < bd.$$

知识过关训练

A 组(课堂巩固基础训练)

一、选择题

1. 如果 a, b, c, d 是任意实数, 则 ()

A. $a > b, c = d \Rightarrow ac > bd$

B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$

C. $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. 已知 $a + b > 0, b < 0$, 那么 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是 ()

A. $a > b > -b > -a$

B. $a > -b > -a > b$

C. $a > -b > b > -a$

D. $a > b > -a > -b$

3. 已知 $-1 < a < b < 0$, 则下面不等式正确的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < b^2 < a^2$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < a^2 < b^2$

C. $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < a^2 < b^2$

D. $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < b^2 < a^2$

4. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式中不能成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$

D. $a^2 > b^2$

5. 下列命题正确的是 ()

A. $ac > bc \Rightarrow a > b$

B. $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$

C. $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$

D. $a > d, c > b \Rightarrow ac > bd$

二、填空题



6. 设 a 是互异的三个正数 a, b, c 中的最大数, 且 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 则 $a + d$ 与 $b + c$ 的大小关系是_____.

7. $a, b \in \mathbf{R}$, 则使 $a > b$ 与 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的充要条件是_____.

三、解答题

8. 证明:

(1) 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则 $ac < bd$;

(2) 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$.

9. 设 $x, y, z \in \mathbf{R}$, 比较 $5x^2 + y^2 + z^2$ 与 $2xy + 4x + 2z - 2$ 的大小.

10. x, y 为不相等的正数, 比较 $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ 与 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 的大小.

B 组(课外提高能力训练)

1. 若 α, β 满足 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $\alpha - \beta$ 的取值范围是 ()

A. $-\pi < \alpha - \beta < \pi$

B. $-\pi < \alpha - \beta < 0$

C. $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < \frac{\pi}{2}$

D. $-\frac{\pi}{2} < \alpha - \beta < 0$

2. 以下四个条件: ① $b > 0 > a$, ② $0 > a > b$, ③ $a > 0 > b$, ④ $a > b > 0$ 中能使 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$



成立的有

()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 若 $x > 0$ 且 $x \neq 1, p, q \in \mathbf{N}_+$, 则 $1 + x^{p+q}$ 与 $x^p + x^q$ 的大小关系是_____.

4. 若 $a, b, x, y \in \mathbf{R}$, 求证:

$\begin{cases} x + y > a + b \\ (x - a)(y - b) > 0 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x > a \\ y > b \end{cases}$ 成立的充要条件.

课时2

不等式的性质(习题课)

重点难点透视

重点

1. 不等式的性质(见课时1);

2. 不等式的性质与函数的性质、方程等数学知识的有机结构, 熟练地运用性质解决问题.

难点

不等式性质的综合运用、灵活变换. 综合运用数学知识解决问题.

典型例题选讲

例1 求证: 若 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$, 则 $a > b$.

精析 本题未明确给出符合性质的条件, 因此在证明或比较大小过程中, 要注意分类讨论.

解答 (1) 若 $b > 0$, 两边立方, 得 $a > b$.

(2) 若 $b = 0$, 由条件 $\sqrt[3]{a} > 0$, 得 $a > 0$, 即 $a > b$.

(3) 若 $b < 0$, ①若 $a \geq 0$, 则有 $a > b$;

②若 $a < 0$, 由 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b} \Rightarrow -\sqrt[3]{-a} > -\sqrt[3]{-b}$, 两边同乘以 -1 得 $\sqrt[3]{-a} < \sqrt[3]{-b}$, 即 $-a < -b$, $\therefore a > b$.

例2 设 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $1 \leq f(-1) \leq 2, 2 \leq f(1) \leq 4$, 求 $f(-2)$ 的取值范围.